**Х.С.САМИДОВ**, д-р. техн.наук, проф., зав. кафедрой АзАСУ **Б.Г.АЛИЕВ**, к.т.н., ст.преп. АзВВУ им.Г.Алиева

## ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИВОДОВ МАШИН

Стаття присвячена питанням аналізу вимушених коливань приводів машин, з урахуванням взаємодії електричної і механічної систем. Пропонована методика дозволяє визначити дійсного навантаження як в зоні резонансу, так і в не резонансній зоні роботи машин різного призначення.

The article is devoted the questions of analysis of the forced vibrations of drives of machines, taking into account co-operation of the electric and mechanical systems. The offered method allows to define actual loading both in the area of resonance and in the not resonance area of work of machines of the different setting.

**Постановка проблемы.** Содержание задач, охватываемых проблемой прикладной динамики машин и теории колебании, за последние годы весьма расширилось. Это связано с бурным развитием современной техники, механизмов и машин, характеризующихся непрерывным ростом мощностей их приводов, скоростей движения узлов, нагрузок на деталей при одновременном увеличении требований к их надежности, долговечности, устойчивости, точности и производительности.

На основании вышеизложенного можно заключить, что проблема, решению которой посвящена настоящая работа, является актуальной проблемой и отвечает задачам дальнейшего прогресса современной техники

**Анализ литературы**. Исследованию динамики и в том, числе колебаний машин уделялось большое внимание с самого зарождения науки и техники. Болея 400 лет прошло со времени открытия Г.Г.Галилеем закон колебаний маятника. За это время динамика машин достигла больших успехов.

Исследованию динамики машин с абсолютно жесткими звеньями посвящены работь И.И.Артоболевского, Б.А.Абрамова, М.И.Бать, В.И.Зиновьева, М.В.Семенкова и других.

Динамическая нагруженность деталей различных машин с учетом упругости звеньев исследуются в научных трудах Р.Ш.Адамия и А.Н.Голубенцева (тяжелые машины), Н.И.Григорьева и С.А.Казах (краы), С.Н.Кожевникова (прокатные станы), В.А.Кудинова, Х.С.Самидова и др. (станки), Э.Л.Айрапетова и М.Д.Генкина (зубчатые передачи), И.И.Блехмана, Р.В.Векилова, К.М.Рагульскиса, М.В.Хвингия, А.Е.Кобринского (вибрационные машины). В решении проблем динамики и колебании машин огромная роль принадлежит справочнику в 6-ти томах «Вибрации в технике» [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8,9,10].

Несмотря на наличие большого числа работ в данной области, в настоящее время ряд вопросов динамики машин не получили достаточна исчерпывающее решение. Практика создания и эксплуатации современной техники выдвигает все новые и новые проблемы расчета, анализа динамики машин различного назначения.

Цель статьи является разработка и реализация методики анализа вынужденных колебаний приводов машин с учетом реальных характеристик конструкции и возбуждающих сил, позволяющих прогнозировать ожидаемый уровень вибрации и избежать от резонанса.

**Раздел 1.** Динамическая модель и её упрощение. Для математического анализа машин возникает необходимость составления некоторой «идеализированной» схемы динамической модели. Схематизировать машины необходимо, так как решение задач с полным учетом всех свойств реальной машины осуществить принципиально невозможно.

При решении задач динамики машин, в частности колебании, приходится схематизировать физические явления и свойства упругих элементов. Естественно, при решении поставленной задачи, и мы поступаем таким образом.

На рис.1 показана динамическая модель главного привода (коробка скоростей и коробка подач) трубоотрезного станка модели 91A25 при круговой частоте шпинделя  $\Pi_{un}$ =100 об/мин [10]. Эта модель состоит из 20 сосредоточенных масс. На этом рисунке не приводятся податливость и момент инерции электродвигателя и ременной передачи станка.

