

В.П. ШИШОВ, д-р техн. наук, СНУ ім. В. Даля
О.О. РЕВЯКІНА, канд. техн. наук, СНУ ім. В. Даля
П.М. ТКАЧ, канд. техн. наук, СНУ ім. В. Даля

УЗАГАЛЬНЕНІ ГЕОМЕТРО-КІНЕМАТИЧНІ КРИТЕРІЇ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ ІЗ КОНХОЇДНОЮ ЛІНІЄЮ ЗАЧЕПЛЕННЯ

У роботі визначено геометро-кінематичні критерії працездатності циліндричних зубчастих передач із круговими зубцями, що нарізані різцевою головкою, розташованою під довільним кутом до початкової площини коліс, що нарізаються, з різцями, вихідний контур яких спрофільовано дугами кола.

Geometric and kinematic criteria of serviceability of cylindrical gears with the circular teeth cut by the tool head, located under any corner to an initial plane of cutting wheels, with cutters, which initial contour outlined by arches of circles are in-process defined.

Постановка проблеми. На сьогоднішньому етапі розвитку економіки України першочерговим завданням, що стає перед машинобудівними підприємствами, є підвищення якості, надійності й довговічності машин і механізмів. Невід'ємною складовою сучасних машин є зубчасті редуктори, виробництво яких являє собою значну частину всієї продукції машинобудівного комплексу. Тому завдання удосконалення зубчастих передач, що нерозривно пов'язане із проблемою багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій [1], є важливим науково-технічним завданням.

Аналіз літератури. Удосконалити механічні приводи можна, застосовуючи в них аркові передачі, які окрім високої навантажувальної здатності та плавності ходу, менш чутливі до погрешностей відносного положення коліс [2]. Квазіевольвентні, найбільш поширені, аркові передачі мають низьку контактну міцність робочих поверхонь через великі значення зведеної кривизни [3,4]. Аркові передачі з зачепленням М.Л. Новікова застосовуються в обмеженій кількості через відсутність у них торцевого перекриття [4,5]. В останні роки активно розвиваються нові підходи в проектуванні зубчастих передач. Одним із них є синтез геометрії різального інструменту за заданими значеннями геометро-кінематичних критеріїв. На основі такого синтезу в роботі [6] отримано вихідні контури, що окреслені дугами кола, і реалізовані у вигляді різців кругових різцевих головок для нарізування аркових зубців. При дослідженні й оптимізації параметрів зубців необхідно мати значення геометро-кінематичних критеріїв працездатності, що визначають якісні характеристики зачеплення. Такі залежності отримані в роботі [7] для найбільш загального випадку геометрії: твірна поверхня розташована під довільним кутом до початкової площини коліс, що нарізаються, профіль та поздовжня форма твірної поверхні окреслені довільними кривими. Однак застосування отриманих залежностей для передач із арковими зубцями та конхोїдною лінією зачеплення неможливе. Передачі з конхоїдною лінією зачеплення розглянуто в роботі [8], але залежності, що отримані, не можуть бути використані для передач, що нарізані круговою різцевою головкою, яка розташована під довільним кутом до початкової площини.

Ціль статті. Визначити функціональний взаємозв'язок між параметрами вихідного контуру різців та геометро-кінематичними критеріями працездатності аркових передач із конхоїдною лінією зачеплення, що нарізані круговою різцевою головкою, яка розташована під довільним кутом до початкової площини.

Одержимо залежності для аналізу значень критеріїв працездатності передач, нарізаних вихідним контуром, заданим відрізками дуг окружностей (див. рис.)

Задамо вихідний контур у вигляді:

$$\begin{aligned} f_1 &= \rho \sin \alpha - a; & f_2 &= -\rho \cos \alpha + b; \\ f_1' &= \rho \cos \alpha; & f_2' &= \rho \sin \alpha; \\ f_1'' &= -\rho \sin \alpha; & f_2'' &= \rho \cos \alpha, \end{aligned} \quad (1)$$

де ρ – радіус профілюючої окружності; a , b – координати центра профілюючої окружності, рівні $a = \rho \sin \alpha_0$, $b = \rho \cos \alpha_0$; α_0 – профільний кут на початковій прямій (див. рис.).

