

*Н.Н. ТКАЧУК**Н.А. ТКАЧУК*, докт. техн. наук, НТУ “ХПИ”**ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС СИНТЕЗА ГЕОМЕТРИИ И АНАЛИЗА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗВЕНЬЕВ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ**

В статті наведено опис спеціалізованої системи синтезу і аналізу ланок двохпараметричних передач. Її роботу було продемонстровано на прикладі створення прототипу двохпараметричної передачі.

In the paper a specialized system for synthesis and analysis of two-parameter transmission is described. Its operability was demonstrated by the example of design and prototyping of two-parameter transmission.

Введение. Отличительной чертой современного проектирования и инженерного анализа является широкое применение численных инструментов исследования и комплексных средств автоматизированного проектирования. Внедрение информационных технологий в машиностроение последние два десятилетия резко повысили производительность труда и расширили возможность исследователей, разработчиков и производителей. В настоящее время невозможно представить разработку новой по-настоящему конкурентоспособной конструкции или надежного механизма без их применения. Эти изменения затронули и такую ключевую область машиностроения как конструирование и производство зубчатых передач и теорию зубчатого зацепления. Современные вычислительные возможности и эффективные численные процедуры и алгоритмы позволили шире и на более высоком качественном уровне использовать ранее полученные теоретические результаты, относящиеся к геометрии зацепления и синтезу параметров зубчатых механизмов.

Более того, применение универсальных средств компьютерного моделирования и специализированных пакетов программ позволяет комплексно подходить к процессу проектирования новых механизмов и исследованию их свойств. Наиболее подробно тенденции развития технологии зубчатых передач и теории зубчатого зацепления изложены в работах известного специалиста в этой области Ф.Л. Литвина [1, 2]. В них он, в частности, обосновывает необходимость интеграции авторских программных пакетов синтеза зубчатых зацеплений с универсальными системами геометрического и конечноэлементного моделирования, а также средствами числового программного управления нарезания и механической обработки зубчатых колес.

В данной статье изложена структура программного комплекса синтеза геометрии и анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) звеньев двухпараметрических передачи (ДПП) и описано его применение для создания опытного образца передачи с «плоским» коническим колесом. В основу комплекса легли подходы и алгоритмы, предложенные авторами в работах [3,4], элементы теории двухпараметрического огибания [5,6], кинематический метод Ф.Л. Литвина [7] и оригинальные идеи В.Р. Ковалюха [8,9]. В состав комплекса входит пакет синтеза геометрии рабочих поверхностей зубьев, модуль анализа главных кривизн и главных направлений, модуль анализа контактного взаимодействия зубьев передачи, модуль визуализации результатов, модуль параметрического анализа, пакеты создания геометрических и конечноэлементных моделей, через которые полученные данные передаются в CAD-систему Pro/ENGINEER и CAE-комплекс ANSYS. Их средствами решаются задачи расчета напряженно-деформированного состояния звеньев механизма, пространственного моделирования и автоматизированного изготовления опытного образца.

Таким образом, разработанный комплекс позволяет производить полный цикл исследований двухпараметрических передач – от синтеза зацепления до создания действующей модели передачи

1. Математическая модель двухпараметрического зацепления. Идея многопараметрических передач [8, 9] основана на использовании возможностей пространственного зацепления. Два тела с гладкой границей, касающиеся в одной точке, могут совершать одновременно несколько независимых мгновенных движений с сохранением контакта [7]. Это позволяет конструировать механизмы, звенья которых могут одновременно совершать не одно, а два или более различных относительных движения. Так, в цилиндрической передаче коническое колесо вращается вокруг неподвижной оси, а цилиндрическое колесо не только согласованно с ним вращается, но и может скользить вдоль линии зуба конического колеса, оставаясь при этом перпендикулярным этой линии (рис. 1). За счет двухпараметрической передаче расстояние между осями колес

Линии зубьев на развертке представляют смещенные друг эвольвенты [9, 10]. В результате, конического колеса они эквидистантны. Благодаря коническому колесу имеют постоянную периодически входят в цилиндрического колеса при

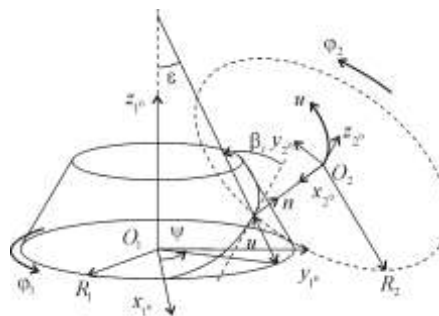


Рис.1. Схема цилиндрической передачи

этого в данной можно изменять угол и [9, 10].

