

**В.Т. АБРАМОВ**, канд. техн. наук, НАКУ “ХАИ”  
**В.А. МАТУСЕВИЧ**, главный конструктор-директор “ХАКБ”  
**А.В. ШЕХОВ**, с.н.с., НАКУ “ХАИ”

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО КРИТЕРИЮ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ

Приведені данні о впливу розповсюдження передаточного відношення по ступеням поставного планетарного механізму на приведений момент інерції та приводяться рекомендації з оптимізації цього розповсюдження.

The influence distribution transfer attitudes members of planetary transmission on value reduce moment of inertia is consider. Recommendations of optimization distribution transfer attitudes are given.

**Постановка проблемы.** Проектирование планетарных механизмов является многовариантной задачей, в частности, из-за различного распределения общего передаточного отношения по ступеням механизма. Данное обстоятельство позволяет выполнить ряд дополнительных требований по оптимизации проектируемых механизмов. Для приводов используемых в старт-стопном режиме работы таким требованием является повышение быстродействия механизмов. Повышение быстродействия, обеспечиваемое уменьшением приведенного момента инерции [1], приводит к снижению пусковых моментов электродвигателей и уменьшению инерционных нагрузок при переменных скоростях движения звеньев механизмов. Кроме того, уменьшается время разбега и выбега, т.е. обеспечивается большая преемственность приводов, и, как следствие, меньшее время реагирования изделий в целом на изменения условий работы, что повышает надежность его эксплуатации.

**Анализ литературы.** Минимизации приведенных моментов инерции механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-5]. Однако, несмотря на многочисленность работ, результаты исследований ограничены по вариантам задач оптимизации.

**Цель статьи.** Исследование влияния перераспределения общего передаточного отношения многоступенчатого планетарного механизма на его быстродействие и выработка рекомендаций на такое распределение.

**Раздел.** Оптимизация параметров проектируемых механизмов выполняется в два этапа. На первом этапе производится выбор кинематической схемы механизма наиболее полно удовлетворяющей техническое задание (схемный синтез). На втором этапе определяются параметры выбранной схемы механизма с учетом заданных критериев оптимизации (внутрисхемный синтез). Среди планетарных механизмов, используемых для приводов, наибольшее применение получила схема  $\bar{A}J \times \dots \times \bar{A}J$  для относительно небольших передаточных отношений и многоступенчатая схема составленная из последовательного соединения данных механизмов  $\bar{A}J \times \dots \times \bar{A}J$  (рис. 1).

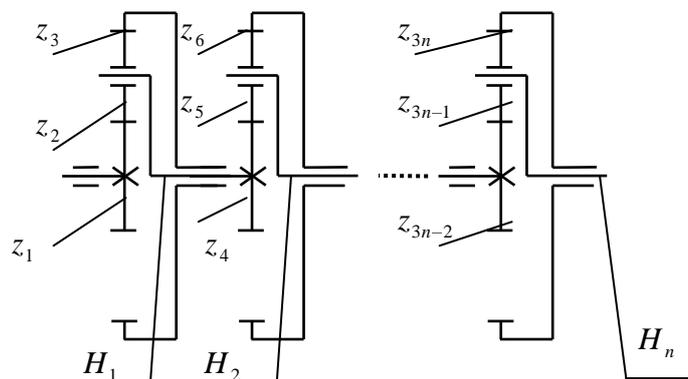


Рис.1 – Схема исследуемого механизма

Эту схему будем в дальнейшем рассматривать при внутрисхемном синтезе механизма, заключающемся, в частности, в выборе числа ступеней и распределении общего передаточного отношения по этим ступеням.

Приведенный момент инерции может быть представлен в виде следующего выражения

$$J_{np} = J_1 + J_2 \cdot \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} + J_3 \cdot \frac{\omega_7^2}{\omega_1^2} + \dots + J_n \cdot \frac{\omega_{3n-2}^2}{\omega_1^2} =$$

$$J_1 + \frac{J_2}{u_1^2} + \frac{J_3}{u_1^2 \cdot u_2^2} + \dots + \frac{J_n}{\prod_{i=1}^{n-1} u_i^2} = J_1 + \sum_{i=2}^n \frac{J_i}{\prod_{j=1}^{i-1} u_j^2}, \quad (1)$$

где  $J_i$  - приведенный момент инерции  $i$ -ой ступени механизма к её ведущему колесу;  $u_i$  - передаточное отношение  $i$ -ой ступени механизма;  $n$  - число ступеней механизма.

