

Ю.Г. БОНДАРЬ, директор пр – ва металлург. обор – ия; ЗАО «НКМЗ»
Г.А. ЛЕСНЯК, н – к констр. отд.Редукторостроение;ЗАО «НКМЗ»
П.Л. НОСКО, д – р техн. наук, ВНУ им. В. Даля
В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, канд.техн.наук; ЗАО «НКМЗ»
А.И.ТИТАРЕНКО, канд.техн.наук; ЗАО «НКМЗ»

ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ В ЗАЦЕПЛЕНИИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

Представлена методика силового расчёта элементов зацепления с промежуточными телами качения, особенностью которой является близость радиусов кривизны контактирующих тел.

The technique of power calculation of elements of gearing with intermediate bodies качения which feature is the affinity of radiuses of curvature of contacting ph is submitted.

Определение характера силового взаимодействия в зацеплении с промежуточными телами качения связано с анализом напряжённо-деформированного состояния силовых звеньев в процессе их взаимодействия. В контакте находятся поверхности достаточно близкие по кривизне и противоположны по знаку, что делает решение Герца [1] непригодным для установления параметров их взаимодействия (рис 1- 5).

Воспользуемся общим решением задачи напряжённо-деформированного состояния тела вращения [2, 3].

Ролик в зацеплении рассматривается как достаточно длинный цилиндр, контактирующий с близкими по диаметру отверстием бесконечной длины.

Под действием двух сил \vec{F} равных по величине и противоположных по направлению, некоторая точка M внутри ролика получит смещение, составляющие которого u и v по параллельному и перпендикулярному направлениям к линии действия сил (рис. 6)

$$u = \frac{F}{4\pi G} \left\{ - \left(\frac{2\lambda + 4G}{\lambda + G} \right) \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + (\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1) + \frac{\gamma}{R_1} \left(\frac{2G}{\lambda + G} \right) \right\}, \quad (1)$$

$$v = \frac{F}{4\pi G} \left\{ - \frac{\pi}{2} \left(\frac{2G}{\lambda + G} \right) + (\sin 2\theta_1 + \sin 2\theta_2) + \frac{\gamma}{R_1} \left(\frac{2G}{\lambda + G} \right) \right\}, \quad (2)$$

где G – модуль упругости материала для касательных напряжений;

λ – постоянная Лямэ для контактирующих тел.

