

Н.Л. УТУТОВ, д-р техн. наук, ВНУ им. В.Даля,
А.П. КАРПОВ, канд. техн. наук, ВНУ им. В.Даля

КРИТИЧЕСКАЯ ЧАСТОТА И АМПЛИТУДА ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВАЛА С КОСОСИММЕТРИЧНЫМИ НЕКРУГЛЫМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ

Розглянуто частоти й амплітуди згінних коливань ведучого вала з кососиметричним некруглим зубчастим колесом. Установлено, що сумарні частоти й амплітуди згінних коливань у цьому випадку не збігаються і не кратні власним частотам, а піки максимальних значень розділені некратними періодами (кутами повороту колеса).

The frequencies and amplitudes of bend fluctuations of the conducting shaft with skew symmetric non-circular gear wheel have been examined. There has been concluded that the total frequencies and amplitudes of bend fluctuations in this case do not coincide and are not multiple to own frequencies, and the peaks of the maximal meanings are divide by the non-multiple periods (by angles of turn of a wheel).

С точки зрения теории колебаний зубчатые передачи представляют собой систему с распределенными параметрами и имеют большое количество собственных частот колебаний. Следовательно, практически на всех режимах работа зубчатого зацепления сопровождается возникновением колебаний на резонансных частотах. Конструктивных решений в борьбе с вибрациями и шумом известно достаточно много. Более широким спектром гашения колебаний в зубчатом редукторе является такая его конструкция, в которой кроме постоянных собственных колебаний в редукторе имеется хотя бы одна зубчатая передача, создающая дополнительные низкочастотные колебания по определенному закону за один полный оборот ведущего колеса этой передачи [1].

Рассмотрим частоты изгибных колебаний ведущего вала с кососимметричным некруглым колесом массой m и радиусом центроиды r_1 без учета массы самого вала.

Радиус центроиды ведущего кососимметричного некруглого колеса [1]

$$r_1 = r + \frac{B \sin(j_1 \varphi_1)}{2 + \cos(j_1 \varphi_1)}, \quad (1)$$

где r – средний радиус центроиды, B – постоянный коэффициент, j_1 – количество максимальных значений радиуса центроиды, φ_1 – угол поворота ведущего некруглого колеса.

Под влиянием силы тяжести G центр тяжести колеса смещается относительно его геометрической оси вращения на величину эксцентриситета e . При равномерном вращении вала с колесом возникает центробежная сила

$$F_y = m\omega_1^2 e, \quad (2)$$

где m – масса некруглого колеса,

$$m = \frac{G}{g}; \quad (3)$$

G – сила тяжести, g – ускорение свободного падения; ω_1 – угловая скорость вращения вала, она же – собственная частота изгибных колебаний вала ω_c [2],

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}}; \quad (4)$$

y_{cm} – статический прогиб вала от действия силы тяжести G .

При симметричном расположении колеса относительно опор [2]

$$y_{cm} = \frac{F_y \ell^3}{48 \cdot EI}, \quad (5)$$

где F_y – радиальная сила, действующая на колесо; ℓ – расстояние между опорами; E – модуль упругости материала вала; I – момент инерции сечения вала под колесом.

Рекомендуется [2, 3] приближенно принимать для валов с цилиндрическими зубчатыми колесами

$$y_{cm} \approx 0,01 \cdot m_1, \quad (6)$$

где m_1 – модуль передачи.

При постоянном крутящем моменте T_1 на ведущем некруглом колесе силы в зацеплении с учетом (1) будут: окружная

$$F_{in} = \frac{T[2 + \cos(j_1 \varphi_1)]}{r[2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)}; \quad (7)$$

радиальная

$$F_{rn} = F_{in} \operatorname{tg} \alpha, \quad (8)$$

где α – угол профиля зуба;
осевая

$$F_{an} = F_{in} \operatorname{tg} \beta. \quad (9)$$

При горизонтальном расположении осей вращения ведущего и ведомого некруглых колес радиальная сила F_{rn} и осевая F_{an} вместе образуют вынужденную возмущающую силу в зацеплении

$$F_3 = \sqrt{F_{rn}^2 + F_{an}^2} = \frac{T_1 [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{r[2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)}. \quad (10)$$

Так как смещение центра масс в некруглом колесе, как и в круглом (первоначально сбалансированном по массе) в результате сборки и последующего износа системы определить трудно, то принимаем наихудший случай, когда силы в зацеплении имеют максимальное значение и центр масс ведущего колеса смещен на величину эксцентриситета e .

