

**А.Е.ПРОВОЛОЦКИЙ**, д-р. техн.наук, НМетАУ  
**Т.М.КАДИЛЬНИКОВА**, к.т.н., НМетАУ

## ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ И ОЦЕНКЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ВИБРАЦИОННЫХ ГРОХОТОВ

В статті сформульовані принципи математичного моделювання вібраційних грохотів. Подаються рекомендації по використанню запропонованої методики для проектування там оцінки технічного стану машин.

There are foundations of mathematical modeling of vibrating screens formulated. The recommendations of a use of the suggested method of projection and machine technologic status evaluation are given.

**Постановка проблемы.** В настоящее время перед горнодобывающей и перерабатывающими отраслями Украины стоят задачи по совершенствованию оборудования, а также по продлению ресурса машин, эксплуатируемых в этих отраслях. В системах дозирования сыпучих материалов широкое распространение получили схемы дозирования, имеющие в своем составе вибрационные грохоты. Вибрационные грохоты широко применяются на обогатительных и агломерационных предприятиях металлургической и строительной индустрии. Обеспечение высоких технологических и эксплуатационных качеств этих машин, прочности и надежности базируется на использовании достижений механики и современных информационных технологий.

**Анализ литературы.** В настоящее время машиностроительными заводами совместно научно-исследовательскими и проектно-конструкторскими организациями для вибрационных грохотов отработаны оптимальные схемы вибровозбудителей колебаний, рациональные конструктивные формы рабочих органов; усовершенствованы способы соединения элементов коробов и их виброизоляция [1-4]. К сожалению, определение остаточного ресурса грохотов и их текущая диагностика не проводится.

**Цель статьи.** Аналитическое определение напряжений от инерционных нагрузок в рабочих органах вибрационных грохотов является весьма сложной задачей из-за сложности самой конструкции машины и наличия местных концентраторов напряжений. В связи с этим расчетные напряжения могут значительно отличаться от фактических. Наиболее достоверные данные могут быть получены прямыми тензометрическими измерениями на машинах. Однако такие испытания не дают возможности использовать их результаты при рабочем проектировании, так как проводятся на базе спроектированных и изготовленных машин. Между тем, такие испытания могут быть заменены соответствующими экспериментами на моделях машин [5]. Аналогичная ситуация имеет место и с определением частот собственных колебаний элементов вибрационных грохотов. Несовершенство методов расчета в ряде случаев приводит к совпадению частот вынужденных колебаний с собственными частотами отдельных элементов машины, которое обнаруживается только при испытаниях промышленного образца. Такие нежелательные явления можно выявить гораздо раньше – на испытаниях моделей в лабораторных условиях и заблаговременно принять меры для их устранения.

**Раздел.** В основу моделирования вибрационных машин должны быть положены следующие условия:

1. Напряжения во всех сечениях модели должны быть равны напряжениям в соответствующих сечениях натурального объекта.
2. Коэффициенты динамичности при колебаниях модели и натурального объекта во всех ответственных элементах должны быть одинаковыми.

Выполнение этих условий возможно только при полном геометрическом подобии модели и натурального объекта и при определенных соотношениях между вибрационными параметрами.

За основной масштаб моделирования принимается соотношение [5]:

$$i = \frac{\ell_m}{\ell_k}, \quad (1)$$

где  $\ell_m$  – линейный размер модели;

$\ell_k$  – соответствующий  $\ell_m$  линейный размер конструкции машины.

Из условия геометрического подобия для масс модели  $m_m$  и натурального объекта  $M_k$  получается соотношение:

$$\frac{m_m}{M_k} = \left( \frac{\ell_m}{\ell_k} \right)^3 = i^3. \quad (2)$$

Тогда отношение сил инерции модели  $P_m$  и натурального объекта  $P_k$  примет вид:

$$\frac{P_M}{P_K} = i^3 \cdot \frac{j_M}{j_K}, \quad (3)$$

где  $j_M, j_K$  – амплитуды ускорений модели и натурального объекта соответственно.

Отношения площадей  $S_M$  и  $S_K$ , моментов сопротивления  $W_M$  и  $W_K$ , осевых моментов инерции  $I_M$  и  $I_K$  соответствующих сечений модели и натурной машины равны:

$$\frac{S_M}{S_K} = \left( \frac{i_M}{i_K} \right)^2 = i^2. \quad (4)$$

$$\frac{W_M}{W_K} = \left( \frac{i_M}{i_K} \right)^3 = i^3. \quad (5)$$

$$\frac{I_M}{I_K} = \left( \frac{i_M}{i_K} \right)^4 = i^4. \quad (6)$$

Тогда для напряжений растяжения-сжатия имеет место соотношение:

$$\frac{\sigma_M}{\sigma_K} = i \cdot \frac{j_M}{j_K}, \quad (7)$$

где  $\sigma_M$  – напряжение в сечении модели;  $\sigma_K$  – напряжение в соответствующем сечении натурной машины.

Согласно основным принципам натурального моделирования  $\sigma_M = \sigma_K$ , а значит из (7) для модели и объекта получается соотношение

$$\frac{I_M}{I_K} = \frac{1}{i}. \quad (8)$$

Если действуют только инерционные силы, то изгиб натурального элемента  $P_{из.к}$  и соответствующего элемента модели  $P_{из.м}$  можно рассматривать как изгиб балки с равномерно распределенной нагрузкой:

$$P_{из.к} = \frac{\kappa \cdot \ell_k^2 \cdot J_k}{g};$$

$$P_{из.м} = \frac{\kappa \cdot \ell_M^2 \cdot J_M}{g}, \quad (9)$$

где  $\kappa$  – коэффициент пропорциональности.