Приведенный момент инерции отдельной ступени механизма  $J_i$  определяется зависимостью

$$J_i = J_{3i-2} + S \cdot J_S \cdot \frac{\omega_{3i-1}^2}{\omega_{3i-2}^2} + S \cdot M_S \cdot \frac{v_S^2}{\omega_{3i-2}^2} + J_{Hi} \cdot \frac{\omega_{Hi}^2}{\omega_{3i-2}^2}, \quad (2)$$

где  $J_{3i-2}$  - момент инерции ведущего зубчатого колеса  $i$ -ой ступени механизма;  $J_S$  - момент инерции сателлита;  $M_S$  - масса сателлита;  $J_{Hi}$  - момент инерции водила;  $S$  - число сателлитов.

Соотношения скоростей  $\omega_{3i-1}/\omega_{3i-2}$  и  $v_S/\omega_{3i-2}$  определяются исходя из формулы Виллиса.

Зубчатые колеса при определении их моментов инерции моделируются дисками, диаметр которых равен диаметру делительной окружности, а ширина равна ширине зубчатого венца соответствующего колеса.

Момент инерции водила с числом зубьев и передаточными отношениями непосредственно не связан. Для проведения анализа влияния передаточных отношений на приведенный момент инерции водило заменяется условным диском, диаметр которого равен удвоенному межосевому расстоянию соответствующей ступени, а ширина равна ширине зубчатого венца ведущего зубчатого колеса. Несоответствие этих двух элементов учитывается коэффициентом приведения условного диска к водилу  $n_H$  [5]

$$J_{Hi} = n_H \cdot J_{Ai}, \quad (3)$$

где  $J_{Ai} = \frac{\pi \rho_i}{32} \cdot b_{3i-2} \cdot (d_{3i-2} + d_{3i-1})^4$ ;  $\rho$  - плотность материала зубчатых колес;  $b$  - ширина зубчатого венца;  $d$  - диаметр делительной окружности.

С учетом соотношений для определения моментов инерции и масс всех звеньев механизма выражение (2) можно привести к следующему виду

$$J_i = \frac{\pi}{32} ((\rho b d^4)_{3i-2} + S (\rho b d^4)_{3i-1} \frac{\omega_{3i-1}^2}{\omega_{3i-2}^2} +$$

$$+ S (\rho b d^2)_{3i-1} \frac{v_S^2}{\omega_{3i-2}^2} + (n_H \rho)_i b_{3i-2} (d_{3i-2} + d_{3i-1})^4 \frac{\omega_{Hi}^2}{\omega_{3i-2}^2}). \quad (4)$$

Принимая с достаточной степенью точности ширины зубчатых венцов одинаковыми, а также одинаковыми материалы всех звеньев механизма, выражение (4) можно преобразовать следующим образом

$$J_i = \frac{\pi \rho_i}{32} (b d^4)_{3i-2} \left( 1 + \frac{3S_i (u_i - 2)^2}{16} + \frac{n_{Hi} u_i^2}{16} \right). \quad (5)$$

Подставляя выражение для определения  $J_S$  в уравнение (1), после преобразований получим следующее соотношение для определения приведенного момента инерции многоступенчатого планетарного механизма

$$J_{np} = \frac{\pi \rho_1}{32} b_1 d_1^4 \sum_{i=1}^n \left( \frac{(\rho b d^4)_{3i-2}}{\rho_1 b_1 d_1^4} \left( 1 + \frac{3S_i (u_i - 2)^2}{16} + \frac{n_{Hi} u_i^2}{16} \right) \frac{1}{\prod_{j=1}^i u_{j-1}^2} \right). \quad (6)$$

Введя обозначение

$$A_i = \frac{(\rho b d^4)_{3i-2}}{\rho_1 b_1 d_1^4}, \quad (7)$$

выражение (6) примет вид

$$J_{np} = \frac{\pi \rho_1}{32} b_1 d_1^4 \sum_{i=1}^n \left( A_i \left( 1 + \frac{3S_i (u_i - 2)^2}{16} + \frac{n_{Hi} u_i^2}{16} \right) \frac{1}{\prod_{j=1}^i u_{j-1}^2} \right). \quad (8)$$

