

УДК 621.833

Г. Ф. РОМАНОВСКИЙ, д. т. н., **А. П. ПОПОВ**, д. т. н.,
Е. Е. ЛУЧЕНКОВ, ст-т, **Е. Ю. ФОРНОСОВ**, ст-т, Николаев,
Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова

РАВНОПРОЧНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ НОВИКОВА ПО КОНТАКТНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

For the first time was obtained an expressions for modification factors definition in conformity with the Novikov's toothing. These expressions result in creation of the Novikov's toothing with full-strength tooth regarding contact stresses.

Повышение контактной прочности зубьев является одной из приоритетных проблем, связанных с научными и практическими заданиями, направленными на повышение работоспособности и эффективности зубчатых передач. Особое значение указанная проблема имеет для зацепления Новикова, потенциальные возможности которого в полном объеме остаются нераскрытыми до сих пор.

Особенности зацепления Новикова определяют рассмотрение принципиально новых методологических основ решения контактных задач и моделей взаимодействия зубьев, к которым относятся: модель внешнего и внутреннего контакта цилиндров, расположенных в двух взаимно перпендикулярных плоскостях; модель контакта в одной из плоскостей цилиндра с полуцилиндром или двух полуцилиндров, цилиндра с ломаной плоскостью и т. д.

В настоящее время практически отсутствуют рекомендации и разработки по модификации зубьев зацепления Новикова, направленные не только на уменьшение динамических нагрузок, но и на снижение высоких контактных напряжений на входе и выходе зубьев из зацепления до уровня напряжений, имеющих место в сечениях, удаленных от торцевых сечений зубьев.

Цель работы – решение задачи по определению параметров модификации зубьев, которые являются основой для получения равнопрочного зацепления Новикова по контактным напряжениям.

Зацепление Новикова, характеризующееся начальным точечным контактом зубьев, имеет радиусы кривизны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях zOx и zOy [1]. В плоскости zOx имеет место внутреннее зацепление зубьев, а в плоскости zOy – внешнее зацепление. В связи с этим в качестве расчетной в плоскости zOx выступает модель контакта двух цилиндров с радиусами ρ_1 и ρ_2 внутреннего касания, а в плоскости zOy – во всех сечениях, за исключением торцевых сечений зубьев, модель двух эквивалентных цилиндров с радиусами R_1 и R_2 внешнего касания.

Известно, что при вращении зубчатых колес линия контакта в передачах Новикова появляется вначале в торцевом сечении, когда зубья входят в зацепление, а затем последовательно в других сечениях, вплоть до противоположного торцевого сечения, когда зубья выходят из зацепления. Поэтому в торцевых сечениях в плоскости zOy имеет место модель контакта двух эквивалентных полуцилиндров с радиусами R_1 и R_2 , для которых характерны напряжения, превышающие примерно в 1,5...1,6 раза напряжения, присущие модели контакта двух цилиндров [2].

Для снижения напряжений на входе и выходе зубьев из зацепления следует предусмотреть высотную модификацию зубьев на торцевых участках таким образом, чтобы модель контакта двух полуцилиндров можно было заменить моделью контакта двух цилиндров. С этой целью необходимо образующие боковых поверхностей выпуклых зубьев на участках, отстоящих на расстоянии λl от торцевых сечений, с двух сторон, учитывая реверсивную работу передачи, заменить криволинейными образующими с радиусом кривизны R_3 и величиной заглубления на торцах Δa , где l – длина

модифицированного участка зуба; λ – коэффициент, который может быть больше, меньше или равен единице.

Из рис. 1, на котором схематически изображено взаимодействие зубьев до нагружения (*a*) и после нагружения (*б*), следует, что в результате модификации выпуклого зуба 1 на участке длиной $-\lambda l$, расположенном слева от оси z , имеет место модель контакта двух цилиндров вследствие перемещения линии контакта из торцевого сечения в сечение, проходящее через точку касания зубьев 1 и 2.