Смещение точек на поверхности ролика в радиальном направлении

$$u_n = u(R_1, \beta) \cos \beta + v(R_1, \beta) \sin \beta. \quad (3)$$

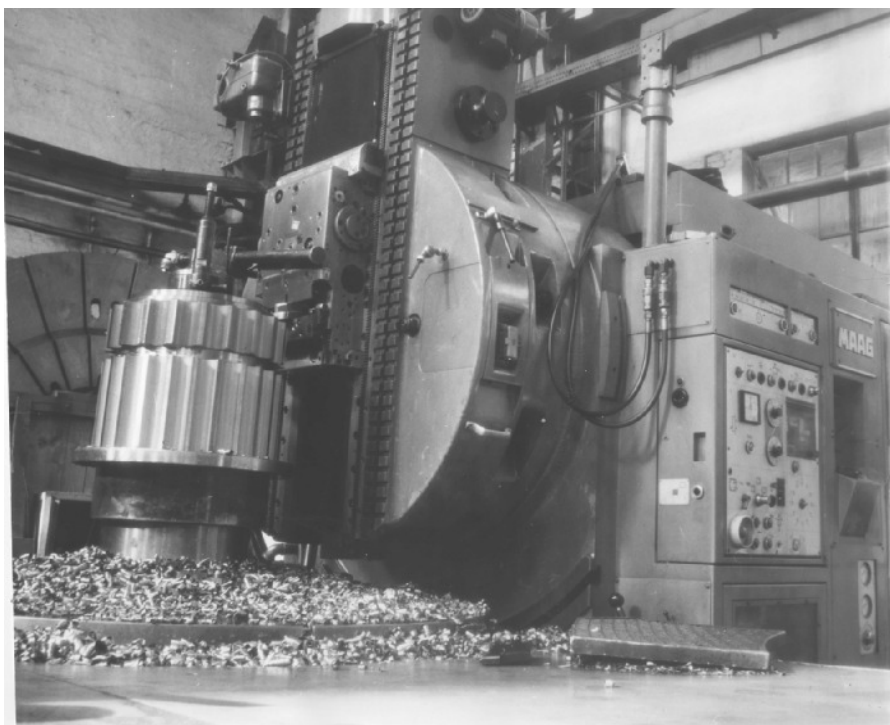


Рис.1. Нарезка круговых зубьев на зубострогальном станка МААG SH 450/500



Рис. 2. Многослойные ролики



Рис. 3. Сателлит для передачи с промежуточными телами качения

С учётом выражений (1) и (2) смещение граничной точки ролика

$$u_n = F \left\{ -K_2 \left[1 + \cos \beta \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\beta}{2} \right) \right] + K_4 \sin \beta \right\}, \quad (4)$$

где $K_2, K'_2 = \frac{\lambda_{1,2} + 2G_{1,2}}{2\pi G_{1,2}(\lambda_{1,2} + G_{1,2})}$, $K_4, K'_4 = \frac{1}{4(\lambda_{1,2} + G_{1,2})}$.

Функция напряжений для действующей на зуб распределённой нагрузки

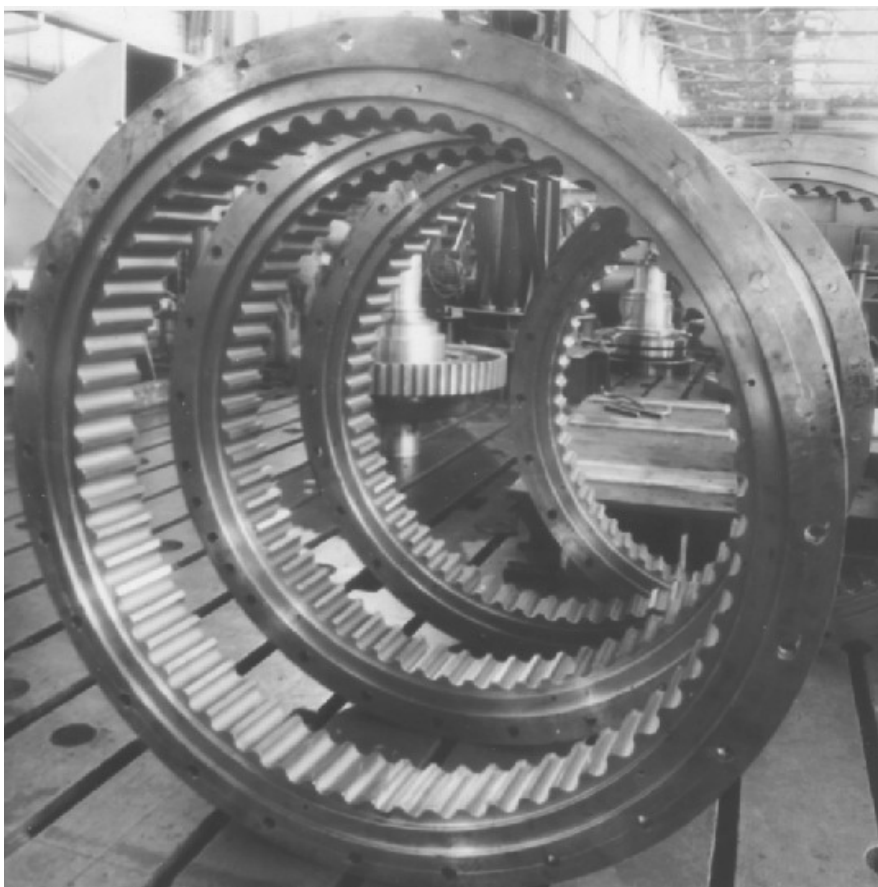


Рис. 4. Зубчатые колёса с круговыми зубьями для передач с промежуточными телами качения

$$\Phi = -\frac{F}{\pi} \left[\psi r \sin \beta - \frac{1}{4}(1-\nu)r \ln r \cos \beta - \frac{1}{2}r\beta \sin \beta + \frac{1}{4} \ln r - \frac{R_2^2}{8} \left(\frac{3-\nu}{r} \right) \cos \beta \right], \quad (5)$$

где ν - коэффициент Пуассона; r - вектор, определяющий произвольную точку зуба.

