УДК 621.833

П.Л. НОСКО, д.т.н., **А.А. МУХОВАТЫЙ, Н.В. ШИШОВА**, Луганск, ВНУ им. В. Даля

ПОТЕРИ НА ТРЕНИЕ В ЗАЦЕПЛЕНИИ ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС С ГЕОМЕТРИЕЙ ЗУБЬЕВ ОБЩЕГО ВИДА

In work the losses on friction in a linkage cylindrical tooth-direct of sprockets, cut by the tool with an initial outline outlined by any curve are certain(determined).

Потери на трение в зацеплении существенно влияют на экономические показатели передаточных механизмов приводов машин. Поэтому важными являются исследования по определению этих потерь для передач зацеплением и, в том числе, для прямозубых цилиндрических передач. Создание передач с высокими критериями работоспособности неразрывно связано с исследованиями потерь в зоне контакта рабочих поверхностей и с проблемой многокритериального синтеза машиностроительных конструкций [1].

Для эвольвентных цилиндрических зубчатых передач потери в зацеплении глубоко исследованы в работах [2,3]. Однако полученные в этих работах результаты использовать при определении потерь в зацеплении прямозубых цилиндрических колес с геометрией зубьев, отличающейся от геометрии эвольвентных зубьев, не представляется возможным. Целью статьи является определение потерь на трение в зацеплении прямозубых цилиндрических колес, нарезанных инструментом с исходным контуром, очерченным произвольной кривой.

Потери в зацеплении зависят от коэффициента трения скольжения в зоне контакта зубьев, который можно определить в соответствии с рекомендациями [4,5] и который зависит от геометрокинематических критериев зацепления таких, как приведенная кривизна контактирующих поверхностей, относительная скорость в зоне контакта зубьев, суммарная скорость качения. В дальнейшем будем полагать, что коэффициент трения скольжения в зоне контакта зубьев прямозубых цилиндрических колес определяется в соответствии с данными работ [4,5] и зависит от положения зоны контакта в поле зацепления.

Рассмотрим прямозубые цилиндрические зубчатые колеса, нарезанные инструментальной рейкой, уравнение поверхности зубьев которой в связанной с ней системе координат (O_nZ_n – направлена параллельно осям колес) имеет вид

$$X_n = f_1(\lambda),$$
$$Y_n = f_2(\lambda), \qquad (1)$$
$$Z_n = \mu,$$

где $f_1(\lambda), f_2(\lambda)$ – произвольные функции, определяющие геометрию исходного контура реечного инструмента; λ, μ – независимые параметры (в дальнейшем параметр λ в обозначениях соответствующих функций и их производных будем опускать).

Уравнение станочного зацепления при нарезании зубьев шестерни можно представить [6] так

$$F_1 = -R_1\varphi_1 + \Omega_2 = 0, \qquad (2)$$

где R_1 – радиус делительного цилиндра шестерни; φ_1 – угол поворота шестерни вокруг своей оси; $\Omega_2 = \Omega_1 + f_2$; $\Omega_1 = \dfrac{f_1 f_1'}{f_2'}$; f_1', f_2' – первые производные функций f_1 и f_2 по λ.

При использовании (1) и (2) получаем уравнение поверхности станочного зацепления в неподвижной системе координат (ось OZ направлена параллельно осям колес)

$$X = f_1,\ Y = -\Omega_1,\ Z = \mu. \tag{3}$$

Записывая (3) в системе координат, связанной с шестерней (ось O_1Z_1 направлена по оси шестерни), имеем уравнение поверхности ее зубьев

$$\begin{aligned} X_1 &= \left(f_1 + R_1\right)\cos\varphi_1 + \Omega_1 \sin\varphi_1, \\ Y_1 &= \left(f_1 + R_1\right)\sin\varphi_1 - \Omega_1 \cos\varphi_1, \\ Z_1 &= \mu. \end{aligned} \tag{4}$$

В системе координат, связанной с шестерней, значения проекций единичных векторов к профилям зубьев, будут равны [7]:

– нормали

$$\begin{aligned} e_{X1} &= e_X \cos\varphi_1 - e_Y \sin\varphi_1, \\ e_{Y1} &= e_X \sin\varphi_1 + e_Y \cos\varphi_1, \\ e_{Z1} &= 0; \end{aligned} \tag{5}$$

– касательной

$$\begin{aligned} \tau_{X1} &= \tau_X \cos\varphi_1 - \tau_Y \sin\varphi_1, \\ \tau_{Y1} &= \tau_X \sin\varphi_1 + \tau_Y \cos\varphi_1, \\ \tau_{Z1} &= 0, \end{aligned} \tag{6}$$

где $e_X = -\dfrac{f_2'}{n}$, $e_Y = \dfrac{f_1'}{n}$; $\tau_X = \dfrac{f_1'}{n}$, $\tau_X = \dfrac{f_2'}{n}$ – проекции единичных векторов нормали и касательной к профилям зубьев рейки (1) на оси неподвижной системы координат; $n = \left[\left(f_1'\right)^2 + \left(f_2'\right)^2\right]^{0,5}$.

