

УДК 621.833.6

**В.А. ТКАЧЕНКО**, проф., к.т.н., **В.Н. САПРЫКИН**, проф. к.т.н.

**С.Н. КАВЕЦКИЙ**, ас., Национальный аэрокосмический

университет им. Н.Е. Жуковского – «ХАИ»

**КАРТИНЫ СКОРОСТЕЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
МЕХАНИЗМОВ С РЯДНЫМ И ПЛАНЕТАРНЫМ РАЗВИТИЕМ  
САТЕЛЛИТОВ ПРИ КОНЕЧНОМ ЗВЕНЕ ВОДИЛЕ**

*Two ways of construction of pictures of velocities for differential mechanisms with twin or planetary development of satellites (pair, biplanetary ets) are offered at output (final) carrier, which velocities should be determined by a construction.*

Трехосные дифференциальные механизмы различных схем с двумя степенями подвижности ( $W=2$ ) являются базовыми механизмами для создания механических устройств с несколькими степенями подвижности в различных областях техники [1] (планетарные коробки передач, робототехника, ветроэнергетика, летательные аппараты и многое другое).

Такие механизмы имеют три подвижные звена на центральной оси – два центральных зубчатые колеса и водило. Два из них являются одноименно ведущими или ведомыми (входные) и одно звено противоположно двум входным: ведомое или ведущее (конечное). Если входные звенья ведущие, а конечное – ведомое, то дифференциал выполняет роль сумматора двух независимых движений. Если конечное звено ведущее, то происходит раздача движения от дифференциала двум его ведомым (входным) звеньям с определенной взаимосвязью этих движений через замыкающую их цепь (зубчатые колеса в случае образования обычных замкнутых схем, соосные винты и воздушная среда летательного аппарата, колеса транспортной машины с соединяющим их грунтом и т.п.). Образуется в этих случаях – замкнутый планетарный механизм.

При кинематическом исследовании трехосных дифференциалов широкое применение получили картины линейных и угловых скоростей его звеньев. Развита целая теория синтеза дифференциальных схем с помощью картин скоростей [2,3].

Во многих случаях построение таких картин тривиально и описано в учебниках и научных трудах различных авторов. Однако это касается только простых схем планетарных механизмов. Для дифференциальных механизмов с рядным и планетарным развитием сателлитов тривиальное построение возможно только тогда, когда водило является одним из входных звеньев, то есть два входных его звена состоят из водила и одного из центральных колес. При этом заданы их угловые скорости.

В случае, когда водило дифференциального механизма с рядным или планетарным развитием сателлитов ( парные, бипланетарные и др.) является конечным звеном, получение картин линейных и угловых скоростей обычным способом невозможно, ибо на сателлитах заданы или определяются построением для замыкающей цепи только скорости в полюсах зацеплений их с центральными колесами ( см., например, рис.1а,б, рис.2а,б, рис.3а,б

отрезки  $\left( \overline{P_{12}a_{12}} \right)$  и  $\overline{P_{56}a_{56}}$  ).

Предлагаемые нами два способа построения картин скоростей при конечном звене - водиле основаны на геометрическом толковании формулы Виллиса, записанной для отношения двух (1 и n) входных звеньев, то есть

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = i_{1n}^H, \quad (1)$$

где  $i_{1n}^H = \frac{p}{q} = \frac{\omega_1^{пр}}{\omega_n^{пр}}$  — передаточное отношение приведенного механизма.

По первому способу известное передаточное отношение приведенного механизма представляется в виде простой дроби с числителем p и знаменателем q, а формула Виллиса (1) рассматривается как пропорция с

геометрическим построением на картинах угловых скоростей (рис.1в, рис.2в, рис.3в, рис.4б).

Проведем на картине угловых скоростей (рис.1в) с построенными отрезками угловых скоростей  $\omega_1$   $\overline{O\omega_1}$  и  $\omega_6$   $\overline{O\omega_6}$  из точек  $\omega_1$  и  $\omega_6$  перпендикуляры к линии угловых скоростей. Отложим на этих перпендикулярах отрезки  $\overline{ae}$  и  $\overline{bd}$ , численно равные в некотором масштабе величинам  $p$  и  $q$  (с учетом их знаков!, см., например, рис.3в). Точки  $e$  и  $d$  соединим прямой и продолжим ее до пересечения с линией угловых скоростей. Полученная точка  $s$  является точкой  $\omega_H$ , ибо из подобия треугольников следует