При постоянной угловой скорости ω_1 вращения ведущего кососимметричного некруглого колеса суммарная сила, вызывающая колебания с учетом значений (2) и (5) равна

$$F_\Sigma = F_y + F_3 = m\omega_c^2 e + \frac{T_1 [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{r[2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)}. \quad (11)$$

С учетом (11) круговая частота колебаний ведущего вала с некруглым кососимметричным колесом, расположенным на одинаковом расстоянии от опор

$$\omega_3 = \frac{\sqrt{48 \cdot gEI r_1}}{T_1 l^3 \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}} = \frac{\sqrt{48 \cdot gEI \{r[2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)\}}}{T_1 l^3 [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (12)$$

где I – момент инерции сечения вала, $I = \pi d^4 / 64$.

Для определения амплитуды вынужденных колебаний воспользуемся зависимостью [2] для системы (вал с насаженными деталями) с одной степенью свободы, приняв $F_0 = F_3$, заменив ω_{01} на φ_1 и разложив силу F_3 по осям координат X и Y (рис. 1), запишем амплитуды

$$y_X = \frac{\sin \varphi_1}{\omega_c^2 + \omega_0^2} \left(e\omega_c^2 + \frac{T_1 \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{m} \right) \frac{u_n r [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] - B \sin(j_1 \varphi_1)}{r[2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)}; \quad (13)$$

$$y_Y = \frac{\cos \varphi_1}{\omega_c^2 + \omega_0^2} \left(e\omega_c^2 + \frac{T_1 \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{m} \right) \frac{u_n r [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] - B \sin(j_1 \varphi_1)}{r[2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)}. \quad (14)$$

Значения (13) и (14) могут быть использованы для исследования характера изменения амплитуд изгибных колебаний валов с некруглыми кососимметричными колесами во взаимно перпендикулярных плоскостях.

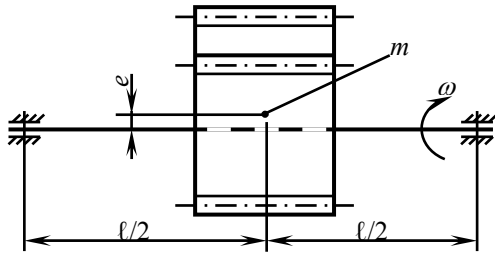


Рис. 1. Схема вала с некруглым колесом

Амплитуда прогибов вала от действия сил в зацеплении при симметричном расположении колеса относительно опор

$$y_3 = \frac{F_3 l^3}{48 \cdot EI} = \frac{T_1 l^3 [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{48 \cdot EI \{r [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)\}} \quad (15)$$

Суммарная амплитуда изгибных колебаний рассматриваемого вала с учетом (9)

$$y_\Sigma = \frac{F_\Sigma l^3}{48 \cdot EI} = m \omega_c^2 e + \frac{T_1 [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{r [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)} \quad (16)$$

Суммарную частоту изгибных колебаний ведущего вала определяем аналогично (12)

$$\omega_\Sigma = \sqrt{\frac{48 \cdot EI g \{r [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)\}}{m \omega_c^2 e \{r [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)\}} + T_1 [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}} \quad (17)$$

Из выражений (16) и (17) видно, что суммарная амплитуда и частота изгибных колебаний ведущего вала с кососимметричным некруглым колесом непрерывно меняются в течение полного оборота вала и зависят от углов его поворота. В этом случае отсутствуют условия для наступления резонанса колебаний, так как частоты собственных и вынужденных колебаний не совпадают и не являются кратными одна другой.

По формулам (4), (12) и (15), а также (16) и (17) проведены вычисления и построены графики (рис. 2) и (рис. 3) для значений: $r=40$ мм; $B=11,6788$ мм; $j_1=2$; $l=295$ мм; $T=38$ Н·м; $\alpha=20^\circ$; $\beta=0^\circ$; $g=9,81$ м/с²; $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа; $e=0,0002 \cdot l=0,059$ мм.

Принимаем модуль $m_n=2,0$ мм, статический прогиб вала

$$y_{cm} = 0,01 \cdot m_n = 0,02 \text{ мм}.$$

По (4) собственная частота изгибных колебаний

$$\omega_c = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 10^3}{0,01}} = 990,45 \text{ с}^{-1}.$$

Из графиков (см. рис. 2 и рис. 3) видно, что амплитуды прогибов вала от сил в зацеплении и суммарные амплитуды изгибных колебаний переменные за полный оборот ведущего колеса, при этом пики максимальных значений суммарных амплитуд разделены неравными периодами. Максимальные значения амплитуд суммарных изгибных колебаний в 18 раз превышают минимальные. На двух участках из трех углов поворота колеса амплитуды от сил в зацеплении и суммарные совпадают по фазе (см. рис. 2).