Запишем так же значения геометрокинематических критериев, от которых зависит коэффициент трения скольжения в зацеплении [4,5].

Приведенная кривизна рабочих поверхностей зубьев с использованием [6] равна

$$\chi = \frac{(R_1 + R_2)\, f_2' \, (\Omega_2')^2}{n^3 \left(R_1 + \dfrac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right) \left(R_2 - \dfrac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right)}, \qquad (7)$$

где R_2 – радиус делительного цилиндра колеса; Ω_2' – производная функции Ω_2 и λ.

Относительная скорость для внешнего зацепления колес с использованием [6] имеет значение

$$V^{12} = \frac{\omega_1 f_1}{f_2'} \left(\frac{u+1}{u} \right) n, \qquad (8)$$

где ω_1 – угловая скорость шестерни; u – передаточное число зубчатой передачи.

Суммарную скорость качения с использованием [6] представим в виде

$$V_{\Sigma} = \frac{\omega_1 n}{\Omega_2'} \left[2R_1 + \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \left(1 - \frac{1}{u} \right) \right]. \qquad (9)$$

Переходим теперь к определению коэффициента потерь на трение в зацеплении. Мощность сил трения на контактной линии при $\varphi_1 = const$ равна

$$\Delta P = F_n f V^{12},$$

(10)

где F_n – сила в зацеплении, направленная по нормали к поверхности зубьев; f – коэффициент трения скольжения, определяемый в соответствии с рекомендациями [4,5] при значениях геометрокинематических критериев (7),(8),(9).

Мощность на валу шестерни можно представить в виде

$$P_1 = \omega_1 F_n \left[\bar{r}_1 \times \bar{e}_1 \right]_{Z1} \pm \omega_1 F_n f \left| \left[\bar{r}_1 \times \bar{\tau}_1 \right]_{Z1} \right|, \qquad (11)$$

где $\left[\bar{r}_1 \times \bar{e}_1 \right]_{Z1}$ – проекция векторного произведения единичного вектора нормали $\bar{e}_1$ с координатами (5) и вектора $\bar{r}_1$ с координатами (4) на ось шестерни; $\left[\bar{r}_1 \times \bar{\tau}_1 \right]$ – проекция векторного произведения единичного вектора $\bar{\tau}_1$ с координатами (6) и вектора $\bar{r}_1$ с координатами (4) на ось шестерни; минус – для дополюсной зоны зацепления, плюс – для заполюсной зоны зацепления.

Используя (4),(5),(6) и (11), получаем

$$P_1 = \frac{\omega_1 F_n R_1 f_1'}{n} \pm \frac{\omega_1 F_n f}{n} \left| \Omega_1 f_1' + f_1 + R_1 f_2' \right|.$$

(12)

Из (10) и (12) мгновенный коэффициент потерь на трение равен

$$\psi_\gamma' = \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{fn^2 \left| f_1 \right| \dfrac{u+1}{u \left| f_2' \right|}}{R_1 \left| f_1' \right| \pm f \left| \Omega_1 f_1' + f_1 + R_1 f_2' \right|}. \qquad (13)$$

Анализ показывает, что для реальных значений функций f_1 и f_2 и их производных второе слагаемое знаменателя выражения (13) не оказывает существенного влияния на величину коэффициента потерь на трение. С учетом данного положения из (8) и (13) следует

$$\psi_\gamma' = \frac{fn^2 (u+1)|f_1|}{u\left|f_2' f_1'\right|R_1}. \qquad (14)$$

Из соотношения (14) следует, что в общем случае мгновенный коэффициент потерь на трение изменяется при переходе от одной мгновенной контактной линии к другой, поскольку в этом случае изменяются f, функции f_1, f_2 и их производные. Выражение (14) является более общим в сравнении с результатом работ [2,3] и может быть использовано при определении коэффициента потерь в случае нарезания колес инструментом с исходным контуром, очерченным произвольной кривой.

