

*Ю.В. МЕДИНЦЕВА*, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля  
*Т.Ю. БАЛИЦКАЯ*, ВНУ им. В. Даля  
*Д.В. РАТОВ*, асп. ВНУ им. В. Даля

### МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКОЕ ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ЗУБЬЕВ КВАЗИГИПЕРБОЛОИДНЫХ ПЕРЕДАЧ

Розглядається математичне моделювання взаємодії дотичних профілів зубів, з подальшим використанням цієї моделі в створенні комп'ютерної імітаційної моделі квазігіперболоїдної передачі. На основі отриманої імітаційної моделі запропонований прогресивний підхід у формогенеруванні зубів квазігіперболоїдних зубчастих передач у вигляді пластичної деформації (накочування). Мал. 6, Дж. 8

Mathematical modelling interaction of adjoining structures of teeth, with subsequent use of mathematical model in creation of computer imitating model quasihyperbolic transfers. On the basis of the received imitating model the progressive approach in generation of teeth quasihyperbolic tooth gears in the form of plastic deformation is offered. Fig. 6, Sc. 8

**Постановка проблемы.** Как известно, зубчатые детали являются одними из наиболее распространенных классов деталей в современном машиностроении. Серийность их выпуска достигает сотен тысяч деталей в год. Изготовление их, как правило, производится методами снятия стружки. Несмотря на успехи, достигнутые в последние годы в совершенствовании механической обработки зубчатых деталей, процессы обработки их резанием имеют ряд существенных недостатков: производительность труда остается невысокой, а коэффициент использования металла низким, так как значительная часть металла превращается в стружку. Замена процессов резания при обработке зубчатых деталей процессами пластической деформации — накатыванием является одним из путей прогрессивной технологии машиностроения.

**Цель статьи.** Целью данной статьи является основанная на выводах работ [2], [6] получение квазигиперболоидных зубчатых передач в виде компьютерной модели и на базе полученной имитационной модели, путем пластической деформации (накатывания) - твердотельной модели.

**Основной материал.** Мероприятия, связанные с накатыванием направлены на снижение расхода металла, повышение качества и уменьшение себестоимости изделий. Отходы металла при обработке деталей машин составляют примерно 20% общего объема потребляемого металла. Потери металла в стружку при обработке деталей из поковок и штампованных заготовок достигают 30 - 40%, а в некоторых отраслях машиностроения отходы металла в 3 - 4 раза превышают вес готовых деталей.

Применение таких способов обработки металлов давлением как поперечная и поперечно-винтовая прокатка позволяет получать заготовки с минимальными припусками под окончательную обработку. Одним из наиболее характерных примеров применения способа поперечной прокатки при изготовлении деталей массового производства является изготовление зубьев зубчатых колес накатыванием в горячем и холодном состоянии.

В основу способа накатывания зубчатых колес заложен принцип обкатки, который широко применяется при их изготовлении на зуборезном оборудовании (рис. 1). Основным отличием способа накатывания зубчатых колес от изготовления резанием является то, что в первом случае образование зубьев достигается за счет пластической деформации металла заготовки, а во втором - за счет удаления металла заготовки из впадин зубьев в виде стружки.

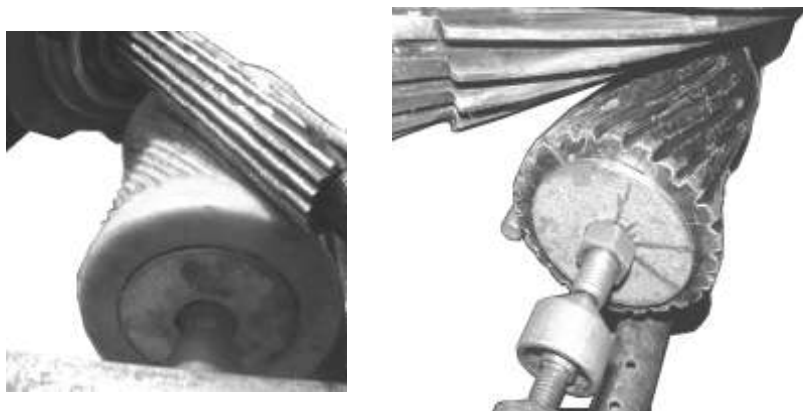


Рис. 1 Накатывание квазигиперболоидных колес

Этот способ обеспечивает повышение производительности по сравнению с зубонарезанием в зависимости от размеров зубчатых колес в среднем в 5 - 10 раз, снижение общей трудоемкости обработки до

20%, изготовление зубчатых колес различной конструкции с любой формой зуба и разными видами зацепления.