Для изгибающих моментов  $M_M$  и  $M_K$  и напряжений изгиба  $\sigma_{из.м}$  и  $\sigma_{из.к}$  в середине балки имеют место следующие соотношения:

$$\frac{M_M}{M_K} = \frac{P_{из.м} \cdot \ell_M^2}{P_{из.к} \cdot \ell_K^2} = \left( \frac{\ell_M}{\ell_K} \right) \cdot \frac{j_M}{j_K} = i^4 \cdot \frac{j_M}{j_K};$$

$$\frac{\sigma_{из.м}}{\sigma_{из.к}} = \frac{M_M}{W_M} \cdot \frac{W_K}{M_K} = i^4 \cdot \frac{j_M}{j_K} \cdot \frac{\varphi}{i^3} = i \cdot \frac{j_M}{j_K}. \quad (10)$$

Согласно соотношения для напряжений  $\sigma_{из.м} = \sigma_{из.к}$ , из (10) получается соотношение:

$$\frac{j_M}{j_K} = \frac{1}{i}, \quad (11)$$

что совпадает с соответствующим соотношением для напряжений растяжения – сжатия.

Вторым необходимым условием моделирования является равенство коэффициентов динамичности при колебаниях модели и натурального объекта.

Коэффициент динамичности равен [5]:

$$\mu = \frac{1}{\left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) + \gamma^2 \cdot \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}, \quad (12)$$

где  $\omega$  – частота вынужденных колебаний;  $\omega_0$  – частота собственных колебаний;  $\gamma$  – коэффициент демпфирования.

Если исходить из предположения, что коэффициенты демпфирования модели и натурального объекта равны, то имеет место, следующее соотношение:

$$\frac{\omega_M}{\omega_K} = \frac{\omega_{0M}}{\omega_{0K}}, \quad (13)$$

где  $\omega_m, \omega_k$  – частоты вынужденных колебаний модели и натурального объекта соответственно;  
 $\omega_{ом}, \omega_{ок}$  – частоты собственных колебаний модели и натурального объекта соответственно.

Для определения частот колебаний произвольного прямоугольного элемента используется формула:

$$\omega_0 = \frac{\alpha}{\ell^2} \sqrt{\frac{Z}{m'}}, \quad (14)$$

где  $\ell$  – длина элемента;  $Z$  – изгибная жесткость элемента;  $m'$  – масса единицы площади элемента;  $\alpha$  – постоянная величина, не зависящая от масштаба моделирования.

Учитывая, что изгибная жесткость и масса единицы площади для элементов, выполненных из одного материала, зависят от толщины элемента  $h$ , можно записать следующие соотношения:

$$\frac{Z_m}{Z_k} = i^3; \quad \frac{m'_m}{m'_k} = i, \quad (15)$$

где  $Z, Z, m'_m, m'_k$  – изгибные жесткости и массы элементов модели и натурального объекта соответственно.

Следовательно, соотношение частот собственных колебаний элементов модели и натурной машины будет равно:

$$\frac{\omega_{ом}}{\omega_{ок}} = \frac{\ell_k^2}{\ell_m^2} \cdot \sqrt{\frac{Z_m \cdot m'_k}{Z_k \cdot m'_m}} = \frac{1}{i}. \quad (16)$$

Тогда, в силу (13), соотношение (16) выполняется для частот вынужденных колебаний:

$$\frac{\omega_m}{\omega_k} = \frac{1}{i}. \quad (17)$$

Учитывая (8), соотношение (17) можно переписать в виде:

$$\frac{j_m}{j_k} = \frac{\omega_m}{\omega_k}. \quad (18)$$

Заменяя в (18) амплитуду ускорений  $j$  формулой  $j = A\omega^2$ , где  $A$  – амплитуда колебаний, получаем соотношение для амплитуд колебаний модели и натурального объекта в виде:

$$\frac{A_m}{A_k} = i, \quad (19)$$

где  $A_m, A_k$  – амплитуды колебаний модели и натурального объекта, соответственно.

**Выводы.** 1. Из полученных зависимостей (1)-(19) следует, что математическое моделирование вибрационных грохотов требует помимо соблюдения полного геометрического подобия понижение амплитуды колебаний модели пропорционально масштабу моделирования и повышение частоты вынужденных колебаний обратно пропорционально масштабу моделирования.

2. При конструировании моделей вибрационных грохотов необходимо учитывать, что вес и габариты моделей, а также параметры их колебаний должны быть в пределах возможностей существующих вибрационных стендов.

3. Так как при испытании модели трудно выполнить условия подобия силового воздействия, то необходимо для модели произвести полный расчет и выбор собственного привода.

4. Для натуральных грохотов, используя коэффициент подобия, можно всегда найти значения собственных частот в определенные моменты времени и находить области резонансной настройки еще на стадии проектирования.

**Список литературы:** 1. Гребеник В.М. Иванченко Ф.К. Ширяев В.И. Расчет металлургических машин и механизмов. Киев, 1988, с.448.  
 2. Гребеник В.М. Сторожик Д.А. Демьянец Л.А. Механическое оборудование металлургических заводов. Механическое оборудование фабрик окискования и доменных цехов. Издательство “Вища школа”, Киев, 1985, с.464. 3. Вайсберг Л.А. Проектирование и расчет вибрационных грохотов. Издательство “Недра”, Москва, 1986, с.144.  
 4. Цехнович Л.И. Петриченко И.П. Атлас конструкций редукторов. Издательство “Вища школа”, Киев, 1990, с.151. 5. Букаты Г.Б. Вайсберг Л.А. Макаров А.И. Рудин А.Д. Исследование динамической прочности вибрационных грохотов на моделях. Обогащение руд. Москва, 1971, с.29-34.

Поступила в редакцию 17.02.05