

А.В. КРАХМАЛЕВ, канд. техн. наук, НТУ “ХПИ”
Е.И. ЗИНЧЕНКО, дипломированный инженер, НТУ “ХПИ”

СИЛОВОЙ РАСЧЕТ ПЕРЕДАЧИ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

В статті запропонована методика силового розрахунку зубчатої передачі. Силовий розрахунок ґрунтується на вирішенні прямої задачі динаміки – за заданим рухом визначити діючі сили. Силовий розрахунок виконано із урахуванням прискорення ланок.

In the article it is proposed the method of the powers calculation for gear drive. The power's calculation is based at the solution of the main dynamics problem – to determine active forces according to predetermined motion. The power's calculation with account acceleration of links it is proposed.

Постановка проблеми. Во время движения механизма в его кинематических парах действуют силы, являющиеся силами взаимодействия между звеньями. Эти силы относятся к внутренним силам по отношению к механизму в целом. Нагруженность кинематических пар силами взаимодействия является важной динамической характеристикой механизма. Знание сил в кинематических парах необходимо для расчета звеньев механизма на прочность, жесткость, вибростойкость, износоустойчивость, для расчетов подшипников на долговечность и для проведения других подобных расчетов, выполняемых при проектировании механизма. Определение внутренних сил, а также – в ряде задач – сил и пар сил, приложенных к механизму извне, составляют содержание его силового расчета.

Анализ литературы. Анализ литературы [1–7] показывает, что авторы преимущественно останавливаются на вопросах проектирования и кинематики зубчатых механизмов и совсем не уделяют внимание силовому расчету. В книге [8] рассмотрен силовый расчет зубчатого зацепления как высшей кинематической пары, но он выполнен в общем виде, что вызывает трудности его восприятия студентами при выполнении курсового проекта по теории механизмов и машин.

Цель статьи. На основе анализа литературы, посвященной зубчатым механизмам, решить задачу силового расчета передачи зацеплением на примере конкретной схемы редуктора.

В зубчатой передаче, элементы которой составляют высшую кинематическую пару, контакт звеньев может быть либо точечным, либо линейным. Силовое взаимодействие звеньев при точечном контакте выражается в виде сосредоточенной силы, при линейном – в виде нагрузки, распределенной по линии контакта. В последнем случае под силой взаимодействия понимают равнодействующую элементарных распределенных сил.

Силовой расчет следует выполнять с учетом ускоренного движения звеньев, так как их ускорения в современных быстроходных машинах весьма значительны. Неучет ускоренного движения звеньев вызовет недооценку нагружающих сил, что может привести к ошибкам в дальнейших инженерных расчетах.

Учет ускоренного движения звеньев выполняется методом кинестатики, условно приложив к каждому подвижному звену механизма главный вектор \bar{P}_i и главный момент M_{pi} сил инерции.

Силовой анализ механизмов основывается на решении прямой, или первой, задачи динамики – по заданному движению определить действующие силы. Поэтому законы движения начальных звеньев при силовом анализе считаются заданными. Внешние силы, приложенные к звеньям механизма, обычно тоже считаются заданными, и, следовательно, подлежат определению только реакции в кинематических парах.

Сила взаимодействия звеньев в высшей паре направлена по общей нормали $n-n$ (рис. 1). Следовательно, для силы \bar{P}_{12} известны как точка приложения (точка K), так и линия действия и неизвестным остается только модуль.

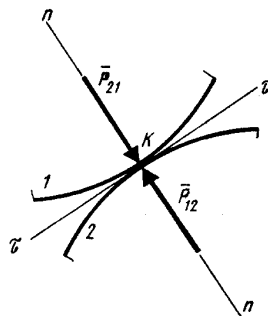


Рис. 1 – Сила взаимодействия звеньев в высшей кинематической паре

Зубчатой передачей называется трехзвенный механизм, в котором два подвижных звена являются зубчатыми колесами, образующими со стойкой вращательную или поступательную кинематическую пару.

Силы в зубчатой передаче зависят от геометрии боковых поверхностей зуба и их положения относительно осей вращения колес 1 и 2.