Для применения единого метода составления и решения дифференциальных уравнений движения привода станка, приводятся все инерционные и упругие элементы к одному эквивалентному валу. Далее, на основе разработанной нами программы, блок схема алгоритмы, которая показана на рис.2, упрощена числа степеней свободы рассматриваемой динамической модели. На рис.3 показана упрощенная динамическая модель электромеханической системы главного привода станка 91A25. Отметим, что собственные частоты упрощенной динамической модели данного станка с точность.  $\pm (1-6)\%$  аппроксимируют низшие собственной частоты исходной динамической модели. При этом максимальная погрешность форм колебаний системы не превышает 15%. Так как при составлении динамических моделей маши величины жесткости упругих элементов и моментов инерции берутся с точностью  $\pm (10-20)\%$ , полученные точности аппроксимации практически вполне достаточны.

**Раздел 2. Теоретическое исследование вынужденных колебаний машин.** Из всех видов колебаний в машинах наиболее распространены вынужденные колебания. Колебания, которые вызываются переменным внешним воздействием, называют вынужденными колебаниями.

Любое динамическое исследования машин в первую очередь требует определения значения частот и форм собственных и вынужденных колебаний ее упругой системы. Такая необходимость вытекает из того, что при частоте возбуждающей силы, равной одной из собственных частот машины, происходит резонанс, нарушается виброустойчивость системы. А проверка системы на резонанс является одной из важнейших задач инженерно-технических расчетов как припроектирования новых, так и при расширении технологических возможностей существующих машин.

Для изучения вынужденных колебаний конкретной машины необходимо иметь данные о конструктивных параметрах, о характере возбуждающих сил и соответствующие им уравнения.

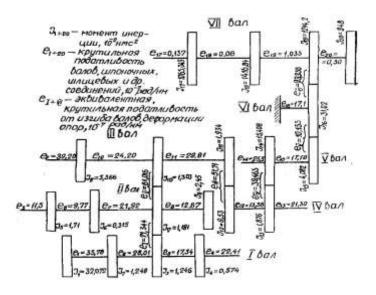


Рис.1. Динамическая модель станка 91А25

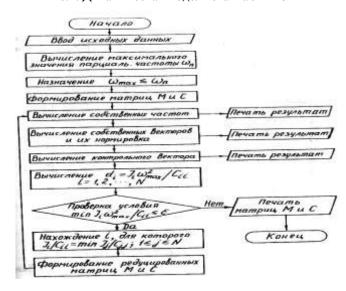


Рис. 2. Блок схема алгоритма

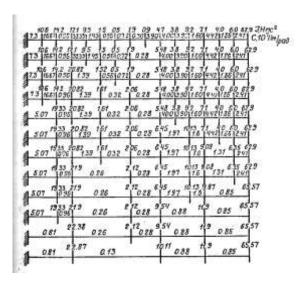


Рис.3. Упрощение динамической модели главного привода

станка 91A25 (П<sub>шп</sub>=100 об/мин.)

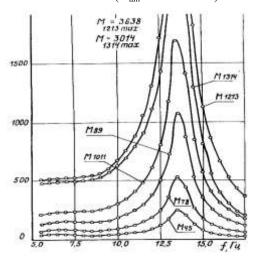


Рис 4. АЧХ главного привода станка 91 А25 после модернизации

Рассмотрим вынужденные колебания динамической модели привода машины с *n*-дискретной массой. Уравнения движения *n*-массовой электромеханической системы можно писать в виде:

$$\ddot{M}_1BTN + \dot{M}_1BN + M_1 - \frac{\beta_{12}}{c_{12}} \dot{M}_{12} - M_{12} = 0 ;$$

$$\ddot{M}_{12} + \frac{\beta_{12} \%_{012}^2}{c_{12}} \dot{M}_{12} + \%_{012}^2 M_{12} - \frac{c_{12}\beta_{23}}{c_{23}J_2} \dot{M}_{23} - \frac{c_{12}}{J_2} M_{23} = -\frac{c_{12}}{J_1} M_1 + \frac{c_{12}}{J_2} M_2$$

