

для косозубых обкатных передач с выпукло-вогнутым контактом. // Труды 5-ой межд. научно-техн. конф. «Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве».- Харьков.-2002.- С. 629-632. 7. *Кириченко А.Ф., Павлов А.И.* Порівняння характеристик просторових передач. // Вісник Технологічного університету Поділля, част. 1, Технічні науки.- Хмельницький.- 2002.- С. 32-33. 8. *Кириченко А.Ф., Павлов А.И.* Компьютерное исследование пространственных зубчатых зацеплений. // Зб. «Геометричне та комп'ютерне моделювання» .-Харків, Харк. держ. академія техн. та орган. харч.-2002.- Вип. 1-С. 103-105.

УДК 621. 833.01

А.Ф.КИРИЧЕНКО, д-р. техн. наук, НТУ «ХПИ»

В.А.БЕРЕЖНОЙ, ас., НТУ "ХПИ"

Д.В.ВОРОНЦОВА, асп., НТУ "ХПИ"

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВИДА И ПАРАМЕТРОВ МОДИФИКАЦИИ ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС НА СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Розглядаються шляхи підвищення працездатності прямозубих коліс за допомогою застосування модифікованих зубців. Виконується розробка методики розрахунку об'ємного пружно-деформованого стану модифікованих прямозубих коліс методом скінчених елементів. Отримані результати розрахунків напруги та жорсткості модифікованих прямозубих коліс для чотирьох видів модифікацій зубців.

The increasing ways of spur gears capacity to work by means of using the modified tooth are studied. Development of strategy calculation of volumetric stress strain state of modification spur gears by method of finite element is performed. The stress and rigidity calculation results of modification spur gears for four types of modifications of tooth have been calculated.

Введение.

Будучи одним из наиболее распространённых видов механических передач, зубчатые передачи являются одной из неотъемлемых частей большинства современных машин и чаще всего определяют их качество и надёжность. Поэтому повышение технических и эксплуатационных характеристик зубчатых передач особенно на стадии проектирования является традиционно важной и актуальной задачей. За последние двадцать лет методы увеличения надёжности зубчатых передач получили достаточное развитие. Так перспективным решением - есть замена в определённых случаях колёс со стандартным исходным контуром на колёса с модифицированными определённым образом зубьями. На данный момент известно огромное количество способов модификации зубьев прямозубых колёс, области применения которых постоянно увеличиваются [1, 2]. Однако широкого внедрения эти модифицированные колёса не получили, и, прежде всего, из-за отсутствия общей методики расчёта и проектирования, которая бы учитывала многие технические и эксплуатационные требования.

Постановка задачи.

Цель работы – определение рациональных параметров модифицированных передач за счёт создания методики расчёта напряжённо-деформируемого состояния эвольвентных зубьев модифицированных прямозубых колёс ещё на стадии проектирования.

Метод решения задачи.

Проведённый анализ существующих направлений исследования напряжённо-деформируемого состояния эвольвентных зубьев цилиндрических прямозубых колёс показал, что одним из наиболее эффективных численных методов решения объёмных задач теории упругости является метод конечных элементов. На современном этапе развития вычислительной техники и вариационных методов стало возможным применить с достаточно высокой точностью метод конечных элементов для расчета объёмного напряжённо-деформированного состояния зубьев эвольвентных модифицированных прямозубых колёс [3].

Разработка методики расчёта напряжённо-деформируемого состояния эвольвентных зубьев модифицированных прямозубых колёс.

При построении расчётной геометрической модели зуба эвольвентного зубчатого колеса использовалась методика Александрова Л.И. [4], согласно которой профиль зуба строится определением толщины зуба на различных радиусах:

$$S_x = 2r_x \left(\frac{\pi}{2z} + inv\alpha - inv\alpha_x \right), \quad (1)$$

где $inv\alpha = tg20^0 - 20^0(\pi/180^0)$ при $\alpha = 20^0$, $inv\alpha_x = tg\alpha_x - \alpha_x(\pi/180^0)$ при $\alpha_x = x^0$, z – количество зубьев колеса, $S_x(r_x)$ – толщина зуба на различных радиусах.