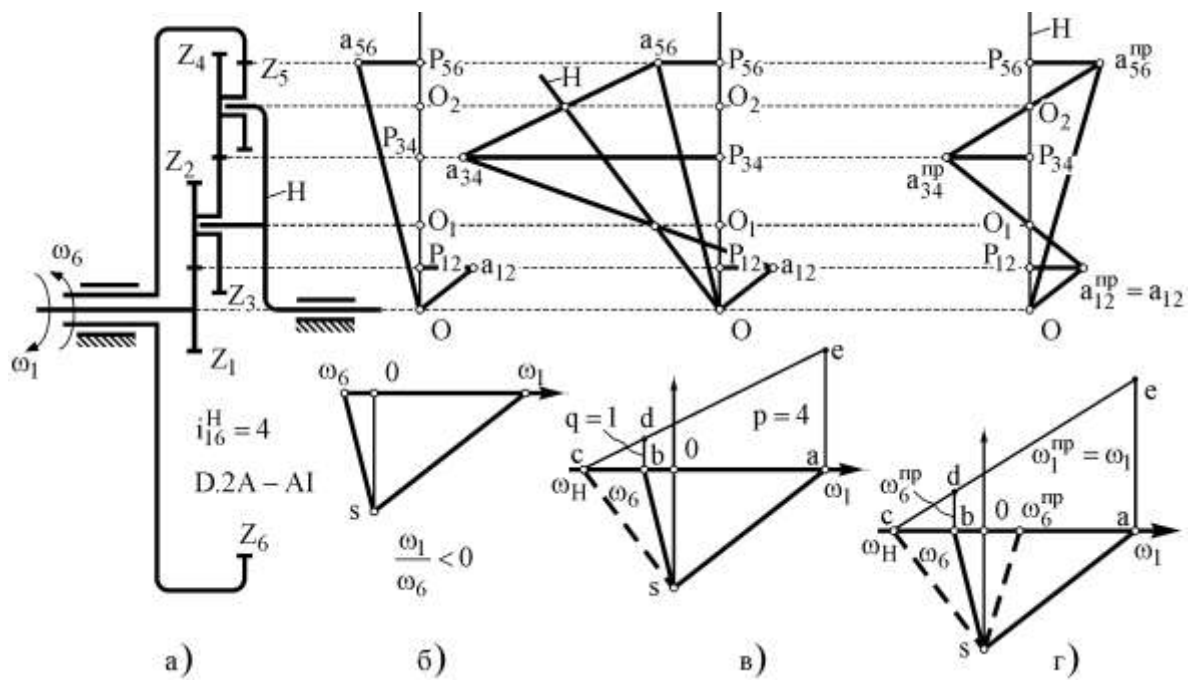


Рис. 1

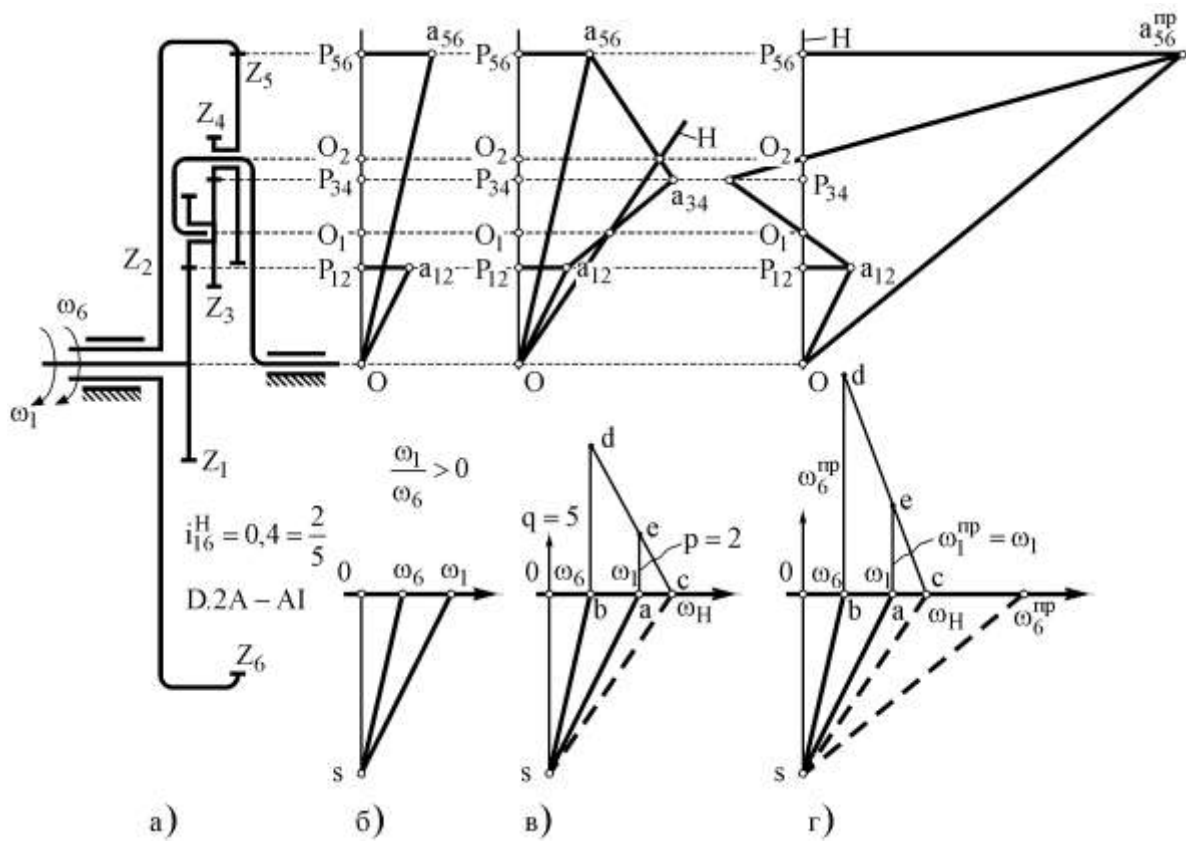


Рис. 2

$$\frac{\overline{ac}}{\overline{bc}} = \frac{\overline{ae}}{\overline{bd}} \quad \text{или} \quad \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_6 - \omega_H} = \frac{p}{q} = i_{16}^H \quad (2)$$

Линия  $\overline{sc}$  дает картину распределения линейных скоростей по водилу Н (линия  $\overline{ОН}$ ) и нахождение линейных и угловых скоростей точек сателлитов становится тривиальным.

Построение картин в случае однонаправленных угловых скоростей входных звеньев  $Z_1$  и  $Z_6$  (рис.2в) ведется аналогично предыдущему для разнонаправленных вращений.

Положение точки  $\omega_H$  зависит от отношения  $p/q$ . Если это отношение  $p/q > 1$ , то точка с располагается (см.рис.1в) вне отрезка  $\overline{ab}$  со стороны точки b.

Если  $0 < \frac{p}{q} < 1$ , то положение точки с будет (см. рис.2в) вне отрезка  $\overline{ab}$ , но со стороны точки a.

В случае отрицательного ( $i_{1n}^H < 0$ ) передаточного отношения (см.рис.3в), то есть при  $\frac{p}{q} < 0$  ( $D.2A - AA$  и др.), отрезки  $\overline{ae} = p < 0$  и  $\overline{bd} = q > 0$  откладываются на перпендикулярах в разные стороны линии угловых скоростей. Соединение точек b и d дает пересечение в точке с, расположенной внутри отрезка  $\overline{ab}$ . При этом