$$\ddot{M}_{23} + \frac{\beta_{23} \%_{23}^2}{c_{23}} \dot{M}_{23} + \%_{023}^2 M_{23} - \frac{c_{23}\beta_{12}}{c_{12}J_2} \dot{M}_{12} - \frac{c_{23}}{J_2} M_{12} - \frac{c_{23}\beta_{34}}{J_2} M_{34} - \frac{c_{23}}{J_3} M_{34} = -\frac{c_{23}}{J_2} M_2 + \frac{c_{23}}{J_3} M_3 ;$$

$$\ddot{M}_{n-1,n} + \frac{\beta_{n-1,n} \%_{n-1,n}^2}{c_{n-1,n}} \dot{M}_{n-1,n} + \frac{\phi_{n-1,n}^2 M_{n-1,n}}{c_{n-1,n}} \dot{M}_{n-1,n} + \frac{c_{n-1,n}\beta_{n-2,n-1}}{c_{n-2,n-1}J_{n-1}} \times \\ \times \dot{M}_{n-2,n-1} - \frac{c_{n-1,n}}{J_{n-1}} M_{n-2,n-1} = -\frac{c_{n-1,n}}{J_{n-1}} M_{n-1} + \frac{c_{n-1,n}}{J_n} M_n$$

$$(1)$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Z}\mathbf{G}} = \%_{i,i+1}^2 = c_{i,i+1} \frac{J_i + J_{i+1}}{J_i J_{i+1}} \quad \text{цикловые} \quad \text{частоты} \quad \text{собственных} \quad \text{колебаний} \quad \text{парциальных} \quad \text{систем}.$$

$$M_{i,i+1} = c_{i,i+1} \Phi_i - \phi_{i+1} = 0 \quad \text{моменты} \quad \text{сил упругости}, \quad \text{развиваемые} \quad \text{в соответствующих узлах системы}.$$

Решением уравнений (1) можно изучить свободные и вынужденные колебания приводов машин. Вид решения этих уравнений зависит от того, каким образом заданы внешние возбуждающие моменты сил  $M_1, M_2, M_3$  и т.д. Если внешние возбуждающие моменты сил  $M_i$ , входящие в правую часть уравнения, заданы в функции времени или являются линейной функцией угловых перемещений деталей, задача решается сравнительно легко, так как уравнения (1) в этом случае превращаются в неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, решения которых широко известны, например [2, 4]. Причем аналитическое решение в квадратурах этих уравнений возможно в случае, когда динамическая модель машины имеет до трех-четырех масс, а более четырех масс необходимо использовать ЭВМ. Выясним, прежде всего характер изменения внешних возбуждающих сил. Для металлорежущих станков возбуждающими силами в основном являются силы приводных двигателей и силы резания.

Динамическая характеристика электродвигателя определяется следующим соотношением [3]:

$$T\dot{M}_{\ni} + M_g = M_H - \mu \Phi_g - \Phi_H , \qquad (2)$$

где  $M_H$  -номинальный момент;  $\phi_H$  - номинальная угловая частота ротора; μ-коэффициент пропорциональности.

Для асинхронного электродвигателя

$$T = 1/\omega_c S_k$$
;  $\mu = \mathbf{M}_k / \mathbf{S}_k \varphi_H$ ;  $\omega_c = p\varphi_H$ .

где  $M_{\scriptscriptstyle k}, S_{\scriptscriptstyle k}$  -критический вращающий момент и критические скольжение; р-число пар полюсов двигателя.

Обозначив

$$M_1 = M_g - M_H; \qquad \varphi_g - \varphi_H t = \eta, \qquad (3)$$

выражение (3) запишем в форме

$$T\dot{M}_1 + M_1 = -\mu\dot{\eta} , \qquad (4)$$

принимая изменение  $\eta$  в виде гармонического закона [3]

 $\eta = \eta_0 \sin \omega_g t ,$ 

найдем общее решение уравнения (4)

$$M_{1} = 2M_{H} - \frac{\mu \eta_{0} \omega_{g}}{\sqrt{1 + T^{2} \omega_{g}^{2}}} \sin \Phi_{g} t + \theta + C_{1} e^{-\frac{1}{T}}$$
 (5)

Интегральную постоянную  $C_1$  находим из начальных условий t=0;  $M_1 = 0$ ;  $\theta = 0$  и, подставим в

$$M_1 = 2M_H - e^{-t/T} - \frac{\mu \eta_0 \omega_g}{\sqrt{1 + T^2 \omega_g^2}} \sin \Phi_g t + \theta$$
, rate  $tg\theta = 1/T\omega_g$ . (6)

С учетом выражения (6) и следует формуле (1), запишем дифференциальные уравнения движения трехмассовой динамической модели электромеханической системы привода станка

Как известно, общее решение неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами типа (7) состоит из частного решения уравнений (7) и из общего решения этих же уравнений без правой части.