конуса на плоскость относительно друга на начальной поверхности удовлетворяют условию этому зубья конического толщину по всей их длине и зацепление с зубьями всех возможных

относительных положениях звеньев передачи [8].

Форма линии зуба конического колеса и условие ортогональности плоскости цилиндрического колеса этой линии определяют возможные положения цилиндрического колеса в пространстве как твердого тела с точностью до вращения вокруг своей оси (рис. 1). Условие постоянства передаточного отношения $df_2/df_1 = -i_{21} = z_1/z_2 = \text{const}$ окончательно определяет закон относительного движения колес передачи. Всего в таком механизме имеется два независимых относительных движения, которых отвечают независимые параметры u и φ_1 (см. рис. 1). В случае, когда помимо формы движения звеньев передачи задана также форма рабочих поверхностей цилиндрического колеса (ему отвечает индекс 2), представляется возможным генерировать геометрию зубьев конического колеса (соответственно, индекс 1). Строится сопряженная поверхность в локальной системе координат первого колеса, состоящая из точек, в которых зубья могут зацепляться при различных значениях параметров движения.

Условием зацепления двух тел в точках их поверхностей, совпадающих в пространстве, служит ортогональность скорости их относительного движения при заданном движении тел вектору общей нормали. В случае двух независимых возможных мгновенных движений следует записывать два уравнения зацепления [1, 7]. Так, в точке зацепления зубьев цилиндрикоконической передачи должно выполняться:

$$\begin{cases} n_2 \perp v_{\varphi_1}^{omn}; \\ n_2 \perp v_u^{omn}, \end{cases} \quad (1)$$

Используя для представления относительного движения колес матрицы преобразования однородных координат, взаимно связывающие значения координат точек пространства в подвижных локальных системах координат, легко представить (1) в виде системы нелинейных уравнений [10]:

$$\begin{aligned} n_2^T(\alpha, \theta) \frac{\partial M_{21}(\varphi_1, u)}{\partial \varphi_1} M_{12}(\varphi_1, u) \rho_2(\alpha, \theta) &= 0; \\ n_2^T(\alpha, \theta) \frac{\partial M_{21}(\varphi_1, u)}{\partial u} M_{12}(\varphi_1, u) \rho_2(\alpha, \theta) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $n_2(\alpha, \theta)$ и $\rho_2(\alpha, \theta)$ определяются заданной параметризацией поверхности зуба цилиндрического колеса параметрами α и θ . Решением этой системы являются однозначные функции $\alpha(\varphi_1, u)$ и $\theta(\varphi_1, u)$.

С их помощью можно однозначно восстановить искомую поверхность зубьев конического колеса, каждая точка которой входит в зацепление с сопряженной поверхностью зуба цилиндрического колеса при единственных значениях параметров φ_1 и u , и направления нормалей в этих точках:

$$\rho_1(\varphi_1, u) = M_{12}(\varphi_1, u) \rho_2(\alpha(\varphi_1, u), \theta(\varphi_1, u)), \quad (3)$$

$$n_1(\varphi_1, u) = -M_{12}(\varphi_1, u) n_2(\alpha(\varphi_1, u), \theta(\varphi_1, u)). \quad (4)$$

3. Методы анализа геометрических характеристик и НДС двухпараметрических передач.