Следует заметить, что передаточные отношения  $u_i$  связаны между собой общим передаточным отношением  $u_i$

$$u_i = \prod_{i=1}^n u_i. \quad (9)$$

В связи с этим после раскрытия уравнения (8) для конкретного механизма следует заменить передаточное отношение последней ступени механизма исходя из (9)

$$u_n = \frac{u}{\prod_{i=1}^{n-1} u_i}. \quad (10)$$

В механизмах систем управления при малых нагрузках на зубья колес модули их малы ( $m=0,3 \dots 0,5$  мм) и принимаются одинаковыми для всех ступеней механизма. Это позволяет выполнить одинаковыми неподвижные зубчатые колеса, т.е.

$$z_3 = z_6 = \dots = z_{3n}. \quad (11)$$

Ширины зубчатых венцов малы и их принимают одинаковыми для всех ступеней механизма из расчета на прочность наиболее нагруженных колес. В этом случае параметр  $A_i$  при одинаковых материалах всех ступеней механизма примет вид

$$A_i = \frac{d_{3i-2}^4}{d_1^4}. \quad (12)$$

При условии (11) соотношения  $d_{3i-2}^4/d_1^4$  можно найти из условий соосности

$$d_1 + 2d_2 = d_4 + 2d_5 = \dots = d_{3n-2} + 2d_{3n-1}, \quad (13)$$

что в конечном итоге даст следующие зависимости

$$d_1(u_1 - 1) = d_4(u_2 - 1) = \dots = d_{3n-2}(u_n - 1). \quad (14)$$

Таким образом, имеем

$$A_i = \frac{d_{3i-2}^4}{d_1^4} = \frac{(u_1 - 1)^4}{(u_i - 1)^4}. \quad (15)$$

Для сравнительного анализа величин приведенных моментов инерции в зависимости от распределения общего передаточного отношения по ступеням механизма введем относительный параметр

$$J = \frac{32J_{np}}{\pi\rho_1 b_1 d_1^4} = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{\prod_{j=1}^i u_{j-1}^2} \left(1 + \frac{3S_i(u_i - 2)^2}{16} + \frac{n_{Hi}u_i^2}{16}\right). \quad (16)$$

Исследование влияния числа ступеней механизма на относительную величину параметра  $J$  выполним в предположении одинаковых передаточных отношений всех ступеней механизма. В этом случае выражение (16) примет вид

$$J = \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{3S_i(u_i - 2)^2}{16} + \frac{n_{Hi}u_i^2}{16}\right) \frac{1}{\prod_{j=1}^i u_{j-1}^2}. \quad (17)$$

Расчеты по формуле (17) проводились в диапазоне передаточных отношений  $3 \leq u_i \leq 6$ . В этом диапазоне значения  $J$  мало отличаются от минимальной его величины [2]. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Как видно из таблицы 1, начиная с 3-ей ступени, относительный приведенный момент инерции практически не изменяется при любых значениях передаточных отношений ступеней механизма. Из этого следует, что первая ступень должна быть выполнена с минимально возможным

Таблица 1

Влияние числа ступеней на относительный приведенный момент инерции ( $S_i = 3, n_{Hi} = 5$ )

Параметры механизма	Число ступеней механизма					
	1	2	3	4	5	6
$u_i$	3	3	3	3	3	3
$J$	4,375	4,861	4,915	4,921	4,921	4,921
$u_i$	4	4	4	4	4	4
$J$	8,25	8,766	8,798	8,8	8,8	8,8
$u_i$	5	5	5	5	5	5
$J$	13,875	14,43	14,452	14,453	14,453	14,453
$u_i$	6	6	6	6	6	6

$J$	21,25	21,84	21,856	21,856	21,856	21,856
-----	-------	-------	--------	--------	--------	--------

передаточным отношением, а последующие с увеличением до максимально возможного на последней ступени. Такое решение можно реализовать, если ступени механизма не связаны общим неподвижным зубчатым колесом с внутренним зацеплением, когда коэффициент  $A_i$  (15) можно принять равным единице. При необходимости выполнения условия (14)  $A_i$  увеличение передаточного отношения на последней ступени приводит к существенному уменьшению диаметра ведущего колеса, и, как следствие к увеличению нагрузки на его зубья. Учитывая, что после 2-ой ступени передаточные отношения ступеней практически не влияют на величину  $J$ , можно предложить следующее перераспределение общего передаточного отношения. На первой ступени механизма обеспечить минимально возможное передаточное отношение, на второй ступени – максимально возможное, а на последующих ступенях руководствуясь другими критериями оптимизации. Для проверки правильности такого утверждения были просчитаны различные варианты перераспределения общего передаточного отношения  $u = 1944$ . Результаты проверки приведены в таблице 2.

