УДК 621.83

Ю.В. МЕЗИНЦЕВА, к.т.н., ВНУ им. В.Даля
Т.Г. ХМЕЛОВСКИЙ, ВНУ им. В.Даля

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ ИСХОДНОГО КОНТУРА ГИПОИДНОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ НОВИКОВА

Для зубчастих гіпоїдних передач Новикова синтезується вихідний контур за допомогою багатокритеріальної оптимізації його геометричних параметрів. Мал. 2 Таб. 4. Дж. 6.

With the help of multicriteria optimization an initial prophile for hypoid Novikov gears is synthesized Fig. 2, Tab. 4, Sc. 6

Введение. Одной из наиболее важных задач, возникающих при проектировании зубчатых передач, является поиск таких значений геометрических параметров исходного контура, которые обеспечили бы экстремальные значения целевой функции. Сложность решения указанной задачи определяется, прежде всего тем, что при формировании целевой функции приходится учитывать несколько критериев качества проектных решений. Используемые в работах [2,4] методы, позволяющие учитывать многокритериальность исходной оптимизационной задачи, в основном ориентированны на свертывание выбранных критериев в обобщенный критерий и поэтому имеют два основных недостатка. Во-первых, эти методы не гарантируют принадлежность полученного решения парето-оптимальному множеству, во-вторых, получаемое решение является неоднозначным в силу того, что улучшение по одному из критериев может быть компенсировано ухудшением по другому. В данной работе используется метод, гарантирующий единственность и оптимальность по парето полученного решения [5].

Цель статьи. Целью данной статьи является решение задачи синтеза исходного контура ДЛЗ зубчатых гипоидных передач Новикова на базе квазигиперболоидных начальных поверхностей, путем многокритериальной оптимизации его геометрических параметров.

Основной материал.

Теоретические аспекты и используемые понятия. Примем следующую постановку задачи многокритериального синтеза исходного контура. Необходимо найти такое сочетание варьируемых геометрических параметров

$$\rho_a^*,\ \rho_f^*,\ \alpha_k^*,\ x_a^*,\ x_f^*,\ y_a^*,\ y_f^*,\ \ldots \tag{1}$$

которые однозначно определяют геометрию исходного контура, при котором критерии качества, например:

$$V^{(12)}, V^{(\Sigma)}, \text{æ}, C, K_v, \ldots \tag{2}$$

– относительная скорость скольжения активных поверхностей зубьев; суммарная скорость, суммарной скорости перемещения точек контакта в направлении, перпендикулярном большой оси эллиптической площадки мгновенного контакта, коэффициент чувствительности передачи к погрешностям изготовления и монтажа, коэффициент прилегания, коэффициент задиростойкости, . . . – наиболее близки к своим экстремальным значениям

$$V^{(12)*}, V^{(\Sigma)*}, \text{æ}^*, C^*, K_v^*, \ldots \tag{3}$$

– наилучшим числовым характеристикам критериев в рассматриваемых условиях эксплуатации.

Обозначим множество искомых геометрических параметров исходного контура (1) вектором

$$\bar{\alpha}^X = \left\{\alpha_1^X, \alpha_2^X, \alpha_3^X, \ldots, \alpha_N^X\right\}, \tag{4}$$

при этом вектор $\bar{\alpha}^X \in A$ называется альтернативой, где A пространство допустимых альтернатив, а множество показателей качества работы передачи (2) вектором

$$\bar{f} = \left\{\bar{f}_i\left(\bar{\alpha}^X\right)\right\} = \left\{V^{(12)}, V^{(\Sigma)}, \mathrm{C}, \mathrm{K_v}, \eta^{(1)}, \eta^{(2)}, \Omega^{(верч)}, \Omega^{(кач)}, \ldots\right\} \tag{5}$$

называемым множеством функций цели. Через $I = \{1, \ldots, M\}$ обозначено множество индексов соответствующих совокупности показателей качества, с учетом которых выбирается альтернатива $\bar{\alpha}^X$, при этом $I_1 = \{1, \ldots m\}$, $I_2 = \{m+1, \ldots, M\}$ множество индексов соответственно для максимизируемых и минимизируемых функций цели.