Тоді вираження [7] з урахуванням (1) мають вигляд

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \frac{f_1 f_1'}{f_2'} = \rho \cos \alpha - a \operatorname{ctg} \alpha; & \Omega_1' &= \frac{a}{\sin^2 \alpha} - \rho \sin \alpha; \\ \Omega_2 &= \frac{f_1 f_1'}{f_2'} + f_2 = -a \operatorname{ctg} \alpha + b; & \Omega_2' &= \frac{a}{\sin^2 \alpha}; \\ \Omega_3 &= \frac{f_1'}{f_2'} = \operatorname{ctg} \alpha; & \Omega_3' &= -\frac{1}{\sin^2 \alpha}, \end{aligned} \quad (2)$$

Для визначення критеріїв працездатності синтезованих передач із круговими зубцями одержимо:

– рівняння верстатного зачеплення на основі результатів роботи [7] з урахуванням (1) і (2) набуде вигляду:

$$F_i = \sin \alpha \left[R_{\Gamma} \mp R_{\Gamma} - \rho \cos \alpha_0 - \operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha_0 \mp \cos \beta \mp \frac{\zeta}{\sin \alpha} R_i \varphi_i \right] = 0, \quad (3)$$

де $i=1$ для шестірні, $i=2$ для колеса; верхній знак відповідає шестірні, нижній – колесу; $\zeta = \sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma \cos \beta$; β – кут нахилу лінії зубця; α – поточне значення профільного кута; R_{Γ} – радіус різцевої головки; R_i – радіус початкового циліндра шестірні ($i=1$) та колеса ($i=2$); φ_i – кут повороту шестірні ($i=1$) та колеса ($i=2$); γ – кут нахилу різцевої головки до початкової площини коліс, що нарізають.

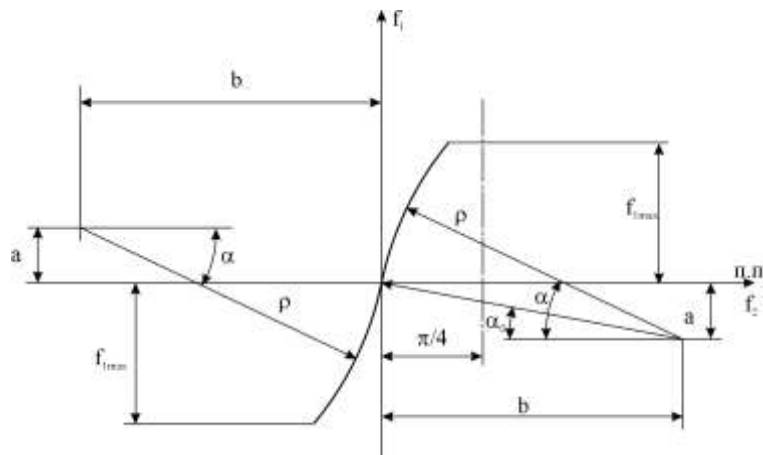
Звідки

$$\cos \beta = \frac{R_{\Gamma} - \frac{\zeta}{\sin \alpha} R_i \varphi_i}{R_{\Gamma} - \rho \cos \alpha_0 - \operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha_0}; \quad (4)$$

– кривизна еквідистанти кривої, що визначає поздовжню форму зубця дорівнює:

$$K_n = \frac{1}{R_{\Gamma} - \rho \Delta_C}, \quad (5)$$

де $\Delta_C = \cos \alpha - \cos \alpha_0$.



Синтезований вихідний контур.

Швидкість ковзання циліндричних передач із круговою лінією зубців на основі результатів роботи [7] з урахуванням (1) і (2):

$$V_k = \omega_1 \left(\frac{u+1}{u} \right) \rho \frac{\zeta_0 \mp \cos \beta \bar{R}_{\Gamma} \sin \gamma}{\zeta} \sqrt{\cos^2 \beta \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}, \quad (6)$$

де $\zeta_0 = \sin \alpha_0 \cos \gamma - \cos \alpha_0 \sin \gamma \cos \beta$.

Швидкості переміщення точок контакту в напрямку, перпендикулярному лінії миттєвого контакту на основі результатів роботи [7] з урахуванням (1) і (2)

$$V_1 = \frac{\omega_1 \rho}{\tau} \left(\frac{R_1 \zeta}{\sin \alpha} + \frac{\rho \zeta_0 \mp \cos \beta \bar{R}_{\Gamma} \sin \gamma}{\zeta} \Delta \right);$$

$$V_2 = \frac{\omega_2 \rho}{u \tau} \left(\frac{R_2 \zeta}{\sin \alpha} - \frac{\rho \zeta_0 \mp \cos \beta \bar{R}_{\Gamma} \sin \gamma}{\zeta} \Delta \right), \quad (7)$$

$$\Delta = \rho \left(\frac{\sin \alpha_0 \cos^2 \beta}{\sin^2 \alpha} + \sin \alpha \sin^2 \beta \right) - \rho^2 \frac{\cos \alpha \sin^2 \beta \Delta_S}{R_{\Gamma} + \rho \Delta_C}$$