$$\frac{\overline{ac}}{\overline{bc}} = \frac{\overline{ae}}{\overline{bd}}, \text{ то есть } \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_6 - \omega_H} = \frac{p}{q} = i_{16}^H < 0 \quad (3)$$

Второй способ построения картин скоростей удобен, когда передаточное отношение  $i_{1n}^H$  по каким то причинам не задано. В этом случае необходимо вначале построить картину линейных скоростей приведенного механизма ( $\omega_H = 0$ ), приняв для удобства величину линейной скорости в зацеплении  $Z_1 - Z_2$  численно равную линейной скорости в дифференциальном механизме, то есть  $\overline{P_{12}a_{12}^{пр}} = \overline{P_{12}a_{12}}$ , и, следовательно,  $\omega_1^{пр} = \omega_1$ . Такие картины при  $\omega_H = 0$  построены на рис.1г, рис.2г, рис.3г и рис.4в. Как и в

предыдущем способе в точках  $a$  и  $b$  восстанавливаются перпендикуляры и откладываются на них отрезки  $\overline{ae}$  и  $\overline{bd}$ , численно равные  $\omega_1^{np}$  и  $\omega_n^{np}$  (с учетом знаков!). Подобие треугольников  $aec$  и  $bde$  определяет положение точки  $c$  и величину  $\omega_H$ , ибо дает формулу Виллиса (1)

$$\frac{\overline{ac}}{\overline{bc}} = \frac{\overline{ae}}{\overline{bd}} \quad \text{и} \quad \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = \frac{\omega_1^{np}}{\omega_n^{np}} = i_{1n}^{np} \quad (4)$$

