

*Н.Л.УТУТОВ*, д.т.н., ВНУ им. В.Даля  
*А.П.КАРПОВ*, асс., ВНУ им. В.Даля

### ЦЕНТРОИДЫ ПЕРЕДАЧ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ

Отримано рівняння функції передавального відношення, радіусів центроїд та їх довжин, а також кута нахилу зубців передачі еліпсоїдальними зубчастими колесами.

The equations of function transmission relation, of centre's radiuses and of centre's lengths, and also of a corner of cogs inclination for a transfers by ellipsoidal cogwheels are received.

**Постановка проблеми.** Передачи некруглыми зубчатыми колесами, в том числе эллиптическими, находят все большее применение. Эти передачи находят применение в машинах и механизмах-автоматах для приведения в движение с переменной в течение рабочего цикла скоростью рабочих и управляющих органов и т.д.

**Анализ литературы.** В известных публикациях [1, 2, 3] функцию передаточного отношения передачи эллиптическими зубчатыми колесами выражают формулой

$$i(\varphi_1) = \frac{1 - e_0^2}{1 + 2e_0 \cos \varphi_1 + e_0^2}, \tag{1}$$

где  $e_0$  – относительный эксцентриситет ведущего колеса,

$$e_0 = \frac{c}{a}, \tag{2}$$

$c$  – фокусное расстояние эллипса,

$a$  – большая полуось эллипса,

$\varphi_1$  – угол поворота ведущего колеса.

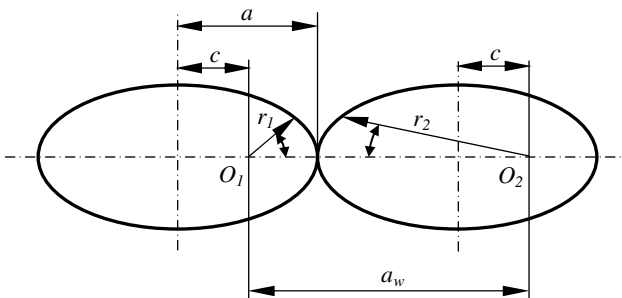


Рис. 1. Эллиптические центроиды

Однако, эта формула для расчетов некруглых зубчатых колес эллиптической формы несколько неудобна, так как эксцентриситет ведущего колеса зависит от расположения фокуса, не дает наглядного представления о передаче, здесь не участвует один из важных показателей передачи – межосевое расстояние. Кроме этого, формула не обладает мобильностью, так как существует жесткая связь между фокусным расстоянием и большой полуосью эллипса (рис. 1), имеет несколько отвлеченный вид для технических расчетов.

**Цель статьи.** Разработка более удобной методики расчетов центроид и их основных элементов некруглых зубчатых колес с эллиптическими очертаниями.

**Основной материал.** Для инженерных расчетов удобнее иметь эллиптическую зубчатую передачу, у которой передаточная функция характеризовала бы геометрические параметры некруглых зубчатых колес.

Обозначим эксцентриситет, смещение оси вращения ведущего колеса от геометрического центра фигуры эллипса через

$$e = c . \quad (3)$$

Из рис. 1 запишем межосевое расстояние передачи

$$a_w = 2a . \quad (4)$$

Тогда с учетом значения (4) и обозначения (3) выражение (2) принимает вид

$$e_0 = \frac{2e}{a_w} . \quad (5)$$

Подставим значение (5) в уравнение (1)

$$i(\varphi_1) = \frac{a_w^2 - 4e^2}{a_w^2 - 4a_w e \cos \varphi_1 + 4e^2} . \quad (6)$$

Уравнение (6) более удобно при проектировании, так как по известной методике проектирования передач круглыми зубчатыми колесами несложно определить величину  $a_w$ . Величина эксцентриситета  $e$  зависит от технического задания на проектирование.

Так как уравнение (6) отличается от уравнения (1), то в целях их различия целесообразно называть эллипсоидальной передаточной функцией. Тем более, что в реальных передачах некруглыми зубчатыми колесами центроиды имеют фигуру отличающуюся несколько от фигуры математического эллипса. Уравнение удобно при расчетах передач с заданным передаточным числом  $u$  и межосевым расстоянием.

Из уравнений (1) и (6) видно, что за один полный оборот ведущего колеса ведомое также совершит один полный оборот. Для того, чтобы иметь заданное число  $j_1$  максимальных и минимальных численных значений радиуса центроиды ведущего колеса, а также при заданном передаточном числе передачи уравнение (6) принимает вид

$$i(\varphi_1) = \frac{a_w^2 - 4e^2}{u[a_w^2 + 4e^2 - 4a_w e \cos(j_1 \varphi_1)]} . \quad (7)$$

Углы поворота ведомого колеса определяются выражением

$$\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{a_w^2 - 4e^2}{u[a_w^2 + 4e^2 - 4a_w e \cos(j_1 \varphi_1)]} d\varphi_1 =$$

$$= \frac{2(a_w^2 - 4e^2)}{uj_1 \sqrt{(a_w^2 + 4e^2)^2 - 16a_w^2 e^2}} \arctan \frac{(a_w - 2e)^2 \tan(j_1 \varphi_1 / 2)}{\sqrt{(a_w^2 + 4e^2)^2 - 4a_w e \cos(j_1 \varphi_1)}} - \frac{\varphi_1}{u}. \quad (8)$$