Тогда в терминах многокритериальной оптимизации задача синтеза формулируется следующим образом. Среди множества альтернатив (4) найти такую эффективную (эффективность означает принадлежность множеству Парето) альтернативу

$$\bar{\alpha}^{X*} = \left\{\alpha_1^{X*}, \alpha_2^{X*}, \alpha_3^{X*}, \ldots, \alpha_N^{X*}\right\} \tag{6}$$

которая была бы компромиссной в соответствии с заданными предпочтениями. При этом под компромиссом понимается выбор такой альтернативы, которая может не являться оптимальной ни для одной функции цели, но оказывается приемлемой для всего множества функций f. Приемлемость определяется существованием в пространстве A такой альтернативы, при которой величина отклонений от оптимальных значений по каждой функции цели достигает наименьшего значения. Поскольку наименьшее значение отклонений не достигается одновременно на одной альтернативе для всех функций цели f, то возникает необходимость сравнивать эти отклонения между собой, что и приводит к заданию вектора предпочтений

$$\rho = \{\rho_i\} = \left\{\rho_i : \rho_i > 0 \, \forall i \in I, \sum_{i \in I} \rho_i \right\}, \qquad (7)$$

характеризующего степень значимости того или иного критерия.

Поиск альтернативы (6) будем вести на основании методики изложенной в [5] в соответствии с которой, под решением задачи многокритериальной оптимизации для заданного вектора предпочтений ρ понимается компромиссная альтернатива $\alpha^{X*} \in A$, которая обеспечивает одинаковые минимальные взвешенные относительные потери $\tilde{\omega}_i(\alpha) = \rho_i \omega_i(\alpha)$ по всем критериям одновременно, где

$$\omega_i\left(f_i(\alpha)\right) = \begin{cases} \dfrac{f_i^0 - f_i(\alpha)}{f_i^0 - f_{i(\min)}} \; \forall i \in I_1, \\ \dfrac{f_i(\alpha) - f_i^0}{f_{i(\max)} - f_i^0} \; \forall i \in I_2 \end{cases}. \qquad (8)$$

Суть методики называемой метод ограничений заключается в том, что компромиссное решение может быть найдено как единственное решение системы неравенств

$$\rho_i \omega_i\left(\bar{\alpha}^K\right) \le k_0 \;\; \forall i \in I \qquad (9)$$

для минимального значения параметра k_0, при котором система (9) еще совместна.

Проблема назначения вектора предпочтений, которая является одной из главных проблем в теории многокритериальной оптимизации, в данной работе решатся на основе методики изложенной в [3].

Синтез контура. В качестве критериев синтеза исходного контура выбраны следующие показатели качества: K_v – коэффициент задиростойкости зубьев, C - коэффициент прилегания зубьев.

Запишем аналитические выражения для критериев синтеза ($\omega^{(1)} = 1$ рад/с):

$$\mathrm{V}^{(12)} = \sqrt{E^{(1)} - 2uE^{(12)} + u^2 E^{(2)}},$$

$$\mathrm{V}^{(\Sigma)} = \left(F^{(1)} + uF^{(21)}\right) \Big/ \sqrt{G^{(1)}},$$

$$K_v = \frac{V^{(12)}}{V^{(\Sigma)}}, \; C = \frac{A_c}{A_f} = \frac{\pi ab \cos\beta_n}{B\rho\alpha_f},$$

где a, b – размеры полуосей эллиптической площадки контакта, β_n – угол наклона зубьев, B – ширина зубчатого венца.

Таблица 1

Геометрические параметры синтеза

α_1^X	α_2^X	α_3^X	α_4^X	α_5^X	α_6^X	α_7^X
x_a	ρ_a	ρ_f	α_k	y_a	y_f	x_f

Показатели качества $\mathrm{V}^{(12)}$ и $\mathrm{V}^{(\Sigma)}$ выражены через коэффициенты 1-х и 2-х квадратичных форм активных поверхностей зубьев $\mathrm{E}^{(n)}$, $\mathrm{F}^{(1)}$, $\mathrm{G}^{(1)}$, … которые вычисляются в работе [1].

Следует заметить, что геометрия исходного контура X однозначно определяется следующими параметрами

Среди этих параметров независимыми переменными являются пять:

$$\bar{\alpha}^X = \left\{\alpha_1^X, \alpha_2^X, \alpha_3^X, \alpha_4^X, \alpha_5^X\right\} = \left\{x_a, \rho_a, \rho_f, \alpha_k, y_a\right\}, \qquad (10)$$

через которые, согласно рекомендациям [6], выражаются все остальные:

$$y_f = \left(\rho_f - \rho_a\right)\sin\alpha_k;$$

$$x_f = \left(\rho_f - \rho_a\right)\cos\alpha_k + x_a - 0{,}5\, j_\Sigma \qquad (11)$$

где $j_\Sigma = \left(0{,}06 + 0{,}1\right)\cdot m_n$ – полный боковой зазор.

На основе методики изложенной выше произведем синтез исходного контура.