Компоненты тензора напряжений выразим через функцию напряжений в полярной системе координат

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta^2}, \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}. \quad (6)$$

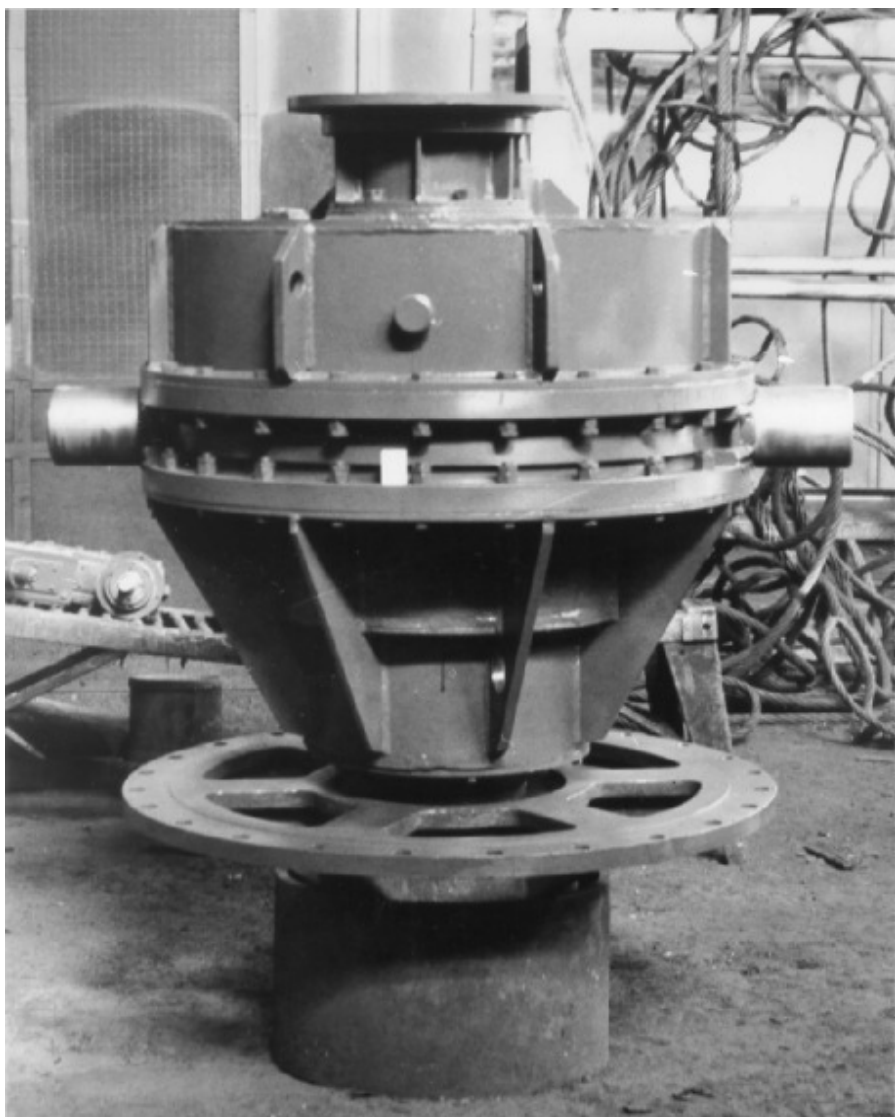


Рис. 5 Редуктор с промежуточными телами качения привода классификатора: масса 6320 кг; передаточное число 274,5; номинальный крутящий момент 210 КНм

Деформация в радиальном направлении

$$\varepsilon_r = \frac{1}{\varepsilon} [\sigma_r (1 - \nu^2) - \nu \sigma_\theta (1 + \nu)]. \quad (7)$$