Принимая общее решение уравнений (7) без правой части в виде показательных функций

$$M_{12} = Fe^n/2; \qquad M_{23} = Ge^n/2$$
 (8)

 $\overline{M}_{12}=Fe^n$  / 2 ;  $\overline{M}_{23}=Ge^n$  / 2 получим характеристическое уравнение системы

$$r^4 + a_0 r^3 + a_1 r^2 + a_2 r + a_3 = 0, (9)$$

гле

$$\begin{split} a_0 &= \frac{\beta_{12}\%o_{12}^2}{c_{12}} + \frac{\beta_{23}\%o_{23}^2}{c_{23}}\,;\\ \\ a_1 &= \%o_{12}^2 + \%o_{23}^2 - \frac{\beta_{12}\beta_{23}}{J_2^2} + \frac{\beta_{12}\beta_{23}\%o_{12}^2\%o_{23}^2}{c_{12}c_{23}}\,;\\ \\ a_2 &= \frac{\%o_{12}^2\%o_{23}^2}{c_{12}\alpha_{23}} \underbrace{\P_{12}\beta_{23} + \beta_{12}c_{23}}_{J_2^2} - \frac{c_{12}\beta_{23} + c_{23}\beta_{12}}{J_2^2}\\ \\ a_3 &= \frac{J_2^2\%o_{12}^2\%o_{23}^2 - c_{12}c_{23}}{J_2^2} \end{split}$$

Применяя критерии Рауса-Гурвица [2], определим условия устойчивости рассматриваемой системы

$$\begin{split} &\beta_{12}J_{3}\,\, \P_{1} + J_{2} + \beta_{23}J_{1}\,\, \P_{2} + J_{3} \geq 0\,; \\ &\beta_{12}\beta_{23}\,\, \P_{1} + J_{2} + J_{3} + c_{12}J_{3}\,\, \P_{1} + J_{2} + c_{23}J_{1}\,\, \P_{2} + J_{3} \geq 0\,; \\ &\P_{12}\beta_{23} + \beta_{12}c_{23}\,\, \P_{1} + J_{2} + J_{3} \geq 0\,; \,\, c_{12}c_{23}\,\, \P_{1} + J_{2} + J_{3} \geq 0\,; \\ &\P_{1} + J_{2} + J_{3}\,\, \P_{12}\beta_{23} + c_{23}\beta_{12}\,\, c_{12}\beta_{12}J_{3}^{2}\,\, \P_{1} + J_{2} \,\, P_{1}^{2} + C_{23}\beta_{23}J_{1}^{2}\,\, \P_{2} + J_{3}\,\, P_{1}^{2}\,\, J_{3}^{2}\,\, \P_{1} + J_{2}\,\, P_{23}^{2} + J_{1}\,\, P_{2}^{2}\,\, P_{23}^{2} - P_{12}^{2}\,\, P_{23}^{2}\,\, P_{1}^{2}\,\, P_{23}^{2}\,\, P_{12}^{2}\,\, P_{12}^{2}\,\, P_{23}^{2}\,\, P_{12}^{2}\,\, P_{23}^{2}\,\, P_{12}^{2}\,\, P_{12}^{2}\,\,$$

Для приводов рассматриваемых станков удовлетворяются условия устойчивости (10). Поэтому для них вещественная часть корней характеристического уравнения (9) будет отрицательно. Пусть корни уравнений (9) комплексные и попарно сопряженные, -1/T не является корнем характеристического уравнения. (9), фазовый угол  $\theta = 0$  и частоты возбуждающих моментов сил  $M_1$  и  $M_3$  одинаковы, т.е.