Как и ранее положение точки  $c$  зависит от величины и знака

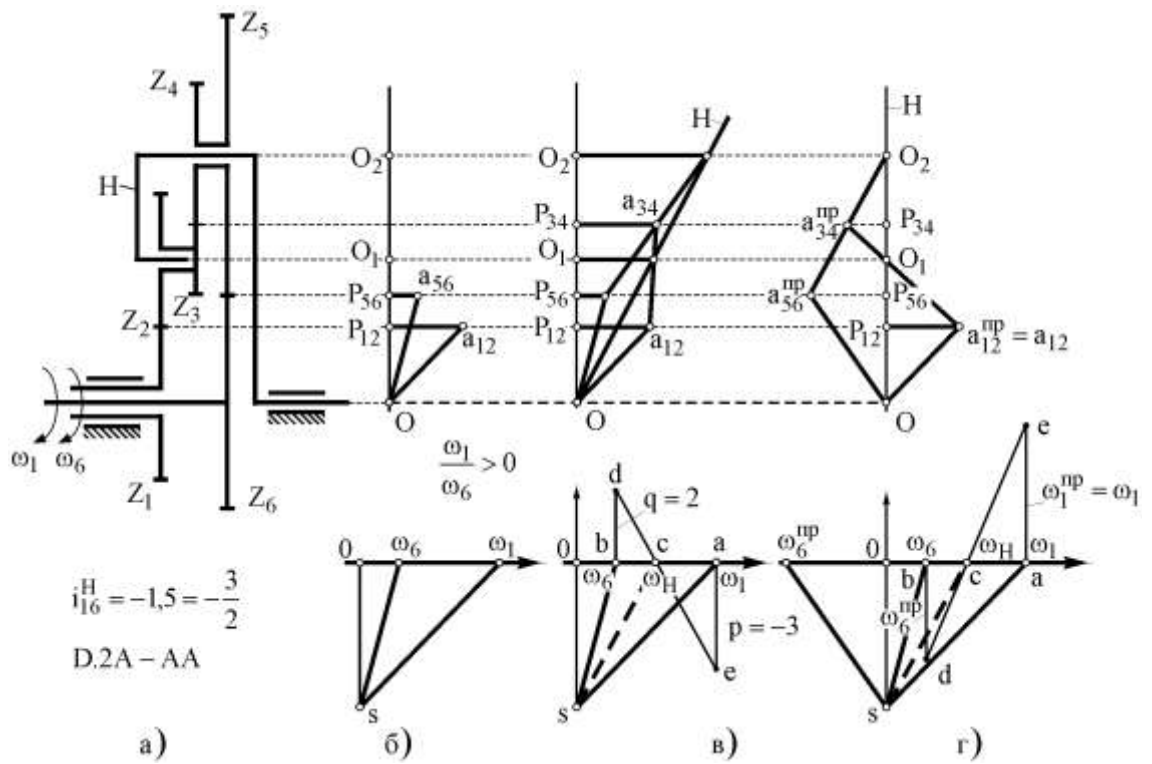


Рис. 3

отношения  $\frac{\omega_1^{np}}{\omega_n^{np}}$  (аналогично  $p/q$ ).