Нагрузку $P_{1n} = -P_{2n}$, действующую по нормали к боковым поверхностям зубьев в точке контакта раскладываем на три составляющие (рис. 2): окружную P_{1t}, P_{2t} (или $\bar{P}_{12t}; \bar{P}_{21t}$); радиальную P_{1r}, P_{2r} (или $\bar{P}_{12r}; \bar{P}_{21r}$); осевую P_{1a}, P_{2a} (или $\bar{P}_{12a}; \bar{P}_{21a}$). Индексы t, r, a соответствуют проекциям общей нагрузки, действующей по нормали $n-n$ в точке контакта боковых поверхностей на соответствующие направления (окружное, радиальное и осевое) относительно оси вращения зубчатого колеса.

Для прямозубых колес цилиндрической зубчатой передачи осевые составляющие равны нулю (рис. 2). Окружные силы P_{1t} и P_{2t} определяются из соотношений:

$$P_{1t} = \frac{2M_1}{d_{w1}} \cdot 10^3; \quad P_{2t} = \frac{2M_2}{d_{w2}} \cdot 10^3,$$

где M_1, M_2 - крутящие моменты на валах 1 и 2, Н·м; d_{w1}, d_{w2} - диаметры начальных окружностей в зубчатой передаче, мм; их обычно принимают равными диаметрам делительных окружностей $d_1 = mz_1$ и $d_2 = mz_2$ (m - модуль, мм; z_1 и z_2 - числа зубьев колес).

Радиальные силы P_{1r} и P_{2r} определяются по соотношениям:

$$P_{1r} = P_{1t} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w; \quad P_{2r} = P_{2t} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w,$$

где α_w - угол зацепления.

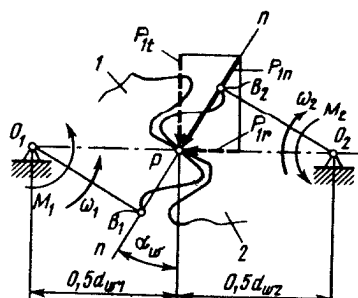


Рис. 2 – Распределение сил и моментов в прямозубой зубчатой передаче

В цилиндрической передаче с косозубыми и шевронными колесами окружные силы определяют по аналогичным формулам, а при расчете радиальной и осевой сил учитывают угол β наклона линии зуба: радиальная сила $P_{1r} = P_{1t} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w / \cos \beta$; осевая сила $P_{1a} = P_{1t} \cdot \operatorname{tg} \beta$.

При расчете сил, действующих в конической передаче с межосевым углом 90° (рис. 3), определяют окружную силу P_{1tm} , рассчитываемую по среднему торцевому сечению (индекс m):

$$P_{1tm} = \frac{2M_1}{d_{m1}} \cdot 10^3,$$

где M - крутящий момент на валу колеса 1, Н·м; d_{m1} - диаметр окружности делительного конуса с углом δ_1 в среднем сечении, мм.

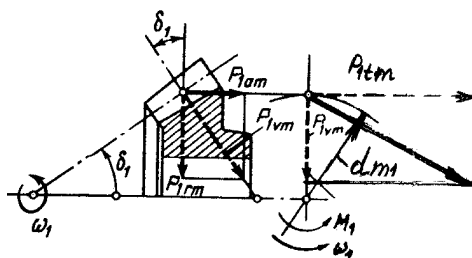


Рис. 3 – Распределение сил и моментов в конической передаче

Для прямозубых зубчатых колес остальные составляющие общей нагрузки определяют по соотношениям:

осевая сила на шестерне 1

$$P_{1am} = P_{1tm} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1;$$

радиальная сила на шестерне 1

$$P_{1rm} = P_{1tm} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1;$$

осевая сила на колесе 2

$$P_{2am} = P_{1rm}$$

радиальная сила на колесе 2

$$P_{2rm} = -P_{1am},$$

где α - угол профиля зуба исходного производящего контура, обычно $\alpha = 20^\circ$.

После определения составляющих нормальной нагрузки в зацеплении определяют реакции в опорах валов.

При силовом расчете редукторов с несколькими зубчатыми передачами проводят анализ последовательно от одной передачи к другой. На рис. 4 изображена для примера кинематическая схема двухступенчатого зубчатого редуктора.