Особенностью синтезируемой цилиндрикоконической передачи является то, что ее зубья зацепляются первоначально не по линии, а в точке. Это вызывает значительную концентрацию напряжений в области контакта, что делает контактную прочность критически важной для работоспособности данного вида передач. В связи с этим актуальной является задача анализа контактных напряжений в зацеплении зубьев колес. В работе [11] изложена методика расчета НДС тел с кинематически генерируемыми поверхностями. Для них в полной мере применим метод Герца описания контактного взаимодействия, позволяющий определить величины напряжений в области контакта, используя только локальные геометрические характеристики тел. Это, в свою очередь, дает возможность проводить многовариантные расчеты в рамках параметрического анализа с меньшим числом точек дискретизации. Компоненты вектора нормали и тензора кривизн в точках касания заданной поверхности зуба цилиндрического колеса и сгенерированной поверхности зуба конического колеса могут быть получены аналитически в процессе синтеза геометрии без сгущения сетки в области этой точки [2, 5, 11].

Необходимые для определения коэффициентов первой G_1 и второй B_1 квадратичных форм рабочей поверхности зуба производные радиус-вектора и нормали быть получены из уравнений зацепления:

$$\frac{\partial \rho_1(\varphi_1, u)}{\partial p} = \frac{\partial M_{12}(\varphi_1, u)}{\partial p} \rho_2(\alpha, \theta) + M_{12}(\varphi_1, u) \left[\frac{\partial \rho_2}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial p} + \frac{\partial \rho_2}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} \right], \quad (5)$$

$$\frac{\partial n_1(\varphi_1, u)}{\partial p} = \frac{\partial M_{12}(\varphi_1, u)}{\partial p} n_2(\alpha, \theta) + M_{12}(\varphi_1, u) \left[\frac{\partial n_2}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial p} + \frac{\partial n_2}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} \right]. \quad (6)$$

где p – либо φ_1 , либо u . Значения производных $\partial \alpha / \partial \varphi_1$, $\partial \theta / \partial \varphi_1$, $\partial \alpha / \partial u$, $\partial \theta / \partial u$ находятся как решение систем линейных алгебраических уравнений, получаемых из уравнений зацепления (2) [2, 5, 11].

Главные кривизны и их направления находятся как решение задачи на собственные значения: $\mathbb{B}_1 - \chi G_1 \underline{\underline{t}} = 0$. Этих величин вместе с кривизнами поверхности зуба цилиндрического колеса в точке касания достаточно для того, чтобы определить направление осей эллиптической площадки контакта, величины ее полуосей и максимальное контактное давление.

4. Специализированные средства синтеза и анализа двухпараметрических передач. Для вышеописанной цилиндрикониической синтеза геометрии рабочих поверхностей. адаптированный алгоритм генерирования по кинематическим критериям [10]. В решения системы (2) на сетке значений получается облако поверхности точек и ней с любой заранее заданной точностью. рабочая поверхность зуба конического помощью этого пакета.

Одной из особенностей данного зацепления является то, что главные конического колеса имеют (рис. 3). В результате происходит рабочих поверхностей. Пятно контакта направлении, близком к направлению положительной главной кривизны поверхности зуба конического колеса.



Рис. 2. Рабочая поверхность зуба конического колеса

передачи был создан пакет В нем реализован численно сопряженных поверхностей результате численного параметров движения узловых значений нормалей к На рис. 2 изображена лицевая колеса, полученная с

двухпараметрического кривизны поверхности зуба противоположные знаки выпукло-вогнутый контакт оказывается вытянутым в

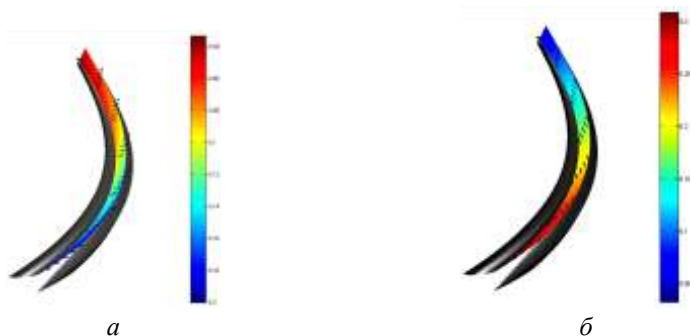


Рис.3. Положительные (а) и отрицательные (б) главные кривизны рабочей поверхности зуба конического колеса