Задача расчета напряжённо-деформированного состояния можно представить в вариационной постановке, из условия, что минимум полной энергии в виде вариации равен $\delta\mathcal{E}(u) = 0$ [3]. Данная задача может быть представлена в виде функционала, который является исходным в общей процедуре метода конечных элементов и может быть применён к задачам определения напряжённо-деформированного состояния зубьев:

$$\mathcal{E}(u) = \frac{1}{2} \iiint (Au)^T DAu dV - \iint_{s_1} (u)^T g_s dS - \iiint (u)^T \rho dV, \quad (2)$$

где $\mathcal{E}(u)$ – полная энергия всей упругой области, u – перемещения, A – матрица операций дифференцирования, D – матрица упругих постоянных.

Поле перемещений для пространственного конечного элемента в форме восьми углового параллелепипеда, имеющего двадцать четыре степени свободы, равно:

$$u'_i(x, y, z) = a_{1i} + a_{2i}x + a_{3i}y + a_{4i}z + a_{5i}xy + a_{6i}yz + a_{7i}xz + a_{8i}xyz, \quad (3)$$

Векторы перемещений u' , деформаций ϵ^r и напряжений σ^r в пределах конечного элемента r , определяются из следующих выражений:

$$u^r = U^r q^r, \quad \varepsilon^r = Au^r = AU^r q^r = B^r q^r, \quad \sigma^r = D\varepsilon^r = DB^r q^r, \quad (4)$$

где U^r – матрица аппроксимирующих функций, а q^r – узловые упругие перемещения в пределах элемента.

Выполнив дискретизацию упругого тела, составив уравнения равновесия для каждого узла, и объединив их, получаем зависимость между внешними узловыми силами и узловыми перемещениями для всего тела:

$$Kq = P + \tilde{P}, \quad (5)$$

где, K – матрица жёсткости всего тела, q – узловые перемещения в объёме всего тела, P – вектор узловых сосредоточенных сил в узлах тела, \tilde{P} – вектор узловых сил эквивалентных внешним узловому нагружению.

Решение линейных алгебраических уравнений (5) даёт матрицу неизвестных узловых перемещений. Далее, имея значения узловых перемещений, находим компоненты векторов перемещений и тензора напряжений [3].

Для корректного решения поставленной задачи в объёмной конечно-элементной модели эвольвентного прямозубого колеса были приняты следующие граничные условия: зубчатое колесо жестко заделано по цилиндрической поверхности отверстия под вал – это выражает условие передачи крутящего момента, а на пятне контакта заданы нормальные напряжения пропорциональные нагрузке, на остальной поверхности нормальные напряжения равны нулю:

$$u_{val}(x, y, z) = 0, \quad \sigma_N \rightarrow 0, \quad (6)$$

Для того чтобы всесторонне оценить влияние модификации зубьев на работоспособность зубчатой передачи в целом необходимо решить целый ряд задач связанных: с расчетом напряжений изгиба, напряжений контакта, динамических нагрузок в зацеплении; с определением всех составляющих жёсткости зацепления и т.д. Однако, на сегодняшний день для зубьев модифицированных колёс эти вопросы практически не решались, и прежде всего из-за ограниченности и упрощённости существующих методик расчёта. Поэтому в данной работе было предложено *в первом приближении* оценить влияние параметров модификации зубьев на *изгибную жёсткость* зубьев при одновременном контроле *напряжений изгиба* на переходной кривой зуба ещё на стадии проектирования.

Под жёсткостью зуба понимается усилие вызывающее единичную деформацию в направлении линии зацепления [5]. Жёсткость зуба – величина обратная податливости зуба. Жёсткость зацепления – приведённая величина жесткостей зубьев:

$$C_{zac} = \frac{1}{K_{zac}} = C_1 + C_2 = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} = \frac{F_N}{u_{1p}} + \frac{F_N}{u_{2p}} = \frac{F_n(u_{1p} + u_{2p})}{u_{1p}u_{2p}}, \quad (7)$$

где, C_{zac} , K_{zac} – жёсткость и податливость зацепления, C_{np} , K_n – жёсткость и податливость зуба, F_N – нормальное усилие, u_{np} – результирующие

перемещения вдоль линии зацепления, ($n=1$ – шестерня, $n=2$ – зубчатое колесо).

Согласно ГОСТ 21354-87 [6] для прямозубых передач расчёт зубьев на выносливость при изгибе осуществляется по формуле:

$$\sigma_F = Y_F \frac{q_{Ft}}{m} \leq [\sigma_F], \quad (8)$$

где Y_F – коэффициент формы зуба (безразмерный коэффициент), m – модуль зацепления, q_{Ft} – удельная расчётная окружная сила, σ_F – максимальное изгибное напряжение, $[\sigma_F]$ – допускаемое изгибное напряжение. В нашем же случае Y_F как таковой отсутствует. Вместо него, как видно из разработанной методики, без каких-либо изменений может быть подставлено значение Y_F вычисляемое методом конечных элементов.