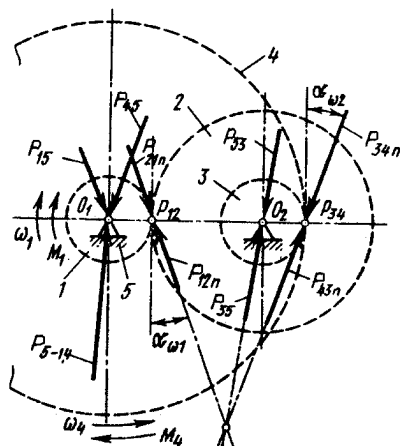


Рис. 4 – Кинематическая схема двухступенчатого зубчатого редуктора

Зубчатые колеса 1 и 2 образуют внешнее зацепление с полюсом P_{12} и межосевым расстоянием $O_1 O_2$. Зубчатые колеса 3 и 4 образуют внутреннее зацепление с полюсом P_{34} и межосевым расстоянием $O_1 O_2$. Колеса 2 и 3 закреплены на общем валу O_2 , вращающемся относительно стойки 5. Нормальные нагрузки между боковыми поверхностями зубьев $P_{12n} = -P_{21n}$ и $P_{34n} = -P_{43n}$ направлены по соответствующим линиям зацепления, проходящим через полюсы зацепления P_{12} и P_{34} под углами α_{w1} и α_{w2} . Эти углы обычно равны $\alpha = 20^\circ$. Если принять заданный момент M_4 сил сопротивления на выходном звене – колесе 4, то можно найти искомые силы P_{43n} и P_{45} в предположении, что угловая скорость ω_4 постоянна:

$$P_{43} = \frac{M_4}{r_{w4} \cdot \cos \alpha_{w2}}; \quad \bar{P}_{45} = -\bar{P}_{43n}.$$

На блок зубчатых колес 3 и 2 действуют силы P_{34n} , P_{21n} и P_{35} . Сила P_{34n} равна по значению силе P_{43n} , но направлена в противоположную сторону: $P_{43n} = -P_{34n}$. Из уравнения моментов относительно оси O_2 всех сил, приложенных к колесам 2 и 3, находят силу P_{12n} :

$$P_{21n} \cdot r_{w2} \cdot \cos \alpha_{w1} + P_{34n} \cdot r_{w3} \cdot \cos \alpha_{w2} = 0;$$

$$P_{21n} = \frac{M_4 \cdot r_{w3}}{r_{w2} \cdot r_{w4} \cdot \cos \alpha}, \quad \text{т. к. } \alpha_{w1} = \alpha_{w2} = \alpha.$$

Реакцию P_{35} со стороны стойки 5 находят графически по векторному уравнению $P_{21n} + P_{34n} + P_{35} = 0$. Так как все силы P_{21n} , P_{34n} , P_{35} пересекаются в одной точке, а угол между векторами P_{21n} и P_{34n} принимают равным $\alpha_{w1} + \alpha_{w2} = 2\alpha$, то можно воспользоваться аналитическим решением:

$$P_{35} = \sqrt{P_{21n}^2 + P_{34n}^2 + 2P_{21n} \cdot P_{34n} \cdot \cos 2\alpha}.$$

Рассматривая картину сил и моментов, приложенных к колесу 1, находят искомые величины:

$$P_{15} = -P_{12n};$$

$$M_1 = P_{12n} \cdot r_{w1} \cdot \cos \alpha_{w1} = M_4 \cdot \frac{r_{w1}}{r_{w2}} \cdot \frac{r_{w2}}{r_{w4}} = M_4 \cdot u_{12} \cdot u_{43}.$$

В курсовом проектировании удобно пользоваться упрощенной расчетной схемой, изображенной на рис. 5.

Здесь использованы только окружные силы, направленные перпендикулярно радиусам начальных окружностей в точках их касания: полюсах зацепления P_{12} и P_{34} . Упрощенную расчетную схему часто используют для силового расчета сложных зубчатых механизмов планетарных редукторов.