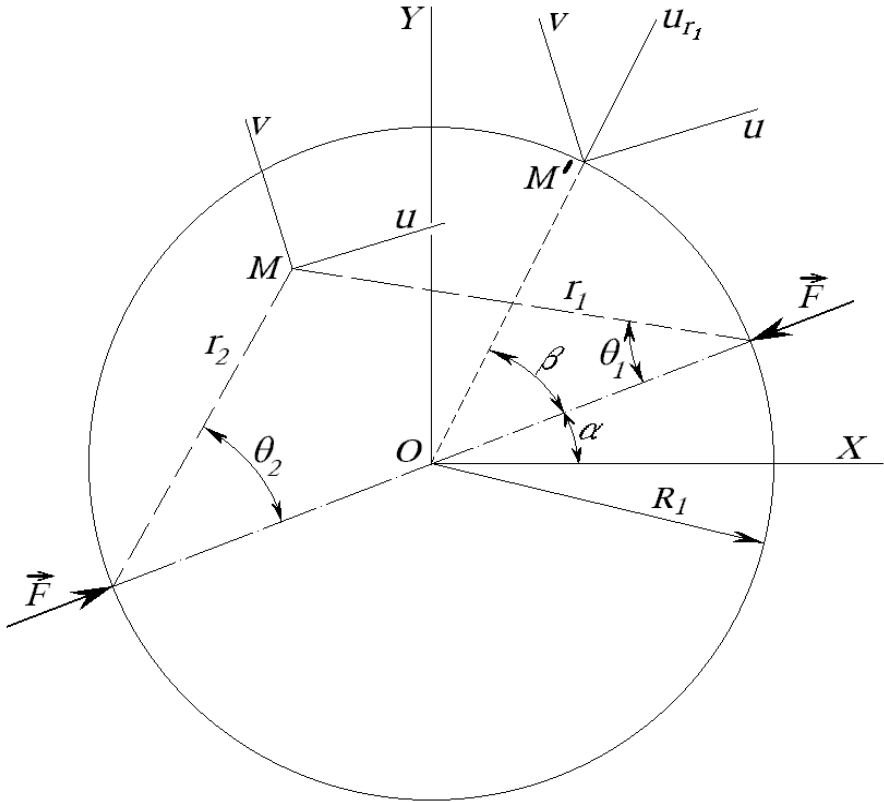


Рис. 6. Силовая схема нагрузки и деформации ролика

Радиальные смещения определяются интегрированием по дуге контакта [4]

$$\begin{aligned}
 u_{r_2} = & \frac{2F}{\pi E_2} (1 - \nu_2^2) \left\{ \frac{\sin \beta}{2} \left[\frac{\beta}{2} + \frac{2 \cos^2 \beta - \cos \beta - 1}{4 \sin \beta (1 - \cos \beta)} + \frac{\beta}{4 \sin^2 \beta} \right] + \frac{\nu_2 + 1}{8(\nu_2 - 1)} \times \right. \\
 & \times \left(1 + \frac{\beta}{\sin \beta} \right) - \frac{\cos \beta}{2} \left[\ln(2(1 - \cos \beta)) + \frac{\beta}{\operatorname{tg} \beta} \right] + \frac{\beta \cos^2 \beta}{2 \sin \beta} + \frac{1}{4(1 - \nu_2)} + \frac{\cos \beta}{16(1 - \nu_2)^2} \times \\
 & \left. \times (2\nu_2 - \nu_2^2 + 3) + \frac{\nu_2 \cos \beta}{2(1 - \nu_2)} \left(\frac{\beta}{2 \operatorname{tg} \beta} - \frac{1}{2} \right) + f_1(\beta) \right\}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Постоянная интегрирования : $f_1(\beta) = c \cos \beta$.

Перемещения центра ролика в процессе взаимодействия с зубом

$$u_{r_1} + u_{r_2} = d \cos \beta - (R_2 - R_1)(1 - \cos \beta), \quad (9)$$

где d – величина совместной деформации точки контакта ролика с зубом;

R_2 – радиус образующей окружности зуба.

Радиальное смещение ролика

$$d_1 = \int_{-\beta'_0}^{\beta'_0} P(\beta') R_1 \left\{ -K_2 \left[1 + \cos(\beta - \beta') \ln \operatorname{tg} \frac{\beta - \beta'}{2} \right] + K_4 \sin(\beta - \beta') \right\} d\beta', \quad (10)$$

где β' – текущий угол точки на контактной площадке ролика с поверхностью зуба; β'_i – максимальное значение угла точки на контактной площадке ролика с поверхностью зуба; P – давление.