 $\omega_{_g} = \omega_{_D} = \omega$  . Тогда общий интеграл уравнений (7) запишется в виде:

$$M_{12}e^{-n_1t}E_1\sin \phi_1t + \phi_1 + e^{-n_2t}E_2\sin \phi_2t + \phi_2 + M_8e^{-t/T} + M_a + E_3\sin \phi_1t + \phi_3$$
(11)  

$$M_{23} = e^{-n_1t}E_4\sin \phi_1t + \phi_4 + e^{-n_2t}E_5\sin \phi_2t + \phi_5 + M_ge^{-t/T} + M_d + E_6\sin \phi_1t + \phi_6$$
(12)

где 
$$M_{a} = \frac{2J_{1}J_{2}M_{H}}{J_{1}} \underbrace{I_{1} + J_{2}}_{J_{2}} \underbrace{I_{2} + J_{3}}_{J_{2}} \underbrace{J_{2} - J_{1}J_{3}}_{J_{3}} + J_{1}}_{J_{1}} \underbrace{J_{2}M_{H}J_{2}J_{3} + I_{2}}_{J_{2}J_{2}J_{3}}_{J_{2}}}_{J_{2}J_{3}J_{3}}$$

$$M_{d} = \frac{2M_{H}J_{2}J_{3} + I_{2}J_{2}J_{2}A_{0}}{I_{2}J_{2} + J_{3}J_{2} - J_{1}J_{3}}; M_{6} = \frac{-2M_{H}c_{12}^{2}c_{23}^{2}J_{2}^{2}T^{2}}{J_{1}J_{2}^{2}} \underbrace{I_{23}^{2} + \mathcal{W}_{23}^{2}T^{2}c_{23} - \mathcal{W}_{23}^{2}\beta_{23}T}_{\mathcal{W}_{02}^{2}T^{2}c_{12} - \mathcal{W}_{02}^{2}\beta_{12}T + c_{12}}$$

$$-c_{12}c_{23}TJ_{1}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{12}T - \beta_{12}}_{J_{2}}}; M_{g} = \frac{-2M_{H}c_{12}c_{23}^{2}T^{3}J_{2}\underbrace{I_{12}Tc_{23} - \beta_{12}}_{J_{2}}}{J_{1}J_{2}^{2}\underbrace{I_{23} + \mathcal{W}_{23}^{2}T^{2}c_{23} - \mathcal{W}_{23}^{2}\beta_{23}T}\underbrace{I_{23}^{2}T^{2}c_{12} - \mathcal{W}_{02}^{2}\beta_{12}T + c_{12}}_{J_{2}}}$$

$$M_{g} = \frac{-2M_{H}c_{12}c_{23}^{2}T^{3}J_{2}\underbrace{I_{12}Tc_{23} - \beta_{12}}_{J_{2}}}}{J_{1}J_{2}^{2}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{12}T - \beta_{12}}_{J_{2}}}}; M_{g} = \frac{-2M_{H}c_{12}c_{23}^{2}T^{3}J_{2}\underbrace{I_{12}Tc_{23} - \beta_{12}}_{J_{2}}}{J_{1}J_{2}^{2}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{12}T - \beta_{12}}_{J_{2}}}}; M_{g} = \frac{-2M_{H}c_{12}c_{23}^{2}T^{3}J_{2}\underbrace{I_{12}Tc_{23} - \beta_{12}}_{J_{2}}}}{J_{1}J_{2}^{2}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{12}T - \beta_{12}}_{J_{2}}}}; M_{g} = \frac{-2M_{H}c_{12}c_{23}^{2}T^{3}J_{2}\underbrace{I_{12}Tc_{23} - \beta_{12}}_{J_{2}}}{J_{1}J_{2}^{2}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{12}T - \beta_{12}}_{J_{2}}}}; M_{g} = \frac{-2M_{H}c_{12}c_{23}^{2}T^{3}J_{2}\underbrace{I_{12}Tc_{23} - \beta_{12}}_{J_{2}}}}{J_{1}J_{2}^{2}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}}_{J_{23}T}}}}}{J_{1}J_{2}^{2}\underbrace{I_{23}T - \beta_{23}\underbrace{I_{23}T -$$

Постоянные  $F_i$  и  $G_i$   $\P$  = 1,2,3,4 определяются из начальных условий движения системы.