Радиусы центроид ведущего и ведомого колес определяются зависимостями

$$r_1 = \frac{a_w (a_w^2 - 4e^2)}{(u+1)(a_w^2 + 4e^2) - 4ua_w e \cos(j_1 \varphi_1)}, \quad (9)$$

$$r_2 = \frac{ua_w [a_w^2 + 4e^2 - 4a_w e \cos(j_1 \varphi_1)]}{(u+1)(a_w^2 + 4e^2) - 4ua_w e \cos(j_1 \varphi_1)}. \quad (10)$$

Длина центроиды ведущего колеса расчетная

$$\ell_{1p} = a_w \int_0^{\varphi_1} \frac{\sqrt{[1 + i(\varphi_1)]^2 i^2(\varphi_1) + [i'(\varphi_1)]^2}}{[1 + i(\varphi_1)]^2} d\varphi_1, \quad (11)$$

где  $i'(\varphi_1)$  – первая производная по параметру  $\varphi_1$  от передаточной функции (7)

$$i'(\varphi_1) = \frac{4a_w e j_1 (a_w^2 - e^2) \sin(j_1 \varphi_1)}{u[a_w^2 + 4e^2 - 4a_w e \cos(j_1 \varphi_1)]^2}. \quad (12)$$

Подставив в уравнение (11) значения (7) и (12), получим

$$\ell_{1p} = a_w \int_0^{\varphi_1} \frac{\sqrt{(a_w^2 - 4e^2) \{[(u+1)a_w^2 - 4ua_w e \cos(j_1 \varphi_1) + 4e^2(u-1)]^2 + [4ua_w e j_1 \sin(j_1 \varphi_1)]^2\}}}{[(u+1)a_w^2 - 4ua_w e \cos(j_1 \varphi_1) + 4e^2(u+1)]^2} d\varphi_1 \quad (13)$$

Принимаем длину центроиды ведущего колеса  $\ell_1$ . Тогда число зубьев на ведущем колесе расчетное

$$z_{1p} = \frac{\ell_1}{\pi \cdot m_n}, \quad (14)$$

где  $m_n$  – нормальный модуль зацепления принятый по стандарту,

$$m_n = 0,02 \cdot a_w. \quad (15)$$

Приняв число зубьев на ведущем колесе  $z_1$ , определяем угол наклона зубьев, округлив  $z_{1p}$  в меньшую сторону,

$$\cos \beta = \frac{z_1}{z_{1p}}. \quad (16)$$

Длина центроиды и число зубьев ведомого колеса

$$\ell_2 = \ell_1 \cdot u, \quad (17)$$

$$z_2 = z_1 \cdot u. \quad (18)$$

При  $j_1 = 1$  центроиды обоих колес имеют одинаковые очертания. При этом передаточное число передачи равно единице.

При  $j_1 = 2$  центроида ведущего колеса имеет ось вращения, совпадающая с центром фигуры «эллипса». В этом случае при передаточном числе  $u = 1$  оба колеса имеют одинаковые очертания, приближающиеся к овальным.

Количество максимальных значений  $j_2$  радиусов центроиды ведомого колеса при известном количестве  $j_1$  максимальных значений радиуса центроиды ведущего колеса будет равно

$$j_2 = u \cdot j_1.$$

При этом число  $j_1$  задается равным количеству максимальных значений передаточной функции, реализуемой парой некруглых зубчатых колес.

**Выводы.** Таким образом, получены уравнения функции передаточного отношения передачи эллипсоидальными зубчатыми колесами. Получены также расчетные зависимости для определения радиусов центроид, длин центроид, числа зубьев и угла наклона зубьев. Даны также рекомендации по определению параметров, входящих в передаточную функцию.

**Список литературы:** 1. *Кожевников С.Н.* Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1969. – 584с. 2. *Литвин Ф.Л.* Некруглые зубчатые колеса. – М. – Л.: Машгиз, 1956. – 312с. 3. *Утутов Н.Л., Носко П.Л., Филь П.В.* Основы теории и проектирования передач некруглыми зубчатыми колесами. – Луганск: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2005. – 320с. 4. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. – М.: Физматгиз, 1962. – 608с. 5. *Северюк В.Н., Утутов Н.Л.* Геометрия некруглых цилиндрических передач // Локомотивостроение. Респ. межвед. научно-техн. сб. Вып. 6. – Харьков: Вища школа, 1974. – С.36-44. 6. *Утутов Н.Л.* Определение длины центроиды некруглых зубчатых колес // Теория механизмов и машин. Вып. 26. Респ. межвед. научно-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1979. – С.73-76. 7. *Утутов Н.Л., Карпов А.П.* Методика расчета передач некруглыми зубчатыми колесами // Вестник нац. техн. ун-та «ХПИ». Вып.12, Харьков, 2001. – С.27-32. 8.

Поступила в редакцию 04.04.2006

УДК 621.833

***В.О. МАЛАЩЕНКО***, д.т.н., проф. НУ „Львівська політехніка”

***І.Є. КРАВЕЦЬ***, здобувач, НУ „Львівська політехніка”

***О.І. СОРОКІВСЬКИЙ***, к.т.н., доц., НУ „Львівська політехніка”

## **ПРОБЛЕМИ ДОВГОВІЧНОСТІ ВЕЛИКОГАБАРИТНИХ ВІДКРИТИХ ЗУБЧАТИХ ПЕРЕДАЧ ВУГЛЕРОЗМЕЛЮВАЛЬНИХ МЛІНІВ**

Розглянуто умови роботи, монтажу та регулювання зубчатого зачеплення за величиною радіального зазору великогабаритної приводної пари. Проаналізовано основні чинники, що впливають на величину спрацювання зубців шестірні та колеса.