Для реализации механического формообразования зубьев квазигиперboloидных передач используем компьютерное моделирование зацепления зубчатой пары, полученное на основе математической модели зацепления.

Математическая модель эксплуатационного зацепления – это система уравнений, решение которой опирается на знание функциональной зависимости угла  $\alpha_2$  поворота ведомого звена и на знание функциональной зависимости координат  $\varphi_m, v_m$  точек контакта на активных поверхностях ведущего ( $m=1$ ) и ведомого ( $m=2$ ) зацепляющихся звеньев передачи от угла  $\alpha_1$  поворота ведущего звена ( $\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = u$  - мгновенное передаточное отношение). Решением системы являются пять функций [2]:

$$\alpha_2 = \alpha_2(\alpha_1), \varphi_m = \varphi_m(\alpha_1), v_m = v_m(\alpha_1); \quad (m = \overline{1, 2}). \quad (1)$$

В качестве такой системы будет рассматриваться система уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1(\alpha_1) \bar{r}_1(\varphi_1; v_1) &= \Pi(\gamma) \Omega_2(\alpha_2) \bar{r}_2(\varphi_2; v_2) + a_w \bar{j} \\ \Omega_1(\alpha_1) \bar{e}_1(\varphi_1; v_1) &= \Pi(\gamma) \Omega_2(\alpha_2) \bar{e}_2(\varphi_2; v_2) \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

В системе (2) первое уравнение выражает совпадение (в точках контакта) радиус-векторов  $\bar{r}$  АПЗ, т.е. характеризует связь радиус-векторов  $\bar{r}_1$  и  $\bar{r}_2$  активных поверхностей, а второе уравнение характеризует совпадение ортов  $\bar{e}_1$  и  $\bar{e}_2$  нормалей в точках контакта ведущего и ведомого звеньев (рис.2). Здесь:  $a_w$  - межосевое расстояние;  $\gamma$  - угол перекрещивания осей  $z_1$  и  $z_2$ .

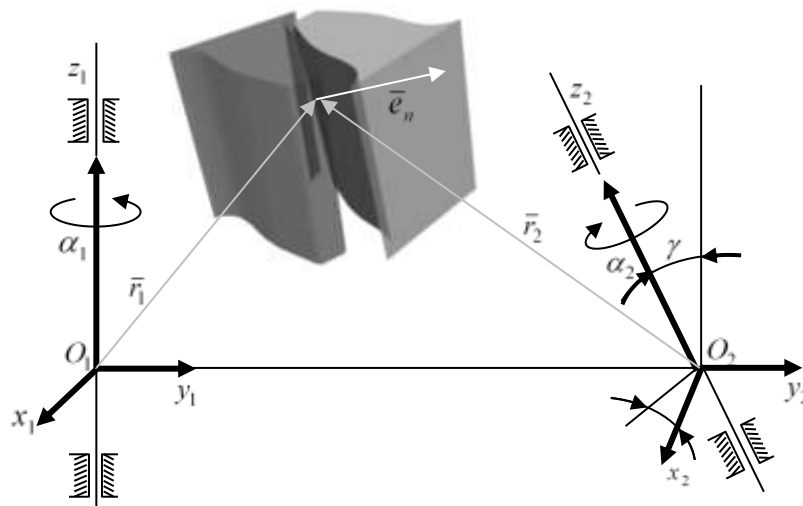


Рис. 2 Геометрическая иллюстрация системы уравнений (2)

Множителем  $(-1)^m$  учитывается разнонаправленное вращение ведущего и ведомого звеньев при их внешнем зацеплении.

$$\Omega_m = \begin{pmatrix} \cos \alpha_m & (-1)^m \sin \alpha_m & 0 \\ -(-1)^m \sin \alpha_m & \cos \alpha_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Pi(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Матрицы  $\Omega_m$  моделируют вращение звеньев (поворот на угол  $\alpha_m$ ),  $\Pi(\gamma)$  - матрица, моделирующая переход из системы, связанной со вторым колесом, к системе, связанной с первым колесом.

Задав радиус-векторы активных поверхностей ( $\bar{r}_1$  и  $\bar{r}_2$ ) в динамической системе взаимодействия соприкасающихся профилей зубьев (2) мы получаем компьютерную трехмерную модель квазигиперboloидной зубчатой передачи (рис. 3)



Рис. 3 Модель квазигиперboloидной зубчатой передачи



Рис. 4 Процесс генерирования зубьев квазигиперboloидной зубчатой передачи

На практике формообразование зубьев квазигиперboloидной зубчатой передачи может быть задано только лишь методом обкатки [2]. По одному из способов форма зубьев одного из колес может быть задана, а зубья другого колеса могут быть нарезаны по методу обкатки. При этом формогенерирующий инструмент воспроизводит зуб колеса, и в процессе нарезания обрабатываемая заготовка находится в зацеплении с воспроизводимыми таким путем зубьями (рис. 4).