Применение разработанных модулей аналитического вычисления кривизн и анализа контактного взаимодействия может быть представлено на примере варианта передачи с плоским коническим колесом, для которого угол конусности ε равен $\pi/2$ (рис. 4). Для него был исследован вопрос влияния исходных параметров на величины контактных площадок и максимальных контактных давлений [11], а также размеры области поверхности зуба конического колеса, на которой происходит интерференция (рис. 5). С уменьшением функции зазора между контактирующими поверхностями в области точки зацепления максимальные контактные напряжения уменьшаются, одновременно с чем увеличивается часть рабочей поверхности, где зуб конического колеса интерферирует с зубом цилиндрического колеса. Для синтезированной цилиндрикониической передачи был найден оптимальный набор параметров из условий минимизации зоны интерференции и максимизации величин контактных площадок, представленный частично на рис. 4.

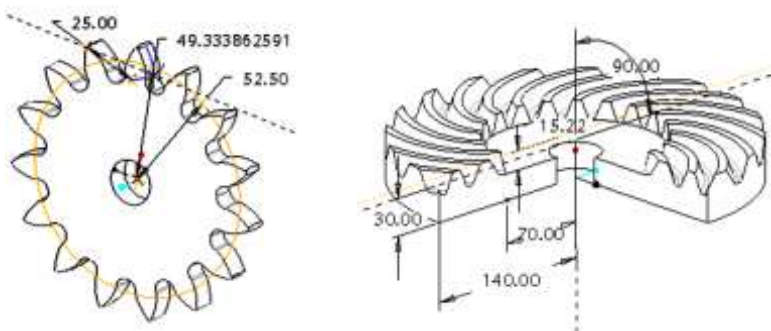


Рис.4. Основные размеры цилиндрического и конического колес



Рис. 5. Пятна контакта на поверхности зуба “плоского” конического колеса и зона интерференции

3. Интеграция пакета с CAD/CAE. Функциональные возможности разрабатываемого пакета были значительно расширены за счет интеграции с универсальными CAD/CAE системами Pro/ENGINEER и ANSYS. Были написаны специальные приложения, предназначенные для автоматизированного создания геометрических и расчетных моделей звеньев синтезированной передачи. Исходными данными в этих приложениях служат не только полученные координаты узловых точек рабочих поверхностей, но и такие результаты анализа как точные значения кривизн и размеры зоны интерференции. Такой подход позволяет оперативно получать качественные модели и проводить большое количество многовариантных вычислений без необходимости выполнения вручную монотонных операций по созданию и модификации геометрических и конечноэлементных моделей (КЭМ).

В одном из таких модулей была создана топологически регулярных тел с кинематически генерируемыми относятся колеса двухпараметрических предоставляет возможность внешнего по управления конечно-элементными применением исключает (в отличие от промежуточных этапов построения КЭМ резко увеличивает точность описания его представлена конечноэлементная модель

На тех же принципах построен геометрических данных в пакет построения в нем трехмерных Средствами этой универсальной CAD системы можно не только строить параметризованные модели (см. рис.4), но и решать ряд инженерных задач, реализация которых в специализированном комплексе потребовала бы значительных усилий. В частности, с ее помощью был построена виртуальная модель механизма позиционирования колес передачи (рис. 7) и проверена работоспособность двухпараметрической передачи в целом.

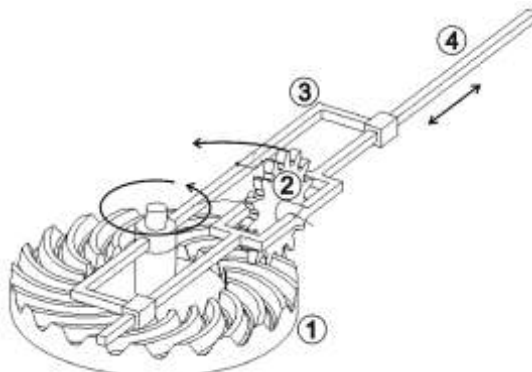


Рис. 6. Топологически регулярная КЭМ зуба конического колеса

реализована методика конечноэлементных сеток поверхностями, к которым передач. Это приложение отношению к CAE системе сетками [12]. Кроме того, его традиционной технологии) исследуемого объекта, что формы. На рис. 6 зуба конического колеса.