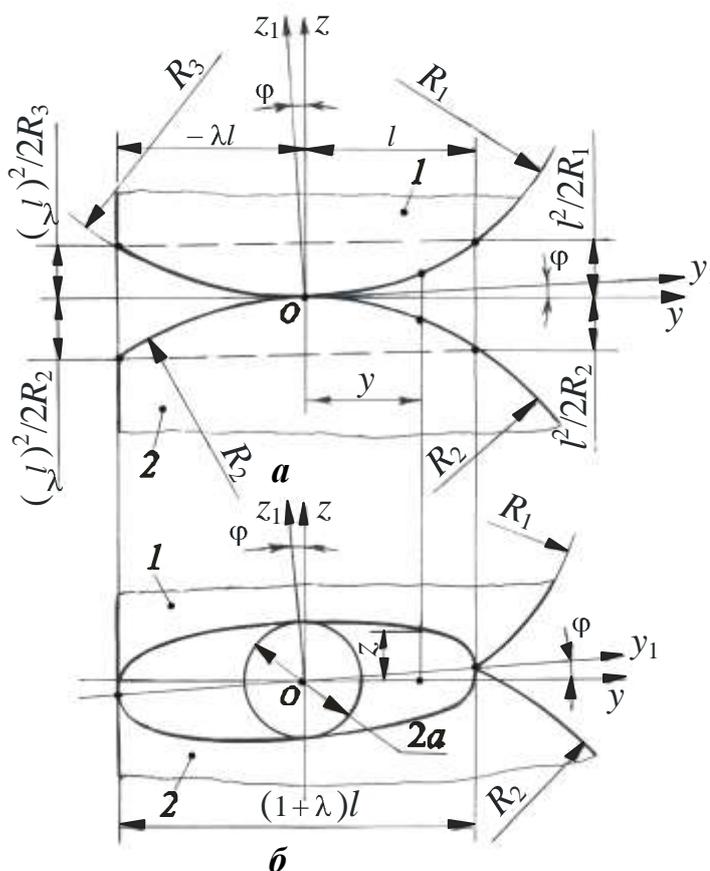


Рис. 1. Модель контактного взаимодействия зубьев до нагружения (*a*) и после нагружения (*б*)

Решение задачи выполним в системе координат zOy , пренебрегая малой величиной угла φ , исходя из одинаковых материалов зубчатых колес, в связи с чем примем коэффициенты Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и модули упругости материалов $E_1 = E_2 = E$.

Разработанная методология решения контактных задач предусматривает определение двух равнозначных друг другу функций $w(x, y)$

контактных деформаций, зависящих, в свою очередь, от функций w_{α} и w_{ψ} .

Выражение контактных деформаций w_{α} в плоскости zOx имеет вид [1]:

$$w_{\alpha} = \frac{b_0^2}{2\rho} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}}, \quad (1)$$

где b_0 – полуширина площадки контакта; $\rho = \rho_1 \rho_2 / (\rho_2 - \rho_1)$ – приведенный радиус кривизны.

Принимая в плоскости zOy закон изменения деформаций w_{ψ} , как и деформаций w_{α} , эллиптическим, запишем, учитывая $R_1 \neq R_3$ и $\lambda l \neq l$ (рис. 1), выражения контактных деформаций слева и справа от оси z следующим образом:

$$w_{\psi} = \frac{\lambda l^2}{2R_{np}} \sqrt{1 - \frac{y^2}{\lambda l^2}} \quad (2)$$

$$w_{\psi} = \frac{l^2}{2R} \sqrt{1 - \frac{y^2}{l^2}}, \quad (3)$$

где $R_{np} = R_2 R_3 / (R_2 + R_3)$, $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ – приведенные радиусы кривизны слева и справа от оси z .

При $x=0$ и $y=0$ уравнения (1) – (3) характеризуются одинаковыми значениями максимальных контактных напряжений, в связи с чем запишем

$$\frac{\lambda l^2}{2R_{np}} = \frac{l^2}{2R} = \frac{b_0^2}{2\rho}. \quad (4)$$

Приравняв в уравнении (4) друг к другу сначала первую и вторую дроби, а затем первую и третью дроби, найдем зависимости коэффициентов λ и α :

$$\lambda = \sqrt{\frac{R_{np}}{R}}; \quad \alpha = \lambda \sqrt{\frac{\rho}{R_{np}}} = \sqrt{\frac{\rho}{R}}.$$

Так как при $x=0$ и $y=0$ максимальные величины контактных деформаций функций (1) – (3) совпадают, перейдем от указанных функций к функциям, характеризующим изменение контактных деформаций одновременно в направлении осей x и y :

$$W_{л}(\alpha, y) = \frac{\alpha l^2}{2R_{np}} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{b_0^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{\alpha l^2}\right)}; \quad (5)$$

$$W_{п}(\alpha, y) = \frac{l^2}{2R} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{b_0^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{l^2}\right)}. \quad (6)$$

Общая функция контактных деформаций имеет вид $W(\alpha, y) = W_{л}(\alpha, y) + W_{п}(\alpha, y)$. При этом слева от оси z имеем $-\lambda l \leq y \leq 0$, а справа от указанной оси переменная величина y изменяется в пределах: $0 \leq y \leq l$.