Как видно из представленных в таблице 2 данных сделанные ранее предположения подтвердились. Начиная с 3-ей ступени механизма, при одном и том же общем передаточном отношении приведенный момент инерции практически не изменяется. Однако есть различие между ранее сделанными выводами и вновь полученными данными в части перераспределения общего передаточного отношения по ступеням механизма.

После предварительного анализа был сделан вывод, что на 2-ой ступени передаточное отношение нужно выбирать максимально возможным. Но как следует из данных таблицы 2, начиная с передаточного отношения 2-ой ступени  $u_2 = 4$ , дальнейшее его повышение мало влияет на приведенный момент инерции, что позволяет при его выборе учесть дополнительно другие критерии оптимизации.

Таблица 2

Влияние распределения передаточного отношения на приведенный момент инерции ( $u = 1944, S_i = 3, n_{Hi} = 5$ )

Вариант	Параметры	Ступени механизма					$u_{\Sigma}$
		1	2	3	4	5	
1	$u_i$	3	3	6	6	6	1944
	$J$	4,375	4,861	4,867	4,868	4,868	
2	$u_i$	3	4	5,451	5,451	5,451	1942,6
	$J$	4,375	4,556	4,561	4,561	4,561	
3	$u_i$	3	5	5,06	5,06	5,06	1943,3
	$J$	4,375	4,4751	4,475	4,475	4,475	
4	$u_i$	3	6	4,762	4,762	4,762	1943,7
	$J$	4,375	4,435	4,438	4,438	4,438	
5	$u_i$	3	7	4,524	4,524	4,524	1944,4
	$J$	4,375	4,416	4,419	4,419	4,419	
6	$u_i$	3	8	4,327	4,327	4,327	1944,3
	$J$	4,375	4,455	4,477	4,479	4,479	

Таким образом, выполненное исследование влияния распределения общего передаточного отношения по ступеням механизма на его быстродействие позволяет найти оптимальное решение.

**Выводы.** Для многоступенчатого планетарного механизма  $\overline{AJ} \times \dots \times \overline{AJ}$  выведена формула приведенного момента инерции для общего случая.

Общая формула вычисления приведенного момента инерции исследована для кинематических передач систем управления с малыми модулями ( $m=0,3 \dots 0,5$  мм), которые были приняты одинаковыми для всех ступеней механизма.

Выполнено исследование влияния числа ступеней механизма на величину приведенного момента инерции. Исследование показало, что начиная с 3-ей ступени, момент инерции практически не изменяется при любых значениях передаточных отношений ступеней механизма.

Исходя из полученных результатов предложено следующее перераспределение общего передаточного отношения по ступеням механизма:

- на 1-ой ступени следует обеспечить минимально возможное передаточное отношение;
- на 2-ой ступени передаточное отношение следует выбирать в диапазоне 4...5;
- на последующих ступенях передаточные соотношения выбирать из технологических соображений одинаковыми.

Создано программное обеспечение, позволяющее определить оптимальное перераспределение

передаточного отношения по ступеням проектируемого многоступенчатого планетарного механизма  $\overline{AJ} \times \dots \times \overline{AJ}$ . Программное обеспечение апробировано на практике.

**Список литературы:** 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию/ *В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин.*- Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110 с. 2. *Е.М. Ушаков.* Относительный момент инерции зубчатых передач, “Известия вузов. Машиностроение”, 1976, №4, с. 50-55. 3. *Кирдяшов Ю.Н., Иванов А.И.* Проектирование сложных зубчатых механизмов. Л., Машиностроение, 1973. – 352 с. 4. Курсовое проектирование деталей машин/*В.Н. Кудрявцев, Ю.А. Державец, И.И. Арефьев* и др.; Под общ. ред. *В.Н. Кудрявцева:* Учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1984, 400 с., ил. 5. Определение весовых и инерционных характеристик элементов планетарных механизмов. *Абрамов В.Т.* – Теория механизмов и машин, вып. 32, - Респ. межвед. науч.-техн. сборник. – Харьков: Вища школа: Изд-во при Харьк. ун-те, 1982, с. 85-87.

*Поступило в редакцию 25.04.2007*