модуль экспорта Pro/ENGINEER и геометрических моделей.

Рис. 7. Модель механизма позиционирования колес ДПП



Кроме того, средствами Pro/ENGINEER была составлена программа для фрезерования зубьев колес передаче на станке с ЧПУ. Это позволило в краткие сроки получить физические модели колес синтезированной цилиндрической передачи с полученными в ходе выполнения вышеописанного цикла исследований параметрами. На рис. 8. изображен прототип конического колеса.

5. Выводы. В работе проведен полный цикл синтеза геометрии двухпараметрической цилиндрической передачи, анализа напряженно-деформированного состояния и оптимизации прочностных параметров.

Следует отметить, что технология синтеза и анализа тел с генерируемыми поверхностями традиционных сквозной геометрической, так и моделей, формализацией всех перенастраиваемой структурой программно-модельного двухпараметрической передачи возможность получения конечных включая изготовление прототипа



Рис. 8. Прототип конического колеса ДПП

предложенная комплексная кинематически отличается от параметризацией как конечноэлементной этапов исследований и специализированного комплекса. На примере продемонстрирована практических результатов, на станке с ЧПУ.

В процессе дальнейших исследований необходимо провести экспериментальную проверку достоверности полученных численных результатов.

1500. – 1998. – 118 p. **2. Litvin F.L.** Computerized Developments in Design, Generation, Simulation of Meshing? And Stress Analysis of Gear Drives // *Meccanica. Overviews and Tutorials.* – Springer Verlag. – 2005. – No. 40. – pp. 291-324. **3. Ткачук Н.Н.** Структура системы автоматизированного проектирования рабочих поверхностей двухпараметрических передач // *Вестник НТУ “ХПИ”.* Тем. вып.: Проблемы механического привода. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2005. – Вып. 40. – С.195-199. **4. Васильев А., Ткачук М., Головченко В.** Напряжено-деформований стан просторових конструкцій: методи автоматизованого аналізу // *Машинознавство.* – 2006. – №1(103). – С.23-28. **5. Ерихов М.Л.** К вопросу о синтезе зацеплений с точечным касанием. – В сб. «Теория передач в машинах». – М.: Машиностроение, 1966. **6. Крылов Н.Н.** Теория зацепления огибающих двухпараметрического семейства поверхностей // *Известия вузов. Машиностроение,* 1963. – №12. **7. Литвин Ф. Л.** Теория зубчатых зацеплений. – Л.: 1968. – 584 с. **8. Ковалюх В.Р.** Синтез зубчатых передач на основе колес с равновысокоширокими зубьями и впадинами: Дисс. канд.техн. наук // Харьков, 1982. – 156 с. **9. Ковалюх В.Р.** Двухпараметрические колеса с равновысокоширокими зубьями и впадинами // *Машиноведение.* – 1982. – №1 – С. 43-45. **10. Ткачук Н.Н.** Особенности реализации кинематического метода расчета двухпараметрических передач // *Вестник НТУ “ХПИ”.* Тем. вып.: *Машиноведение и САПР.* – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2006. – Вып. 3. – С.133-151. **11. Ткачук Н.Н.** Оценка контактных напряжений в сопряжении сложнопровильных деталей// *Вестник НТУ “ХПИ”.* Тем. вып.: *Машиноведение и САПР.* – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2006. – № 24. – С.138-152. **12. Ткачук Н.Н.** Топологически регулярные конечноэлементные сетки для тел с кинематически генерируемыми поверхностями // *Вестник НТУ “ХПИ”.* Тем. вып.: *Динамика и прочность машин.* – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2006. – № 32. – С.156-166.

Поступила в редколлегию 06.06.07