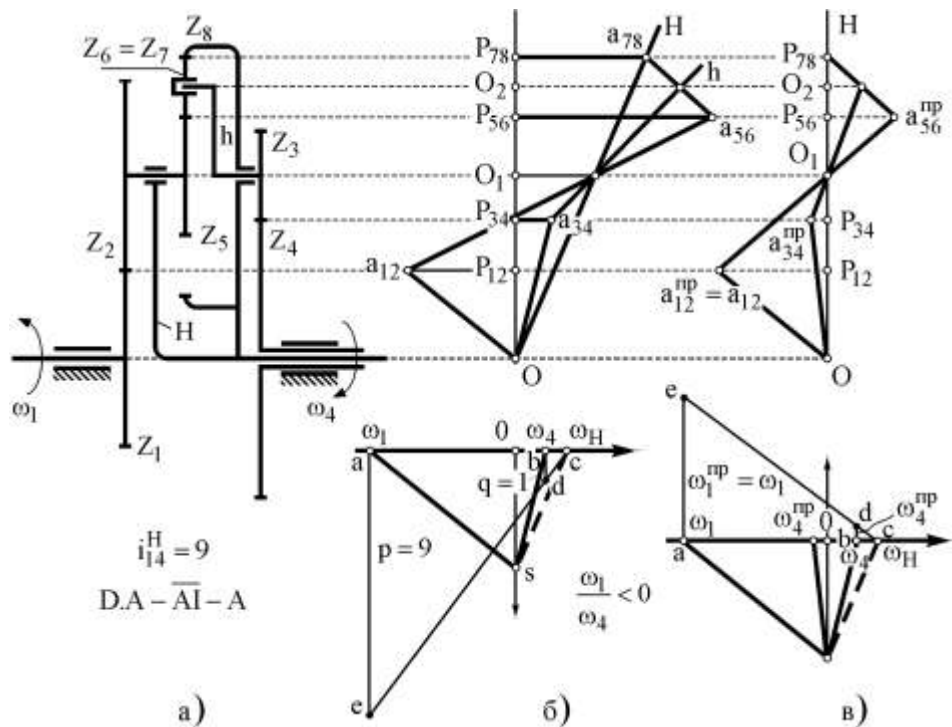


Рис. 4

Рассмотренные способы построения применимы для всех дифференциальных механизмов с рядным и планетарным развитием сателлитов.

На рис.4 проведено построение предлагаемым способом картин скоростей бипланетарного дифференциального механизма  $D.A - \overline{A\bar{I}} - A$ , у которого  $i_{14}^H = i_{12}^H i_{5h}^8 i_{34}^H > 0$  и точка  $\omega_H$  находится вне отрезка  $\overline{ab}$  со стороны точки  $\omega_4$  (аналогично случаю на рис.1) при разнонаправленных скоростях входных звеньев дифференциала.

На рис.5 в качестве примера выполнено построение картин линейных и угловых скоростей замкнутого планетарного механизма с парными сателлитами при конечном водиле Н. В механизме центральные звенья  $Z_1$  и  $Z_4$  дифференциала типа  $D.2A - \overline{A\bar{I}}$  замкнуты с помощью планетарного  $2A - \overline{A\bar{I}}$ -механизма при неподвижном центральном колесе  $Z_5$ . Ведущим с известной угловой скоростью  $\omega_1$  является звено а с центральными колесами  $Z_1$  и  $Z_8$ , а ведомым – звено к как водило Н дифференциала. Для такого

замкнутого механизма построение картин необходимо [1] начинать с водила Н2, входящего в цепь замыкания, задавшись произвольным отрезком  $\overline{P_{34}a_{34}}$