Для определения второй функции контактных деформаций, аналогичной функции $W(\alpha, y)$, полагаем, что при сжатии зубьев их сближение в пределах упругости подчиняется гипотезе Винклера, исходя из которой запишем [1, 2]:

$$W(\alpha, y) = W_{л}(\alpha, y) + W_{п}(\alpha, y) = B \sigma_{л}(\alpha, y) + \sigma_{п}(\alpha, y), \quad (7)$$

где $\sigma_{л}(\alpha, y)$, $\sigma_{п}(\alpha, y)$ – функции контактных напряжений слева и справа от оси z ; B – коэффициент подушки в м³/Н.

В общем случае коэффициент подушки зависит от переменных величин x и y , однако в уравнении (7) он представлен в виде постоянной величины. Переход от переменной величины коэффициента подушки к постоянной величине возможен при замене действительных эпюр напряжений эпюрами, ординаты которых в любой точке площадки контакта являются постоянными величинами. В соответствии со сказанным перейдем к определению коэффициента подушки B , для чего, исходя из рис. 1, запишем выражение средних по величине контактных напряжений

$$\sigma_m = \frac{F_n}{2\lambda + \lambda \bar{b}_0}. \quad (8)$$

При точечном касании зубьев в процессе их нагружения силой F_n образуется площадка контакта размером $2\lambda + \lambda \bar{b}_0$, по которой в двух взаимно перпендикулярных направлениях действуют напряжения σ_x и σ_y , определяемые по известным формулам:

$$\sigma_x = \frac{\epsilon_x + \nu \epsilon_y}{1 - \nu^2} E; \quad \sigma_y = \frac{\epsilon_y + \nu \epsilon_x}{1 - \nu^2} E,$$

где $\varepsilon_x = \Delta L_x / L_x$, $\varepsilon_y = \Delta L_y / L_y$ – относительные деформации; ΔL_x , ΔL_y – абсолютные деформации; L_x , L_y – некоторые линейные размеры, принимаемые в данном случае равными $2b_0$ и $\mu + \lambda \bar{l}$, т. е. $L_x = 2b_0$, $L_y = \mu + \lambda \bar{l}$.

В любой точке площадки контакта, в том числе и при $x = y = 0$, абсолютные величины деформаций ΔL_x и ΔL_y равны друг другу, в связи с чем имеем $\varepsilon_x \cdot L_x = \varepsilon_y \cdot L_y$, откуда $\varepsilon_x / \varepsilon_y = L_y / L_x$. После подстановки в выражение $\varepsilon_x / \varepsilon_y = L_y / L_x$ значений $L_x = 2b_0$ и $L_y = \mu + \lambda \bar{l}$ определим $\varepsilon_x = \mu + \lambda \bar{\varepsilon}_y / 2\alpha$ и $\varepsilon_y = 2\alpha \varepsilon_x / (\mu + \lambda \bar{\varepsilon}_y)$, где $\alpha = b_0 / l = \sqrt{\rho / R}$.

В результате замены реальных эпюр напряжений эквивалентными по площадям эпюрами постоянных средних напряжений σ_m , полагая $\sigma_m = (\sigma_x + \sigma_y) / 2$ с учетом выражений ε_x и ε_y , получим

$$\sigma_m = \frac{K_v (\mu + \lambda + 2\alpha \bar{\varepsilon}_y) E}{2(1 - \nu^2) (\mu + \lambda \bar{\varepsilon}_y)}; \quad (9)$$

где $K_v = 1 + \nu$ – коэффициент.

Уравнение, устанавливающее взаимосвязь между контактными деформациями и возникающими при этом в зубьях напряжениями, имеет вид [1]

$$W = C_m \sigma_m, \quad (10)$$

где C_m – размерный параметр в м/МПа.

Объединив выражения (9) и (10), полагая $\varepsilon_x = \Delta L_x / 2b_0$ и $W = \Delta L_x$, найдем зависимость размерного параметра

$$C_m = \frac{4(1 - \nu^2) (\mu + \lambda \bar{b}_0)}{K_v (\mu + \lambda + 2\alpha \bar{E})}. \quad (11)$$

Используя уравнения (8) и (11), определим податливость сопряженной пары зубьев

$$\delta_k = \frac{C_m \sigma_m}{F_n} = \frac{2(1 - \nu^2)}{K_v (\mu + \lambda + 2\alpha \bar{E} l)}.$$

Затем, умножив площадку контакта размером $2\lambda + \lambda \bar{b}_0$ на правую часть последнего выражения, получим зависимость коэффициента подушки

$$B = 2\lambda + \lambda \bar{b}_0 \delta_k = \frac{4\lambda - \nu^2 \lambda + \lambda \bar{b}_0}{K_\nu \lambda + \lambda + 2\alpha \bar{E}}. \quad (12)$$