Для нахождения суммарных потерь на трение необходимо определить потери мощности на преодоление трения за время поворота шестерни на угловой шаг. Равный $2\pi / Z_1^*$, где Z_1^* – число зубьев шестерни. При этом выделим при повороте шестерни зону двухпарного и однопарного зацеплений. Пусть угол шестерни, соответствующий зоне двухпарного зацепления изменяется в пределах $\varphi_{21} \le \varphi_1 \le \varphi_{22}$, а угол, соответствующий зоне однопарного зацепления, в пределах $\varphi_{01} \le \varphi_1 \le \varphi_{02}$. Эти пределы можно найти, используя уравнение зацепления (2) при крайних значениях f_1, определяемых из соотношений

$$R_{a1}^2 = (f_1 + R_1)^2 + \Omega_1^2,$$

$$R_{a2}^2 = (f_1 - R_2)^2 + \Omega_1^2, \qquad (15)$$

где R_{a1}, R_{a2} – радиусы вершин зубьев шестерни и колеса.

Тогда суммарная работа сил трения при повороте шестерни на угловой шаг с использованием (10) будет равна

$$A_T = \frac{1}{\omega_1}\left|\int\limits_{\varphi 21}^{\varphi 22} F_{n1} f V^{12} d\varphi\right| + \frac{1}{\omega_1}\left|\int\limits_{\varphi 01}^{\varphi 02} F_n f V^{12} d\varphi\right| + \frac{1}{\omega_1}\left|\int\limits_{\varphi 21}^{\varphi 22} F_{n2} f V^{12} d\varphi\right|, \quad (16)$$

где F_{n1}, F_{n2} – силы действующие на ножку и головку зуба шестерни в зоне двухпарного зацепления.

В первом приближении можно положить, что сила, действующая в зацеплении, делится пополам между одновременно контактирующими парами зубьев, как это принято в работе [2] при определении коэффициента потерь на трение в эвольвентном зацеплении.

Значения составляющих работы сил трения на ножке и головке зуба шестерни будут различными даже при $F_{n1} = F_{n2}$, поскольку f, V^{12} для головки и ножки зуба будут отличаться по своей величине.

Если крутящий момент на валу шестерни T_1, то с учетом равенства (12) без второго слагаемого получаем

$$F_n = \frac{T_1 n}{R_1 f_1^{'}}, \quad (17)$$

а суммарная работа крутящего момента при повороте шестерни на угловой шаг

$$A = \frac{2\pi}{Z_1^*} T_1 . \quad (18)$$

Тогда при $F_{n1} = F_{n2}$ с учетом (8),(16),(18) получаем значение коэффициента потерь на трение в зацеплении

$$\psi_з^{'} = \left(\frac{u+1}{u}\right) \frac{0{,}5\left|\int\limits_{\varphi 21}^{\varphi 22} \frac{ff_1 n^2}{f_1^{'} f_2^{'}} d\varphi\right|_H + \left|\int\limits_{\varphi 01}^{\varphi 02} \frac{ff_1 n^2}{f_1^{'} f_2^{'}} d\varphi\right| + 0{,}5\left|\int\limits_{\varphi 21}^{\varphi 22} \frac{ff_1 n^2}{f_1^{'} f_2^{'}} d\varphi\right|_Г}{\frac{2\pi}{Z_1^*} R_1}, \quad (19)$$

где индексом „Н" – обозначены значения для ножки, индексом „Г" – значения для головки зуба шестерни.

Выводы: 1. Получено значение коэффициента потерь на трение в зацеплении прямозубых цилиндрических колес, зубья которых нарезаны инструментом с исходным контуром, очерченным произвольной кривой.

2. Результаты статьи можно использовать при сравнительном анализе потерь на трение в зацеплении колес с различной геометрией зубьев.

Список литературы: 1. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми богатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // Львів, Машинознавство, 2002, N10(64). – с.26 – 40. 2. Кудрявцев В. Н. Детали машин. Л.: Машиностроение, 1980. – 464с. 3. Повышение несущей способности механического привода //Под общей ред. проф. В.Н. Кудрявцева. Л.: Машиностроение, 1973.– 224с. 4. Трение, изнашивание, смазка // Справочник в 2-х кн. Под редакцией И.В. Крагельского и В.В. Алисина. Книга 2. М.: Машиностроение, 1979. – 358с. 5. Кудрявцев В.Н., Державец Ю.А., Глухарев Е.Г. Конструкции и расчет зубчатых редукторов. Л.: Машиностроение. 1971.- 328 с. 6. Шишов В.П. Теория, математическое обеспечение и реализация синтеза высоконагруженных передач зацеплением для промышленного транспорта.// Дис. докт. техн. наук, Луганск, 1994. -524 с. 7. Литвин Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений. // М.: Наука, 1968. – 584 с.