Очевидно, что задача будет решена итерационным путём, первым шагом которой является оценка упругих перемещений и напряжений изгиба для зубьев стандартных эвольвентных колес. Вторым шагом является расчёт упругих перемещений и напряжений изгиба зубьев для модифицированных эвольвентных колёс. И третий шаг – сопоставление полученных результатов для стандартных и модифицированных прямозубых колес.

Для адекватного сравнения характеристик стандартных и модифицированных колёс необходимо наличие одинаковых исходных данных: модуль зацепления $m=1$, число зубьев шестерни $z=20$, угол исходного контура $\alpha=20^\circ$, нормальное равномерно-распределённое по ширине зубчатого венца усилие $F_n=1$ кГ/мм, ширина зубчатого венца $b_w=1$ м. материал – легированная сталь.

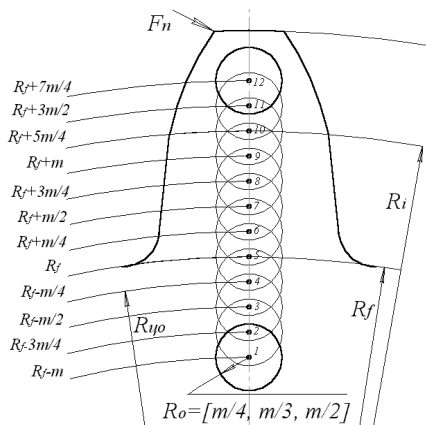


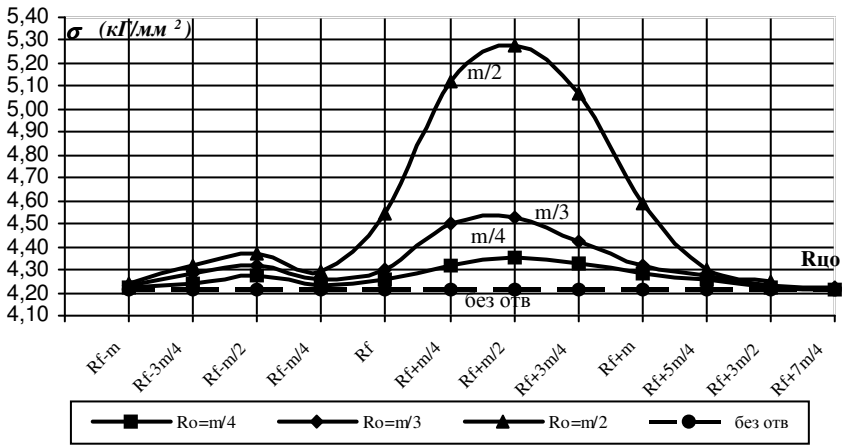
Рис.1 Модификация в виде сквозного цилиндрического отверстия в форме окружности.

Результаты исследования влияния различных видов модификаций на жесткость и напряжения изгиба зубьев прямозубых колёс.

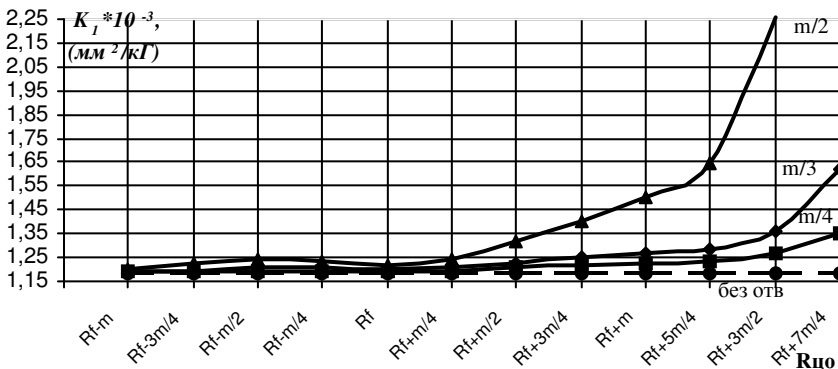
В ходе предварительного анализа наиболее используемых видов модификаций зубчатых колёс была выделена группа модификаций зубьев, которая направлена на снижение их жесткости. В данной работе изучено 4 варианта различных модификаций зубьев прямозубых колёс.