На основе функций (5) – (7) с учетом выражения (12) составим основное уравнение напряженно-деформированного состояния сопряженной пары зубьев

$$\begin{aligned} B \left[\int_{-\lambda l}^0 \int_0^{b_0} \sigma_{\perp}(\alpha, y) \bar{dxdy} + \int_0^l \int_{-b_0}^{b_0} \sigma_{\parallel}(\alpha, y) \bar{dxdy} \right] &= AF_n = \\ = \frac{4\lambda - \nu^2 \lambda + \lambda \bar{b}_0 F_n}{K_\nu \lambda + \lambda + 2\alpha \bar{E}} &= \int_{-\lambda l}^0 \int_0^{b_0} W_{\perp}(\alpha, y) \bar{dxdy} + \int_0^l \int_{-b_0}^{b_0} W_{\parallel}(\alpha, y) \bar{dxdy} = \frac{\pi^2 b_0 l^3}{16RR_{\text{пр}}} \left(R_{\text{пр}} + \lambda^3 R \right), \end{aligned}$$

исходя из которого при $\nu=0,3$ представим параметр l следующим образом:

$$l = 1,656 \sqrt{\frac{\lambda + \lambda \bar{R} R_{\text{пр}} F_n}{\lambda + \lambda + 2\alpha \left(R_{\text{пр}} + \lambda^3 R \right) \bar{E}}}. \quad (13)$$

На основе соотношения $B \sigma_{\perp}(\alpha, y) \bar{dxdy} = W_{\perp}(\alpha, y) \bar{dxdy}$, полагая $x=y=0$ в функции (5), запишем выражение максимальных контактных напряжений $\sigma_{\text{н}} = \lambda l^2 / 2R_{\text{пр}} B$, которое с учетом уравнений (12) и (13) преобразуется к виду

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{0,296\lambda^2}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{\lambda + \lambda + 2\alpha \bar{E}^2 F_n}{\lambda + \lambda^2 \left(R_{\text{пр}} + \lambda^3 R \right) \bar{E}^2}}. \quad (14)$$

Исходя из рис. 1 и выражения (13), найдем зависимость для определения величины заглубления Δa на торцевых участках зубьев:

$$\Delta a = \frac{\lambda l^2}{2R_3} = \frac{1,371\lambda^2}{R_3} \sqrt[3]{\left[\frac{\lambda + \lambda \bar{R} R_{\text{пр}} F_n}{\lambda + \lambda + 2\alpha \left(R_{\text{пр}} + \lambda^3 R \right) \bar{E}} \right]^2}. \quad (15)$$

В результате анализа выражений (13) – (15) установлено, что наиболее оптимальным решением при модификации зубьев зацепления Новикова является случай, когда $R_3 = R_1$, в связи с чем $\lambda=1$, $R_{\text{пр}} = R$, при которых указанные уравнения преобразуются к виду:

$$l = 1,0433 \sqrt{\frac{RF_n}{\lambda + \alpha \bar{E}}}; \quad \sigma_{\text{н}} = \frac{0,235}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{\lambda + \alpha \bar{E}^2 F_n}{R^2}}; \quad \Delta a = \frac{0,544}{R_1} \sqrt[3]{\left[\frac{RF_n}{\lambda + \alpha \bar{E}} \right]^2}.$$

Рекомендуется при проектировании зацепления Новикова с модифицированными зубьями исходить из соотношения

$$\Delta a < \Delta p_x = \frac{\pi m_n \Delta \varepsilon}{2 \sin \beta},$$

где Δp_x , $\Delta \varepsilon$ – дробные части соответственно осевого шага и коэффициента осевого перекрытия [3]; m_n – модуль зацепления в нормальном сечении; β – угол наклона зуба.

Таким образом, с учетом впервые полученных выражений для определения параметров модификации зубьев $R_3 = R_1$, l , Δa возможно создание зацепления Новикова с равнопрочными по контактными напряжениям зубьями при любом положении линии контакта, в том числе при входе и выходе зубьев из зацепления.

Список литературы: 1. Попов О. П., Попова Л. О. Дослідження моделі контакту півпросторів, які обмежені криволінійними поверхнями, застосовно до зацеплення Новікова. – Миколаїв.: Вісник аграрної науки Причорномор'я, 2001. – Вип.3(10). – С. 134 – 143. 2. Попов А. П., Попова Л. А. Исследование контактной прочности зацепления Новикова при торцевом взаимодействии зубьев // Тр. Междунар. науч.-техн. конф. – Зб. наук. праць УДМТУ. – Миколаїв, 2002, № 1(379). – С. 37 – 46. 3. Попов А. П., Селивановский В. Ю. Новый метод расчета контактных напряжений в зацеплении Новикова // Вест. национального техн. университета «ХПИ». – Харьков, 2003. – Том 2. – С. 82 – 87.