де:

$$\Delta_S = \frac{\vartheta \sin \gamma}{\zeta} \left(\frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \alpha} + \rho \frac{\cos \alpha \sin^2 \beta}{R_{\Gamma} + \rho \Delta_C} \right); \quad (8)$$

$$\tau = \sqrt{\rho^2 \sin^2 \beta \left[1 - \frac{\rho \Delta_S \zeta + \vartheta \sin \gamma}{\zeta \operatorname{tg} \alpha \bar{R}_{\Gamma} - \rho \cos \alpha_0 - \sin \alpha_0} \right]^2 + \dots}$$

$$+ \left[\frac{\rho \zeta \sin \alpha_0 + \vartheta \sin \gamma}{\zeta \sin^2 \alpha} \right]^2 \cos^2 \beta \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{УТ}} &= R_{\Gamma} \sin \alpha \pm \cos \beta \pm \rho \sin \alpha - \alpha_0 \pm \cos \beta; \\ \Delta_S &= \sin \alpha - \sin \alpha_0. \end{aligned}$$

Коефіцієнти питомих ковзань можна визначити на основі результатів роботи [7] з урахуванням (1), (2) і (8):

$$\eta_i = \pm \frac{\left(1 + \frac{1}{u}\right) \left[\rho \zeta \sin \alpha_0 \pm \cos \beta \pm \rho \sin \alpha - \alpha_0 \pm \cos \beta \right] \bar{R}_{\Gamma} \sin \gamma \bar{\Delta} \sin \alpha}{R_i \rho \zeta^2 \pm \left[\rho \zeta \sin \alpha_0 \pm \cos \beta \pm \rho \sin \alpha - \alpha_0 \pm \cos \beta \right] \bar{R}_{\Gamma} \sin \gamma \bar{\Delta} \sin \alpha}. \quad (10)$$

Залежність для визначення кута між вектором швидкості ковзання й напрямком лінії контакту з урахуванням (1), (2) і (8) буде мати вигляд:

$$v = \arctg \left\{ \frac{\rho \Delta}{\Delta_I \sin \beta \cos \beta} \right\}, \quad (11)$$

$$\Delta_I = \rho^2 \frac{\rho \cos \alpha_0 - R_{\Gamma} \bar{\Delta}_S}{\sin \alpha \bar{R}_{\Gamma} + \rho \Delta_C} + \frac{\vartheta \sin \gamma}{\zeta} \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{\rho \cos \alpha}{R_{\Gamma} + \rho \Delta_C} \right)$$

де

Зведена кривизна поверхонь зубців у напрямку, перпендикулярному лінії контакту, з урахуванням (1), (2), (8) і (9) дорівнює:

$$\begin{aligned} \chi_{ze} &= \frac{R_1 + R_2 \bar{\zeta}}{\left(\frac{R_1 \zeta}{\sin \alpha} + \frac{\rho \zeta \sin \alpha_0 \pm \cos \beta \pm \rho \sin \alpha - \alpha_0 \pm \cos \beta}{\zeta} \bar{R}_{\Gamma} \sin \gamma \bar{\Delta} \right)} \\ &\times \frac{\tau^2}{\left(\frac{R_2 \zeta}{\sin \alpha} - \frac{\rho \zeta \sin \alpha_0 \pm \cos \beta \pm \rho \sin \alpha - \alpha_0 \pm \cos \beta}{\zeta} \bar{R}_{\Gamma} \sin \gamma \bar{\Delta} \right)}. \end{aligned} \quad (12)$$

При визначенні коефіцієнта навантаження зубчастих передач необхідне значення коефіцієнта першої квадратичної форми поверхні зубців шестірні E_I . Його можна одержати на основі результатів роботи [9] у вигляді

$$E_I = \rho \cos \alpha \pm \cos \beta + \rho \sin \alpha \pm \cos^2 \beta + \cos \beta \operatorname{ctg} \beta - \rho \sin \alpha \sin \beta \pm \quad (13)$$

$$K_I = \frac{R_{\Gamma} \rho \sin \alpha_0 - R_{\Gamma} \varphi_I \sin \gamma}{\sin^2 \alpha \bar{R}_{\Gamma} - \rho \sin \alpha - \alpha_0 \pm R_{\Gamma} \varphi_I \sin \alpha \cos \alpha \sin \gamma}$$