Таким образом, интегрированием уравнения (7) получили выражения моментов упругих сил  $M_{12}$ ,  $M_{23}$  в функции времени. Чтобы получить ясное представление о характере изменения моментов упругих сил приводов машин, перейдем к анализу полученных выражений.

Как видно из выражений (11), (12), фазы  $\phi_1 t + \phi_1$ ,  $\phi_2 t + \phi_2$ ,...,  $\phi_2 t + \phi_3$ ,  $\phi_3 t + \phi_6$  как свободного, так и вынужденного колебания отличаются друг от друга. Это показывает, что в процессе вибрации точки рассматриваемой системы в разные времена, проходя через свой равновесные положения, достигают максимального отклонения от равновесных положений. Убывание амплитуды свободных колебаний  $-E_1 e^{-n_1 t}$ ,...., $E_5 e^{-n_2 t}$  происходит в геометрической прогрессии. Этот процесс длится теоретически бесконечно долго, а практически после некоторых размахов воздействие этих колебаний на систему становится настолько мало, что ими можно пренебрегать.

Слагаемые, стоящие на третьем месте формул (11), (12) соответствуют отклонениям системы от некоторого равновесного положения, вызываемым действием возбуждающего момента сил приводного двигателя, изменяющегося по экспоненциальному закону. А слагаемые, стоящие на четвертом месте этих формул, дают постоянное отклонение системы от равновесного положения, вызываемое постоянными составляющими вынуждающих моментов сил приводного двигателя и резания.

Через некоторой промежуток времени величины моментов сил упругости  $M_{12}$  и  $M_{23}$ , определяемые тремя первыми членами решения, становятся настолько малы, что ими можно пренебречь. В дальнейшем моменты сил упругости системы изменяются по законам

$$M_{12}E_3 \sin \Phi t + \varphi_3 ; M_{23} = E_6 \sin \Phi t + \varphi_6$$
 (15)

Из формул (14) видно, что вынужденные колебания системы происходят с одинаковой частотой возбуждающих моментов сил  $\omega$ , но с различными фазовыми углами  $\phi_3$  и  $\phi_6$ . Эти колебания периодически изменяются, но не затухают. Так как здесь рассматриваются линейные системы, то будет удовлетворяться принцип суперпозиции и поэтому гармонические колебания с разными фазами, складываясь, создадут в приводе сложные, незатухающие вынужденные колебания.

Амплитуды вынужденных колебаний  $E_3$  и  $E_6$ , как видно из выражений (14), прямо пропорциональны амплитудам вынуждающих моментов сил  $M_g$ ,  $M_p$  уменьшаются при увеличении силы вязкого сопротивления движению системы.

При отсутствии вязкого сопротивления  $\beta_{12} = 0$ ,  $\beta_{23} = 0$  и резонанса ( $\omega \neq p_1$ ,  $\omega \neq p_2$ ) в системе происходят вынужденные колебания с ограниченными амплитудами, определяемые формулами (13) или в развернутом виде:

$$E_{3} = M_{6} = \frac{\frac{c_{12}c_{23}}{J_{2}^{2}} \left[ \frac{\mu\eta_{0}\omega_{g}c_{12}}{J_{1}\sqrt{1+T^{2}\omega_{g}^{2}}} \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} - \frac{c_{12}c_{23}M_{E}}{J_{2}J_{3}} \right] - \left[ \mathcal{A}o_{12}^{2} - \omega^{2} \right] \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \left[ \mathcal{A}o_{12}^{2} - \omega^{2} \right] \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} - \frac{c_{12}c_{23}M_{E}}{J_{2}^{2}} \right] + \left[ -\mathcal{A}o_{12}^{2} - \omega^{2} \right] \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \left[ \frac{\mu\eta_{0}\omega_{g}c_{12}}{J_{1}\sqrt{1+T^{2}\omega_{g}^{2}}} - \frac{c_{12}c_{23}M_{E}}{J_{2}J_{3}} \right] ; \qquad (16)$$