Компьютерное моделирование системы (2) дает возможность достаточно точного прогнозирования активных поверхностей твердотельной трехмерной модели квазигиперboloидного зубчатого колеса (рис. 5).

**Выводы.** Можно сделать вывод: математическая модель, посредством которой получен компьютерный аналог квазигиперboloидной зубчатой передачи позволяет создать твердотельные квазигиперboloидные зубчатые колеса накатыванием (рис. 6). Геометрия начальных поверхностей зубчатых колес при накатывании максимально приближается к теоретическим начальным поверхностям - гиперboloидным аксоидам [2]. Качественные показатели этих передач - относительная скорость скольжения, суммарная скорость качения, удельные скольжения, коэффициент задиростойкости АПЗ, прочность зубьев, износостойкость, КПД - максимально приближены к экстремальным (наилучшим) своим значениям [3].

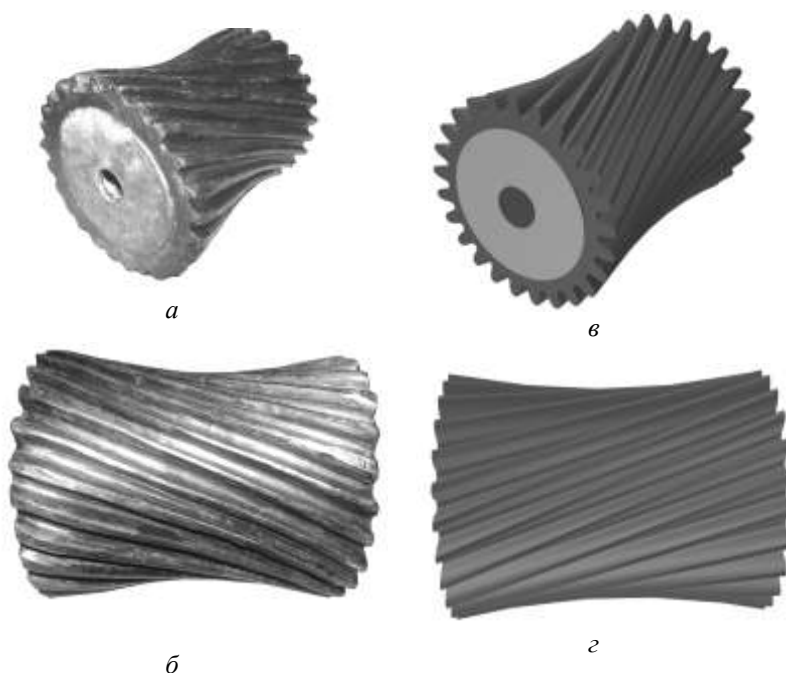


Рис. 5 Твердотельное квазигиперboloидное зубчатое колесо (а, б) и его компьютерный аналог (в, г)



Рис. 6 Квазигиперболическое зубчатое колесо

**Список литературы:** 1. ГОСТ 16530-70. Передачи зубчатые. Термины, определения и обозначения.-М.: Изд-во стандартов, 1971.-70с. 2. Грибанов В.М. Теория гиперболических зубчатых передач.- Луганск: Изд-во Восточноукр. нац. ун-та им. В. Даля, 2003. – 272 с. 3. Грибанова Ю.В., Балицкая Т.Ю. Сравнительное исследование геометро – кинематических показателей зубчатых гипоидных передач // Вісник ЗМТУ – 2004 - № 2 – с. 83 - 86. 4. Журавлев Г.А., Иофис Р.Б. Гипоидні передачі. Проблеми і розвиток. – Ростов-на-Дону: Северо-Кавказ. науч. Центр высшей школы. – Изд-во РГУ, 1978. – 147с. 5. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. - М.: Наука, 1968. – 584с. 6. Кириченко И.А. Создание гиперболических передач с линейным контактом зубьев на базе специальных режущих инструментов: Дис. д-ра техн. наук: 05.02.02 – "Машиноведение". – Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля. – г. Луганск. – 2004. – 274 с. 7. Писманик К.М. Гипоидные передачи. – М.: Машиностроение, 1964. – 227с. 8. Сопроотивление материалов: Учебник для вузов / Под общ. ред. Г.С. Писаренко. – Киев: Вища Школа. Головное изд-во, 1979. – 696с.

*Поступила в редакцию 31.05.07*