Радиальные смещения контактной поверхности зуба

$$d_2 = K'_2 R_2 \int_{-\beta'_0}^{\beta'_0} P(\beta') f_2(\beta - \beta') d\beta'. \quad (11)$$

Интегрируя уравнения (10) и (11) в интервале β'_m , получим радиальное смещение для всех точек β_i относительно общего центра.

Усилие, передаваемое элементарным участком дуги контакта

$$P = P_m \left[1 - \frac{\beta'}{\beta'_m} \right], \quad (12)$$

где β'_m – угол, соответствующий элементарной дуге контакта поверхностей.

Из уравнений (10), (11) получим безразмерные радиальные перемещения

$$(d_{ij})_m = \int_{-\beta'_m}^{\beta'_m} \left(1 - \frac{\beta'}{\beta'_m} \right) \left\{ -1 - \cos(\beta_i - \beta') \ln \operatorname{tg} \frac{\beta_i - \beta'}{2} + \bar{K} \sin(\beta_i - \beta') \right\} d\beta', \quad (13)$$

$$(d_{ij})_f = \int_{-\beta'_m}^{\beta'_m} \left(1 - \frac{\beta'}{\beta'_m} \right) \{ f_2(\beta_i - \beta') \} d\beta'. \quad (14)$$

Применяя метод суперпозиции сил и перемещений теории упругости, представим общее радиальное смещение точки i на дуге контакта поверхностей

$$\bar{u}_{1,ri} = \sum_{j=1}^n \left\{ (\bar{d}_{ij})_m \bar{P}_{mj} \right\}, \quad j = 1, \dots, n \quad (15)$$

где $(\bar{d}_{ij})_m = \frac{(d_{ij})_m}{R_2 \bar{P}_{mj}}$, $\bar{u}_{1,ri} = \frac{u_{1,ri}}{R_2}$,

$$\bar{u}_{2_{ri}} = \sum_{i=1}^n \left\{ (\bar{d}_{ij})_f \bar{P}_{mj} \right\} \quad j = 1, \dots, n \quad (16)$$

где $\bar{u}_{2_{ri}} = \frac{u_{2_{ri}}}{R_2}$.

Совместное решение уравнений (13) – (16) и предполагая соответствие $i^{\text{ТЯХ}}$ точек контактных полверхностей ролика и зуба, получаем алгебраическое уравнение совместных перемещений ролика и зуба

$$\left\{ (d_{ij})_m + (d_{ij})_f \right\} \bar{P}_{mj} = \bar{d} \cos \beta_i + (R-1)(1 - \cos \beta_i), \quad (17)$$

где $\bar{d} = \frac{d}{R_2}$, β_i - угол между центром $P^{\text{Э}}$ элемента и общей линией действия нагрузки.

Получено общее решение задачи теории упругости силового взаимодействия элементов зацепления тел близкой разноимённой кривизны, необходимое для прочностного расчёта передач с промежуточными телами качения.

Список литературы: 1. *Hertz H.* Uber Die Berührung fester Elastischer Körper., I. E. Math. (Irelle), vol. 92, 1882. 2. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 365 с. 3. *Тимошенко С. П., Гудьер Д.* Теория упругости. - М.: Наука, 1979.– 560 с. 4. *Стрельников В. Н.* Контактная задача зубчатого зацепления с промежуточными телами качения // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сборник научных трудов. - Донецк: ДГТУ. 2004. - Вып. 27. - С. 238 – 254.

УДК 621.833

В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, канд.техн.наук; ЗАО «НКМЗ»

РЕШЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ТЯЖЕЛО НАГРУЖЕННЫХ ПЕРЕДАЧ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

Вирішена контактна задача теорії пружності для циліндричних поверхонь передач із проміжними тілами катіння.

The contact problem of the theory of elasticity for cylindrical surfaces of transfers with intermediate bodies of rolling is solved.

Проектирование новых передач зацеплением связано с решением задач прочности несущих деталей и узлов, исследованием процессов, протекающих в зоне контакта. Состояние материала при контактных нагрузках характеризуется большим градиентом напряжений, локализацией последних в относительно больших объёмах вблизи поверхности и достигающих значительных величин. Контакт между твёрдыми телами носит дискретный характер, и площадь истинного соприкосновения составляет незначительную