де

Коефіцієнти перекриття визначимо на основі результатів роботи [7] з урахуванням (1) і (2):
– торцевий визначимо за залежністю, наведеною в [10]

$$\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2}, \quad (14)$$

де ε_{a1} й ε_{a2} – складові ε_{α} , що відповідають головкам зубців шестірні й колеса:

$$\varepsilon_{a1} = \frac{R_{\Gamma} A_{F1} \cos \beta_0 \pm A_{F0} \cos \beta_1 \pm \Omega_{20} A_{F1} \cos \beta_0 - \Omega_{21} A_{F0} \cos \beta_1}{\frac{2\pi R_i}{z_i} A_{F1} A_{F0}},$$

$$\varepsilon_{a2} = \frac{R_{\Gamma} A_{F0} \cos \beta_2 \pm A_{F2} \cos \beta_0 \pm \Omega_{22} A_{F0} \cos \beta_2 - \Omega_{20} A_{F2} \cos \beta_0}{\frac{2\pi R_i}{z_i} A_{F0} A_{F2}}.$$

тут Ω_{20} й A_{F0} – значення Ω_2 й A_F , що відповідають точкам перетинання лінії зачеплення з початковою площиною і визначаються з виразень (2) при $\alpha = \alpha_0$;

A_{F1} , A_{F2} і Ω_{21} , Ω_{22} значення A_F й Ω_2 відповідні λ_1 й λ_2 , що визначаються при

$$\alpha_i = \arcsin \frac{a - f_{Li}}{\rho} \quad (15)$$

Значення f_{11} й f_{12} визначаються для заданих значень радіусів вершин зубців шестірні й колеса з виразень

$$R_{a1} = \sqrt{\rho \Delta_{S1}^2 + R_1^2 + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - \rho \Delta_{C1} \cos \beta_1 + R_1^2 \varphi_1^2 + 2R_1 \rho \Delta_{S1} \cos \gamma + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - \rho \Delta_{C1} \cos \beta_1 \sin \gamma + 2R_1 \rho \Delta_{C1} \sin \gamma + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - \rho \Delta_{C1} \cos \beta_1 \cos \gamma} \quad (16)$$

$$R_{a2} = \sqrt{\rho \Delta_{S2}^2 + R_2^2 + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - \rho \Delta_{C2} \cos \beta_2 + R_2^2 \varphi_2^2 + 2R_2 \rho \Delta_{S2} \cos \gamma + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - \rho \Delta_{C2} \cos \beta_2 \sin \gamma + 2R_2 \rho \Delta_{C2} \sin \gamma + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - \rho \Delta_{C2} \cos \beta_2 \cos \gamma} \quad (17)$$

де $\Delta_{C1} = \cos \alpha_1 - \cos \alpha_0$, $\Delta_{S1} = \sin \alpha_1 - \sin \alpha_0$, $\Delta_{C2} = \cos \alpha_2 - \cos \alpha_0$

$\Delta_{S2} = \sin \alpha_2 - \sin \alpha_0$; β_1, β_2 – значення кута нахилу зубців, що відповідають f_{11} й f_{12} ; – осьовий:

$$\varepsilon_{\beta} = z_i \frac{\left(R_{\Gamma} + \frac{f_1^*}{\sin \alpha^* \cos \alpha^*} \right) \sin \beta^*}{2\pi R_i \cos \gamma - \sin \gamma \cos \beta^* \operatorname{ctg} \alpha^*} \quad (18)$$

де f_1^* – фіксоване значення функції f_1 ;

α^* – значення профільного кута, обумовленого (15) при $f_1 = f_1^*$;

β^* – значення кута нахилу зубців, що відповідають $z_n^* = \frac{B}{2}$ (B – ширина зубчастого вінця).

Якщо твірна поверхня задана у вигляді

$$\begin{aligned} x_n &= f_1 \cos \gamma + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - f_2 \cos \beta \sin \gamma; \\ y_n &= -f_1 \sin \gamma + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - f_2 \cos \beta \cos \gamma; \\ z_n &= R_{\Gamma} - f_2 \sin \beta, \end{aligned} \quad (19)$$

із третього рівняння (19) з урахуванням (1) і (2) маємо:

$$\beta^* = \pm \arcsin \frac{B}{2 R_{\Gamma} - \rho \Delta_C^*}$$

де $\Delta_C^* = \cos \alpha^* - \cos \alpha_0$.