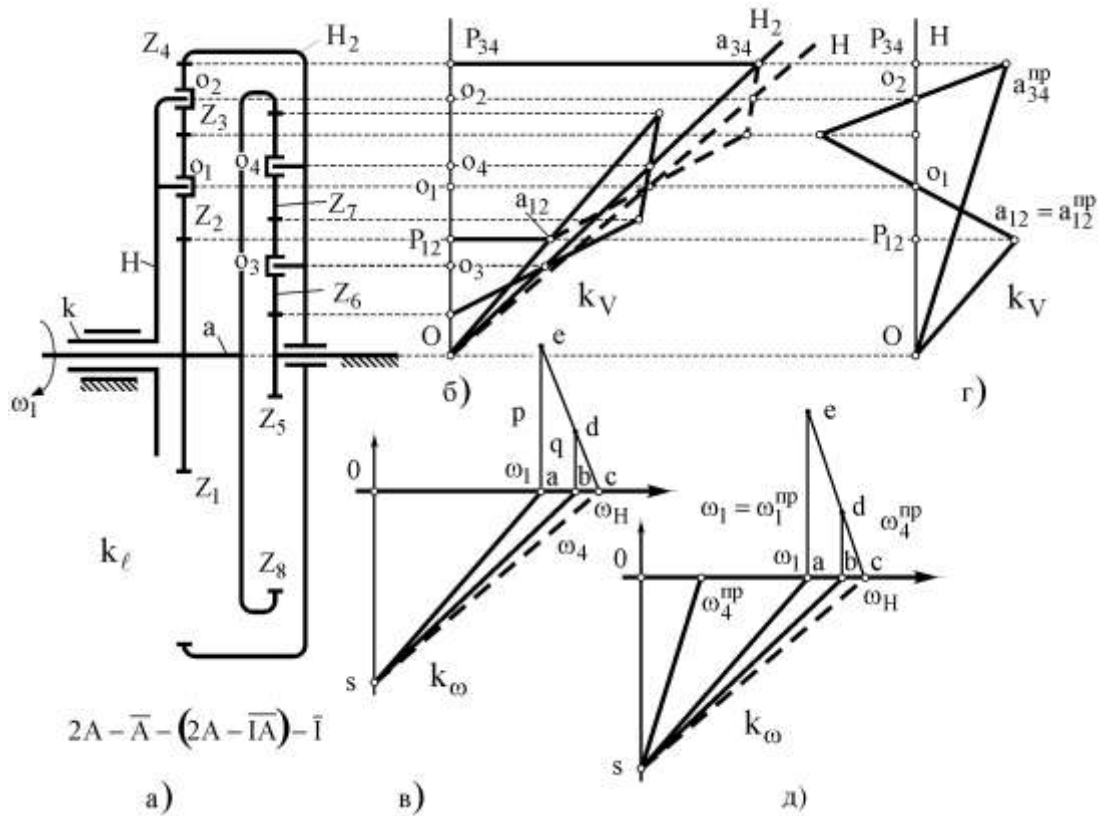


Рис. 5

и с учетом неподвижности колеса  $Z_5$  определяется распределение скоростей

по звену  $Z_8 - Z_1$  и масштаб  $k_v = \frac{r_{w1}\omega_1}{P_{12}a_{12}}$ . Полученные линии распределения скоростей позволяют построить исходную часть картины угловых скоростей с

отрезками  $\overline{0\omega_4}$  и  $\overline{0\omega_1}$ , по которым определяется масштаб  $k_\omega = \frac{\omega_1}{0\omega_1} = \frac{k_v}{k_\ell \cdot s}$ .

Определение угловой скорости конечного звена Н возможно, применяя один из двух предлагаемых в статье способов. Если известна величина

передаточного отношения  $i_{14}^H = \frac{p}{q}$  (на рис.5а  $i_{14}^H = \frac{r_{w4}}{r_{w1}} = 2,5 = \frac{5}{2}$ ), то строятся

(рис.5в) отрезки р и q (р=5, q=2) и определяется положение  $\omega_H$  (точка с). Если

скорости  $V_{P_{34}}$ . По отрезкам скоростей на осях сате или тов  $Z_6, Z_7$



величина  $i_{14}^H$  неизвестна, что более вероятно для замкнутого механизма, то ведется построение картины линейных скоростей приведенного механизма дифференциала  $Z_1 - Z_4$  (рис.5г) при  $\omega_1^{пр} = \omega_1$  и переносится линия  $Oa_{34}^{пр}$  на картину угловых скоростей (рис.5д), фиксируя величину  $\omega_4^{пр}$ . Геометрическим построением при  $\overline{ae} = \overline{oa}$  и  $\overline{bd} = \left( \overline{O\omega_4^{пр}} \right)$  определяется положение точки с и величина  $\omega_H$ .

Построение картин скоростей остальных звеньев возможно только после геометрического применения формулы Виллиса (показано пунктирами на рис.5б).

Во всех рассмотренных примерах для сохранения приемлемого масштаба угловые скорости сателлитов не показаны. После построения полной картины линейных скоростей их определение тривиально.

Более общий способ построения картин скоростей, пригодный для всех дифференциальных механизмов при любых входных звеньях, с использованием кинематики частных планетарных механизмов приведен в статье «Общий метод кинематического исследования дифференциальных механизмов», помещенной в настоящем сборнике.

Общие выводы:

- предложены два способа получения картин скоростей дифференциальных механизмов с рядным и планетарным развитием сателлитов при выходном (конечном) водиле, скорости которого следует определить построением;

- картины скоростей таких дифференциальных механизмов при конечном звене водиле возможны, если начинать их построение с определения угловой скорости водила на картине угловых скоростей с помощью формулы Виллиса как пропорции (при необходимости предварительно построив картину линейных скоростей приведенного механизма).

**Список литературы:** 1. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование), Харьков, Издательский центр ХАИ. 2003г. 446 с. 2. Кирдяшев Ю.Н. Многопоточные передачи дифференциального типа. Л-д, Машиностроение, 1981г. 223 с. 3. Красеньков В.И., Вашец А.Д. Проектирование планетарных механизмов транспортных машин. М. Машиностроение 1986г. 270 с.