$$E_{6} = M_{3} = \frac{\frac{c_{12}c_{23}}{J_{2}^{2}} \left[ \frac{\mu\eta_{0}\omega_{g}c_{12}}{J_{1}J_{2}\sqrt{1+T^{2}\omega_{g}^{2}}} - \frac{M_{E}}{J_{3}} \mathcal{A}o_{12}^{2} - \omega^{2} \right] + \mathcal{A}o_{12}^{2} - \omega^{2} \times \left[ \mathcal{A}o_{12}^{2} - \omega^{2} \right] \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \left[ \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \right] + \mathcal{A}o_{12}^{2} - \omega^{2} \times \left[ \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \right] \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \right] + \mathcal{A}o_{12}^{2} - \omega^{2} \left[ \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \right] \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \left[ \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \right] \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \left[ \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \right] \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \right] \mathcal{A}o_{23}^{2} - \omega^{2} \left[ \mathcal{A}o_$$

Так как  $M_{_{\rm c}}=0$ ; система будет подвергаться простому вынужденному колебанию одинаковой частотой и фазой, но с разными амплитудами-  $M_{_{\%_o}}$  и  $M_{_{\acute{K}}}$ 

Если частота возбуждающего момента сил будет равна одному из парциальных частот рассматриваемой системы, т.е.

если частота возбуждающего момента сил будет равна одному из парциальных частот рассматриваемой системы, т.е.

если  $\omega = ‰_{12}$ , тогда

$$M_{\%} = \frac{M_{o_{23}^2} - \omega^2 - \frac{\mu \eta_0 \omega_g c_{12}}{J_1 \sqrt{1 + T^2 \omega_g^2}} - \frac{J_2 c_{12} c_{23} M_E}{J_3}}{c_{12} c_{23} - 2J_2^2};$$
(19)
$$M_{\mathring{K}} = \frac{J_2 c_{12} c_{23} \mu \eta_0 \omega_g}{\{ l_{12} c_{23} - 2J_2^2 \ \underline{J}_1 \sqrt{1 + T^2 \omega_g^2} \}};$$
(20)
$$a \text{ если } \omega = \%_{o_{23}}, \text{ тогда } M_{\%} = \frac{J_2 c_{12} c_{23} M_E}{J_3 \{ l_{12} c_{23} - 2J_2^2 \}};$$
(21)
$$M_{\%} = \frac{-\frac{J_2 \mu \eta_0 \omega_g c_{12}}{J_1 \sqrt{1 + T^2 \omega_g^2}} - \frac{J_2 c_{23} M_E}{J_3} \{ l_{012} - \omega^2 \}}{c_{12} c_{23} \{ l_{12} c_{23} - 2J_2^2 \}};$$
(22)

Из последних выражений видно, что при  $c_{12}c_{23}=2J_2^2$  величины амплитуды вынужденных колебаний  $M_B$ ,  $M_3$  имеют бесконечно большие значения, и наступает резонанс.

**Раздел 3**. Исследование вынужденных колебаний машин на ЭВМ. Исследование вынужденных колебаний на ЭВМ сводится к решению соответствующих дифференциальных уравнений, полученных нами в разделе 2. Решение задачи вынужденных колебаний рассматриваемых систем выполнено на ЭВМ с применением стандартных программ интегрирования дифференциальных уравнений по Рунге-Кутту. В ходе изучения вынужденных колебаний приводов станка изменяли: место приложения, амплитуду и частоту возбуждающих сил; упруго-инерционные параметры; демпфирующие сопротивления; режимы резания и т.д.

Результаты моделирования на ЭВМ в виде амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) представлены в монографии проф. Х.С.Самидова 10. Из материалов работы 10, следует, что в рабочем интервале вращения шпинделя трубоотрезного станка 91A25 старой конструкции имеет место резонансный режим. Наиболее опасной является критическая частота 8,17 Гц. При колебании 15-массовой динамической модели привода станка 91A25 под действием возбуждающего момента  $M_g = 390 + 143\sin \omega t$  максимальное отклонение момента сил упругости в низкочастотном резонансе между массами  $J_{11}$  и  $J_{12}$  достигает 14080 Нм. Эта величина соответствует почти десятикратному увеличению коэффициента динамичности в упругом участке  $C_{1112}$ .