Рассмотрим конструкцию зубчатых колес с модификацией в виде сквозного цилиндрического отверстия в форме окружности (см. рис.1).

На рис.2 приведены в виде графиков результаты расчётов изгибных напряжений и податливости зубьев модифицированных колёс [7].



а



б

Рис.2 Зависимость напряжений изгиба (а) и податливости (б) зуба от параметров модификации со сквозным цилиндрическим отверстием в форме окружности $R_{\phi 0}$ и R_0 .

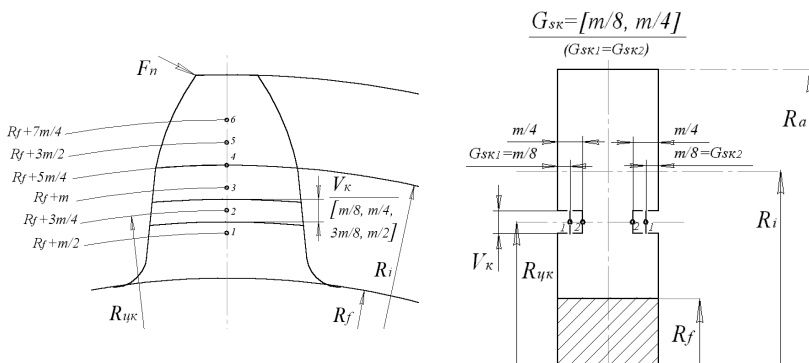
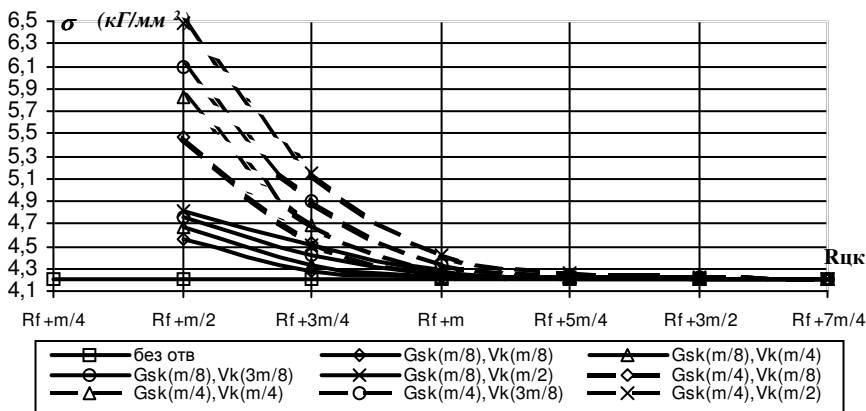
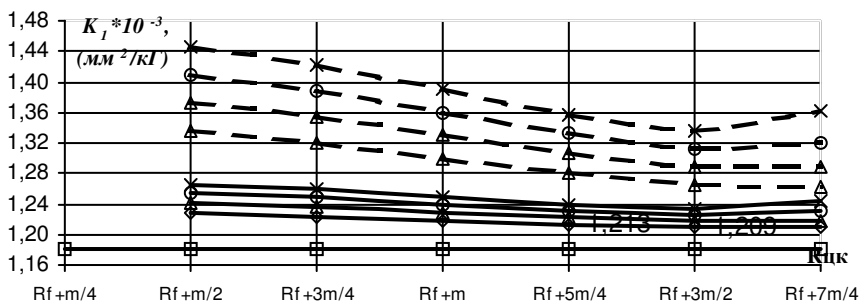


Рис.3 Модификация в виде круговых канавок на торцевых поверхностях зубьев.



a



б

Рис.4 Зависимость напряжений изгиба (а) и податливости (б) зуба от параметров модификации в виде круговых канавок на торцевых поверхностях зубьев $R_{цк}$, V_k и G_{sk} .

Видно, что наиболее эффективные соотношения параметров для цилиндрической модификаций достигаются на головке зуба.

Рассмотрим конструкцию зубчатых колес с модификацией в виде круговых канавок на торцевых поверхностях зубьев (см. рис.3).

Результаты расчётов исследования модифицированных зубьев приведены в виде графиков на рис.4.

Следует отметить, что полученные графики для исследованных выше модификаций зубьев (Рис.2 и Рис.4) имеют в целом общий характер изменения вдоль оси зуба. Однако по эффективности цилиндрическая модификация превосходят модификацию с торцевыми канавками, подтверждает это и сравнение их численных данных [7].