Обмеження при синтезі циліндричних зубчастих передач із круговою лінією зубців визначимо на основі результатів роботи [7] з урахуванням (1) і (2)

– умова підрізання:

$$\begin{aligned} \rho \Delta_C &= R_{\Gamma}; \\ \rho \left(\zeta_0 + \cos \beta \frac{R_{\Gamma} \sin \gamma}{\Delta} \pm \frac{R_i \zeta}{\sin \alpha} \right) &= 0; \end{aligned} \quad (20)$$

– умова загострення:

$$\begin{aligned} S_{ш} &= \frac{\pi}{2} - 2 \left| -\rho \Delta_{S1} \sin(\gamma - \varphi_1) + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - \rho \Delta_{C1} \cos \beta \cos(\gamma - \varphi_1) + \right. \\ &\quad \left. + R_1 \sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1 \right| \geq 0,25 \dots 0,3 \bar{m}; \\ S_{к} &= \frac{\pi}{2} - 2 \left| -\rho \Delta_{S2} \sin(\gamma + \varphi_2) + R_{\Gamma} - R_{\Gamma} - \rho \Delta_{C2} \cos \beta \cos(\gamma + \varphi_2) + \right. \\ &\quad \left. + R_2 \sin \varphi_2 - \varphi_2 \cos \varphi_2 \right| \geq 0,25 \dots 0,3 \bar{m}. \end{aligned} \quad (21)$$

Залежності (21) визначають товщину зубців на вершині шестірні при $f_1 = f_{11}$ і колеса при $f_1 = f_{12}$. Значення кута β визначиться з останнього рівняння (19) для заданого z_n . Значення кутів повороту шестірні й колеса φ_i визначають із рівняння верстатного зачеплення (3).

Висновки.

1. Отримано функціональні залежності для визначення геометро-кінематичних критеріїв працездатності циліндричних передач із арковими зубцями, що нарізані круговими різцевими головками з різцями, вихідний контур яких окреслено дугами кола.

2. Результати статті можна використати при синтезі та аналізі циліндричних передач із арковими зубцями за критеріями працездатності.

Список літератури. 1. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // Львів. – “Машинознавство”. – 2002. – № 10 (64). – С. 26–40. 2. Сидоренко А.К. Новые виды зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1990. – 128с. 3. Журавлев Г.А., Шахбазов Н.А., Варсимашвили Р.Ш. Оптимальные геометрические параметры эвольвентных цилиндрических передач с круговыми зубьями. // Сакартвелос политехникури институти. Шпромеби. “Masinstvo”, 26, №

6: тр. Груз. политех. ин-т., 1971. - № 3, 143. – С. 189–197. 4. *Шахбазов Н.А.* Исследование геометрии и особенности формообразования круговых зубьев цилиндрических колес: Дис. ... канд. техн. наук. - Тбилиси, 1974. – 125с. 5. *Журавлев Г.А., Росливер Е.Г., Шахбазов Н.А.* Цилиндрические передачи Новикова с круговыми зубьями. - В кн.: Результаты исследования и практического применения зубчатых передач с зацеплением М.Л. Новикова. – Харьков, 1971. – С.30–34. 6. *Ткач П.М.* Синтез высоконавантажених циліндричних передач із двоопукло-увігнутими зубцями за геометро-кінематичними критеріями // Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Луганськ. – 2004. – 24 с. 7. *П.Н. Ткач.* Геометро-кінематическіе критеріи передач с двояковыпукло-вогнутыми зубьями // Вісник Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля. – № 10 (68). Ч. 2. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В. Даля. – 2003. – С. 158-163. 8. *Шабанов И.Р.* О зубчатой передаче с конхондной линией зацепления// Надежность и качество зубчатых передач. НИИФОРМТЯЖМАШ, 18–67–106, 1967. 9. *В.П. Шишов, П.Н. Ткач, А.В. Пимченко.* Обобщение геометрии зубьев цилиндрических колес, нарезанных реечным инструментом // Вісник Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля. – № 7 (53). – Луганск: Изд-во ВНУ им. В. Даля. – 2002. – С. 117-122. 10. *Кудрявцев В.Н., Державец Ю.А., Глухарев Е.Г.* Конструкции и расчет зубчатых редукторов. – Л.: Машиностроение, 1971. – 328с.

Поступила в редакцию 17.05.05