Для схемы двухступенчатого редуктора, изображенной на рис. 4, определим значения окружных сил, используя упрощенную расчетную схему (рис. 5). Пусть числа зубьев колес заданы: $z_1 = 40$; $z_2 = 120$; $z_3 = 30$; $z_4 = 150$. Модули: в первой ступени $m_I = 4$ мм, во второй ступени $m_{II} = 5$ мм. Крутящий момент на валу O_1 : $M_1 = 80 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Угол профиля исходного контура $\alpha = 20^\circ$. Колеса с нулевыми смещениями исходного контура.

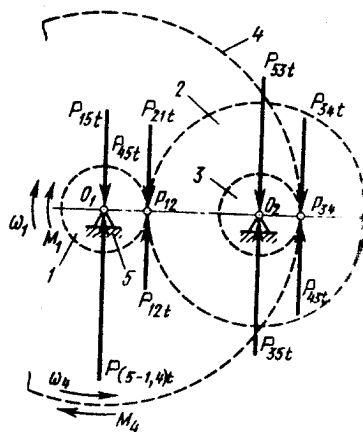


Рис. 5 – Упрощенная расчетная схема двухступенчатого зубчатого редуктора

Рассчитывают размеры радиусов начальных окружностей. Они в данном примере совпадают с делительными окружностями, радиусы которых вычисляют по формуле $r = 0,5mz$.

$$r_1 = \frac{m_I z_1}{2} = \frac{4 \cdot 40}{2} = 80 \text{ мм}; \quad r_2 = \frac{4 \cdot 120}{2} = 240 \text{ мм};$$

$$r_3 = \frac{m_{II} z_3}{2} = \frac{5 \cdot 30}{2} = 75 \text{ мм}; \quad r_4 = \frac{5 \cdot 150}{2} = 375 \text{ мм}.$$

Окружные силы:

$$P_{12t} = \frac{M_1}{r_1} = \frac{80 \cdot 10^3}{80} = 1000 \text{ Н};$$

$$P_{34t} = \frac{P_{21t} \cdot r_2}{r_3} = \frac{1000 \cdot 240}{75} = 3200 \text{ Н}.$$

Крутящий момент на выходном валу

$$M_4 = P_{43t} \cdot r_4 = 3200 \cdot 375 \cdot 10^{-3} = 1200 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{Отношение крутящих моментов} \quad \frac{M_4}{M_1} = \frac{1200}{80} = 15$$

Реакции в опорах O_1 и O_2 :

$$P_{53t} = -(P_{21t} + P_{34t}) = 1000 + 3200 = 4200 \text{ Н};$$

$$P_{15t} = -P_{12t} = 1000 \text{ Н};$$

$$P_{45t} = -P_{43t} = 3200 \text{ Н};$$

$$P_{53r} = -P_{53t} = 4200 \text{ Н}.$$

Опорный момент M_5 на стойке

$$M_5 = P_{53t} (r_1 + r_2) = 4200 \cdot (80 + 240) \cdot 10^{-3} = 1344 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Выводы. 1. Рассмотрены силы, действующие в прямозубой и конической зубчатых передачах. 2. Проведен силовой расчет двухступенчатого зубчатого редуктора.

Список литературы. 1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с. 2. Вербовский Г.Г. Теория механизмов и машин. – Харьков.: Изд-во Харьк. ун-та, 1968. – 276 с. 3. Грунауер О.А., Долгих И.Д. Теория механизмов и машин (системный подход). – К.: КНМКВО, 1992. – 376 с. 4. Девойно Г.Н., Акулич В.К., Анципорович П.П. и др. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. – Минск.: Высшая школа, 1986. – 285 с. 5. Зубчатые передачи: Справочник / Под ред. Е. Г. Гинзбурга. – Л.: Машиностроение, 1980. – 416 с. 6. Кіницький Я. Т. Теорія механізмів і машин. К.: Наукова думка, 2002. – 660 с. 7. Курсове проектування з теорії механізмів і машин / Крижанівський С.І., Малько Б.Д., Сенчишак В.М., Стоцький Ф.І., Юрловський П.В. – Івано-

Франківськ: "Вік", 1996. – 357с. 8. Теория механизмов и машин: Учебник / Заблонский К.И., Белоконев И.М., Шекин Б.М. – К.: Выща шк. Головное изд-во, 1989. - 376 с.

Поступила в редакцию 04.07.2005