1. Производим поиск максимальных и минимальных значений учитываемых при синтезе показателей качества с учетом ограничений накладываемых на параметры контура, полученных исходя из геометрических соображений и эксплуатационных рекомендаций.

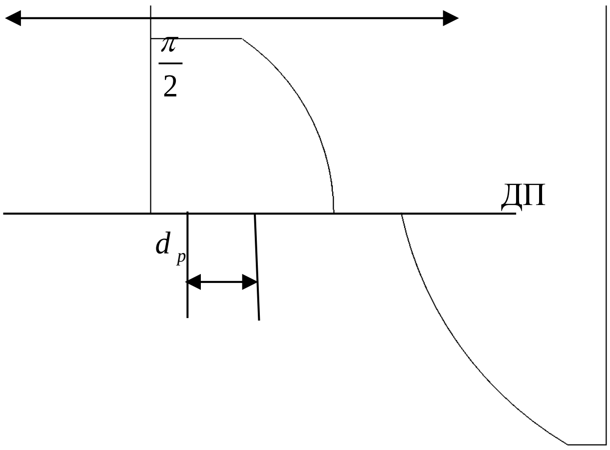

Рис. 1. К определению d_p.

Эти ограничения имеют следующий вид:

$$10^\circ < \alpha_k < 50^\circ,\ 0.1 < x_a < \frac{\pi}{4},$$

$$\frac{\pi}{8} < \rho_a < \frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{8} < \rho_f < \frac{\pi}{2}, \rho_f > \rho_a,$$

$$\frac{\pi}{2} - d_p < \rho_a - x_a + \rho_f - x_f < \frac{\pi}{2},$$

d_p - константа задающая предельно возможное расстояние между выпуклой и вогнутой частью профиля вдоль делительной прямой (рис 1) .

При расчетах примем:

$$\gamma = \frac{\pi}{2},\ r_1 = 26.344,\ r_2 = 26.344,\ \beta_1 = 74.5667^\circ,\ \beta_2 = 15.4333^\circ,$$

$$\beta_{\partial 1} = \beta_{\partial 2} = 15^\circ,\ d_p = 0.3, \omega_1 = 1.$$

Таблица 2.

Таблица максимальних и минимальных значений критериев

№	Минимум	Максимум
1	$\min\limits_{\alpha\in A} V^{(12)} = 27.4435$ мм/с	$\max\limits_{\alpha\in A} V^{(12)} = 28.4186$ мм/с
2	$\min\limits_{\alpha\in A} V^{(\Sigma)} = 2.10271$ мм/с	$\max\limits_{\alpha\in A} V^{(\Sigma)} = 677.286$ мм/с
3	$\min\limits_{\alpha\in A} K_v = 0.19422$	$\max\limits_{\alpha\in A} K_v = 5.6489$
4	$\min\limits_{\alpha\in A} C = 0.05839$	$\max\limits_{\alpha\in A} C = 0.69929$

Полученные значения показателей качества, как и соответствующие им значения геометрических параметров исходного контура являются недостижимыми на практике, однако дают представление о том, к каким экстремальным значениям должны стремиться показатели качества синтезируемого контура в процессе поиска.

2. На основании Таблицы 2. вычисляем значения элементов вектора предпочтений.

Строим таблицу нормированных значений критериев

Таблица 3.

К определению весовых коэффициентов

	K_v	C
K_v	1	0.030689
C	0.314849	1
a_{cp}	0.314849	0.030689
$1-a_{cp}$	0.685151	0.969311

Из этой таблицы следует, что показатели качества K_v и C являются противоречивыми – улучшение одного показателя ведет к ухудшению другого, что наглядно свидетельствует о том, что искомая альтернатива будет компромиссной.

Исходя из таблицы 3, строим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \dfrac{0.6851}{0.9693}, \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 1. \end{cases}$$

Из которой следует, что весовые коэффициенты соответственно равны: $\lambda_1 = 0.41412$, $\lambda_2 = 0.58587$.

3. Осуществляем процедуру синтеза исходного контура с использованием компьютерной программы, в которой реализован автором метод ограничений.

В результате синтезирован исходный контур (рис. 2) с параметрами, приведенными в таблице 4.