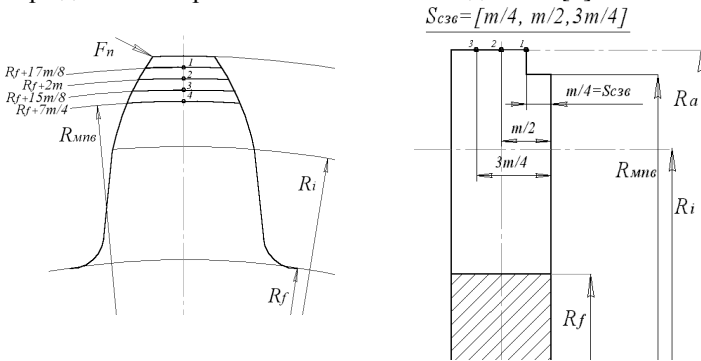


Рис.5 Односторонняя ступенчатая модификация поверхности вершин.

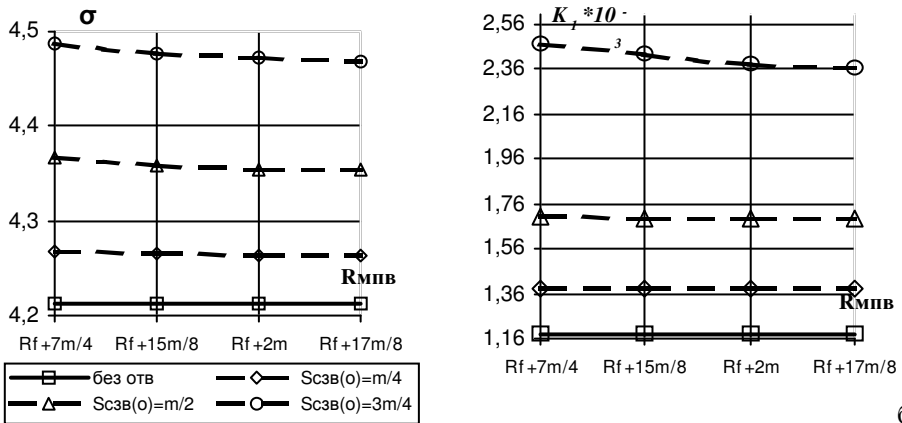


Рис.6 Зависимость напряжений изгиба (а) и податливости (б) зуба от параметров односторонней ступенчатой модификации R_{mnb} , и $Sczv$.

Интенсивный источник возникновения колебаний в прямоугольных передачах – периодическое изменение жёсткости по фазе зацепления, что

связано с нахождением в зацеплении то одной, то двух пар зубьев. Если принять, что жёсткость пропорциональна суммарной длине контактных линий, то достичь ее постоянства можно путём использования ступенчатых модификаций поверхности вершин зубьев. Односторонняя ступенчатая модификация поверхности вершин изображена на рис.5.

Результаты исследований представлены на Рис.6. Обратим внимание на то, что кривые, как напряжений изгиба, так и податливости зуба слабо изменяются с увеличением R_{mv} , и зависят, прежде всего, от величины $S_{сзв}$. В настоящее время имеется положительный опыт эксплуатации зубчатых передач, где наиболее полное выравнивание суммарной длины контактных линий для односторонней модификации поверхности вершин обеспечивается при $S_{сзв}=m/2$. Настоящие исследования подтверждают, эти утверждения.

Если ограничиться сравнением сугубо численных данных напряжений изгиба и податливости зубьев, то отметим, что эффективность ступенчатой модификации зубьев несколько выше, чем цилиндрической модификации, и превосходит в среднем в два раза модификацию с канавками на торцах зубьев [7].

Рассмотрим конструкцию зубчатых колес с модификацией в виде проточки вдоль вершины зуба (Рис.7). Главное достоинство указанной модификации – понижение жесткости зубьев в момент их пересопряжения за счёт пазов, которые фрезеруют по всей длине зубьев на некоторой глубине.