Так как в отдельных рабочих режимах движения приводов трубоотрезных станков происходят интенсивные вынужденные колебания, определяемые возбуждениями как со стороны двигателя, так и рабочего органа, стало необходимым провести синтез с тем, чтобы в их системе в рабочем диапазоне частот не появился резонанс. С этой целью проведен машинный эксперимент путем варьирования параметров станков. В результате были установлены упруго-инерционные параметры приводов, оказывающие наиболее интенсивное влияние на изменение их собственных частот. Выявлено, что, например, инерционные и жесткостные характеристики шпиндельного узла трубоотрезного станка играют доминирующую роль в формировании динамических процессов в его приводах. Увеличение коэффициентов крутильной жесткости шпиндельного узла приводит к увеличению собственных частот и уменьшению амплитуды динамических моментов упругих сил приводов такого станка.

Результаты исследований влияния параметров и возбуждающих сил на динамическую характеристику приводов были использованы, в частности, при модернизации конструкции трубоотрезного станка. На рис.4 представлена амплитудно-частотная характеристика крутильных колебаний привода станка 91A25 после модернизации. При этом станок был нагружен периодическим внешним моментом сил  $M_{\kappa} = 500\sin \omega t$ . Как видно, резонанс в системе модернизируемого станка наступает в частоте 13,5 Гц. Эта частота по величине превосходит частоту возбуждающих сил резания трубоотрезного станка. Максимальное отклонение динамического момента сил происходит между массами  $J_{12}$  и  $J_{13}$  и по величине достигает 3638 Нм.

Из амплитудно-частотной характеристики, представленной на рисунке 4 видно что рациональным подбором параметров привода металлорежущих станков не только возможно предотвратить резонанс в их рабочих режимах, но и намного уменьшить динамическую нагрузку в их упругих системах.

- Выводы 1. Проведенная методика исследования в данной работе позволяет снизить интенсивность вынужденных колебаний, избежать состояние резонанса, оценить устойчивость движения узлов, определить действительные нагрузки как в зоне резонанса, так и в нерезонансной зоне работы машин и в том числе металлорежущих станков.
- 2. Практическая направленность данной статьи открывает возможности для внедрения её результатов проектными и конструкторскими организациями, занимающими вопросами расчета, исследования динамики машин различного назначения.

Список литературы: 1. Адамия Р.Ш. Оптимизация динамических нагрузок прокатных станов. Издательство «Металлургия», Москва, 1978, с.232; 2. Бабаков И.М. Теория колебаний. Издательство «Наука», Москва, 1968, с.560; 3. Вейц В.Л., Кочура А.Е., Мартыненко А.М. Динамические расчеты приводов машин. Издательство «Машиностроение», Ленинград, 1971, с.352. 4. Вибрации в технике. Справочник в 6 томах. Издательство «Машиностроение», Москва, 1976-1980,Т1.с.352, Т2.с.351, Т3,с.544, Т4.,с.510, Т5.с.496, Т6.с.456; 5. Голубенцев А.Н. Интегральные методы в динамике. Издательство «Техника», Киев, 1967, с.350; 6. Генкин М.Д., Гринкевич В.К. Динмичекие нагрузки в передачах с косозубыми колесами. Издательство АН СССР, Москва, 1961, с.118; 7. Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями. Издательство АН СССР, Киев, 1961, с.160. 8.Кононенко В.О. Нелинейные колебания механических систем. Избранные труды. Издательство «Наукова думка», Киев, 1980, с.384; 9. Кудинов В.А. Динамика станков. Издательство «Машгиз», Москва, 1967, с.359; 10. СамидовХ.С., Самидов Э.Х. Динамика и оптимальное конструирование машин. Издательство «Нурлан», Баку, 2003, с.622.

Поступила в редакцию 30.04.2007