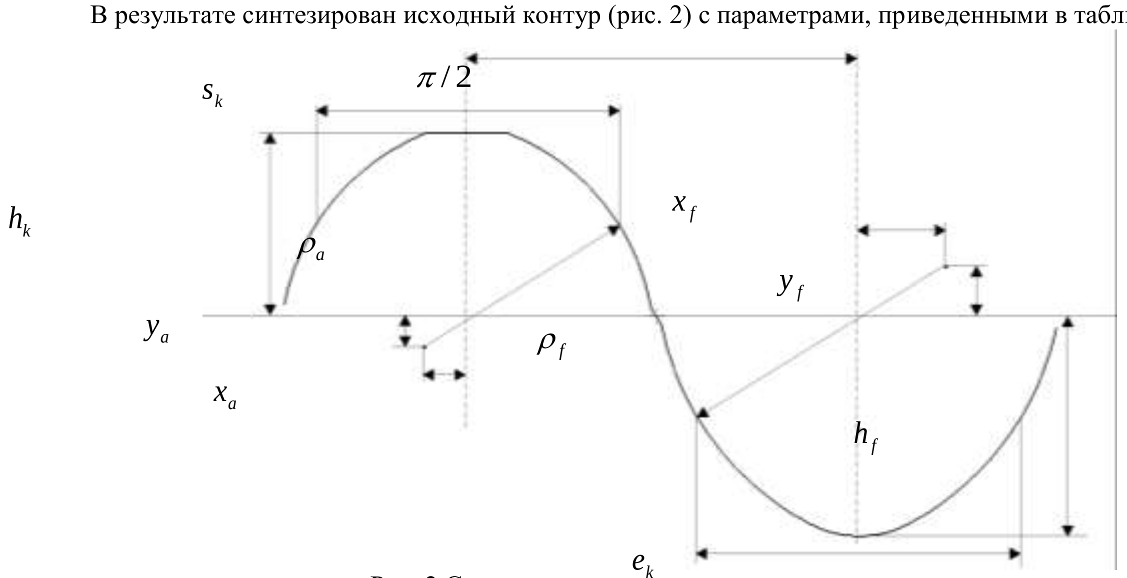

Рис. 2 Схема синтезированного исходного контура

Передача, изготовленная на базе этого контура, обладает следующими качественными показателями работоспособности: $K_v = 0.450574$, $C = 0.664701$.

Таблица 4

Геометрические параметры синтезированного исходного контура ($m_n = 1$мм)

Геометрические параметры		Расчетная формула	Значения
	Определение		

α_k	Угол давления в номинальной точке контакта		31.7847°
ρ_a	Радиус дуги профиля головки зуба		0.95356
ρ_f	Радиус дуги профиля ножки зуба		1.28606
x_a	Смещение центра профиля головки зуба от его оси симметрии		0.18495
y_a	Вертикальное смещение центра профиля головки зуба от делительной прямой		0.19828
x_f	Смещение центра профиля ножки зуба	$\left(\rho_f-\rho_a\right)\cos\alpha_k+$ $+x_a-0,5j_{\Sigma}$	0.38707
y_f	Вертикальное смещение центра профиля ножки зуба от делительной прямой	$\left(\rho_f-\rho_a\right)\sin\alpha_k$	0.12083
h_k	Высота до точки номинального контакта	$\rho_a\sin\alpha_k$	0.5022
s_k	Толщина зуба на высоте номинальной точки контакта головки	$2\left(\rho_a\cos\alpha_k-x_a\right)$	1.27663
e_k	Толщина зуба на высоте номинальной точки контакта ножки	S_k+j_{Σ}	1.3466
h_a	Высота головки зуба	$\rho_a\sin\alpha_2$	0.7334
h_f	Высота ножки зуба	h_a+C	0.8334

Выводы. В результате проведенной работы разработан метод, позволяющий синтезировать исходный контур, геометрические параметры которого будут принадлежать Берето-оптимальному множеству. Синтезирован исходный контур гипоидной зубчатой передачи Новикова (начальные поверхности которой являются квазигиперболоиды [1]).

Список литературы: 1. Грибанов В.М. Теория гиперболоидных зубчатых передач. Монография.– Луганск: изд-во ВНУ им. В. Даля, 2003. – 272 с.: ил. 2. Кучма Ю.В. Повышение технического уровня арочных цилиндрических передач с зацеплением новикова многокритериальным геометрокинематическим синтезом: Дис... канд. техн. наук: 05.02.02 /ВНУ. – Луганск, 2001. – 215с. 3. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах: Учебник.–М.: Логос, 2000.– 296 с.: ил. 4. Малый Д.В. Повышение технического уровня зубчатых конических передач Новикова на основе многокритериальной оптимизации: Дис... канд. техн. наук: 05.02.02 /ВНУ. – Луганск, 2001. – 287. 5. Михалевич В.С., Волокович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем–М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. лит., 1982 г. 290 с. 6. Павленко А.В., Федякин Р.В., Чесноков В.А. Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. – Киев: Техника, 1978. – 144с.

Поступила в редакцию 10.06.2005