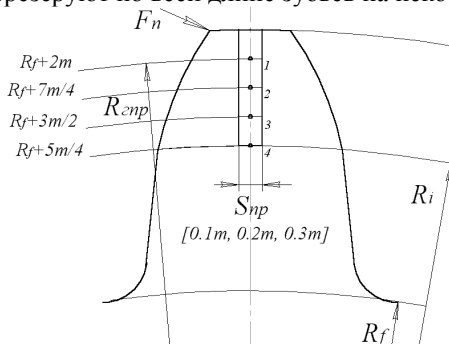


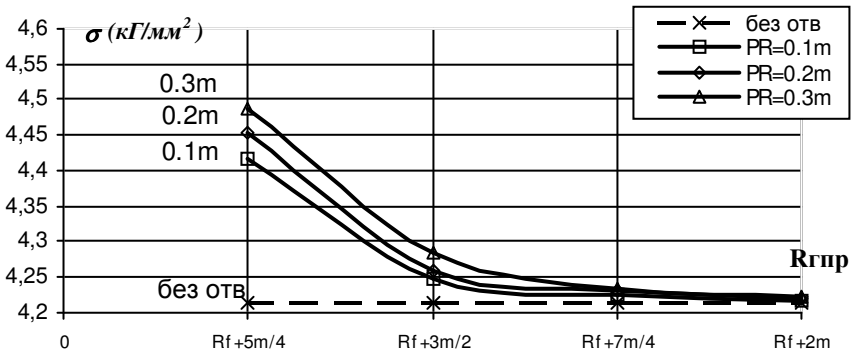
Рис.7 Модификация в виде проточки вдоль вершины зуба.

Результаты расчётов представлены на (Рис.8). Можно заметить, что наилучший эффект модификация в виде проточки достигает на головке зуба, а по своим показателям эффективности данная модификация превосходит все выше исследованные модификации зубьев [7].

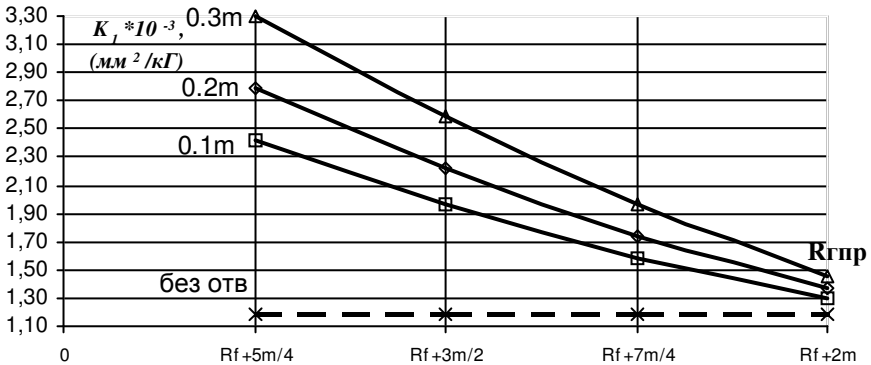
Выводы.

Таким образом, разработанная методика расчёта объёмного напряжённо-деформированного состояния зубьев модифицированных эвольвентных прямозубых колёс позволяет *в первом приближении* оценивать влияние параметров различных модификации зубьев по *изгибной*

податливости зубьев при одновременном контроле напряжений изгиба на переходной кривой ещё на стадии проектирования.



а



б

Рис.8 Зависимость напряжений изгиба (а) и податливости (б) зуба от параметров модификации в виде проточки $R_{гпр}$, и $S_{прт}$

Список литературы: 1. Сухоруков Ю.Н. Модификация эвольвентных цилиндрических зубчатых колёс. Издательство «Техника», Киев, 1992, с.200. 2. Берестнев О.В., Жук И.В., Неделькин А.Н. Зубчатые передачи с повышенной податливостью зубьев. –Минск.: Наука и техника, 1993. -184 с. 3. Розин Л.А. Основы метода конечных элементов в теории упругости: Пер. с англ. –Ленинград: Машиностроение, 1972. - 438 с. 4. Александров А.И. Артёменко Н.П. Костюк Д.И. Цилиндрические зубчатые колёса. Издательство ХГУ им. Горького, Харьков, 1956, с.318. 5. Заблонский К.И. Жёсткость зубчатых передач. «Коммунист», Харьков, 1967, с.260. 6. Устиненко В.Л. Напряжённое состояние зубьев цилиндрических прямозубых колёс. Машиностроение, Москва, 1972, с.91. 7. Бережной В.А. Исследование напряжённо-деформированного состояния эвольвентных зубьев прямозубых колёс с регулируемой жёсткостью зацепления на стадии проектирования: Диссертация ... к.т.н. –Харьков, 2005, с.230.

Поступила в редакцию 31.05.06