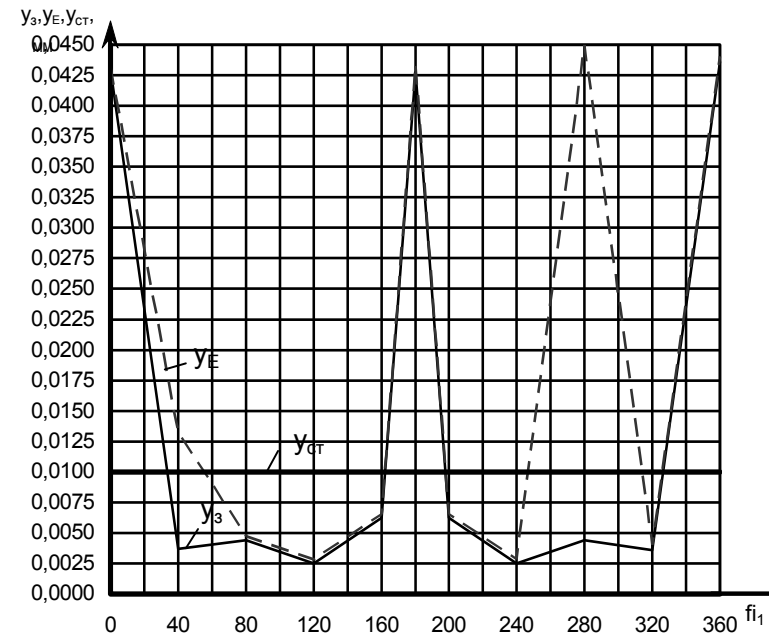


Рис. 2. Амплитуды изгибных колебаний вала с кососимметричным некруглым зубчатым колесом: y_3 – амплитуда от сил в зацеплении, y_Σ – суммарная амплитуда колебаний, $y_{ст}$ – статический прогиб вала

Анализ уравнений (12)-(17) показывает, что критическая скорость вращения вала с некруглым колесом переменная за один его оборот, величина ее изменения характеризуется показателем B . При этом установлено, что в передаче некруглыми зубчатыми колесами зубцовая частота f_z вынужденных ко-

лебаний является переменной величиной, не совпадает и не кратна собственной частоте f_c колебаний.

Частоты изгибных колебаний вала от сил в зацеплении и суммарные совпадают по фазе (рис. 3), но отличаются по величине: при максимальных значениях частоты суммарных колебаний в 16,4 раза превышают частоты от сил в зацеплении и в 1,6 раза частоту собственных колебаний.

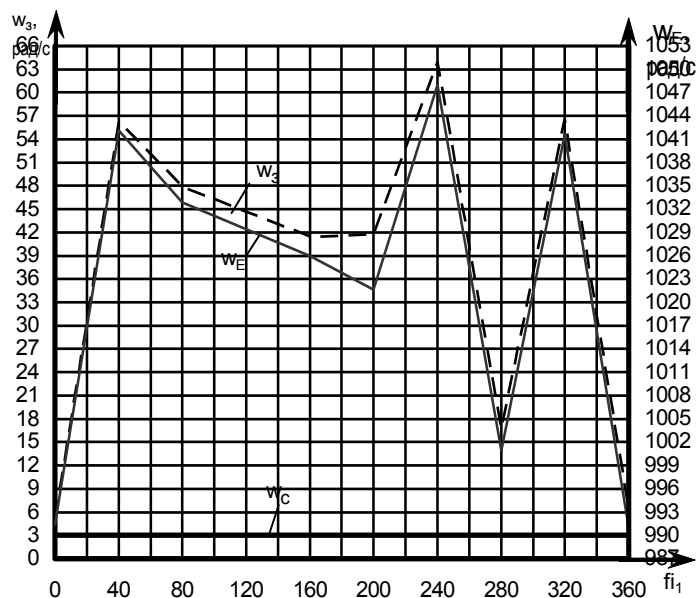


Рис. 3. Частоты изгибных колебаний вала с кососимметричным некруглым зубчатым колесом: ω_3 – от сил в зацеплении, ω_2 – суммарные, ω_c – собственные

При этом гармоники частот имеют некрatные отличающиеся по величине периоды за один полный оборот ведущего колеса. Следовательно, суммарные частоты изгибных колебаний вала с кососимметричными колесами не могут сложиться или быть кратными собственным частотам. Таким образом, использование кососимметричной функции передаточного отношения расширяет функциональные возможности применения передач некруглыми зубчатыми колесами для борьбы с резонансными колебаниями.

Список литературы: 1. А.С. 815352 СССР Мкл. F16H 1/02. Зубчатая передача // *Н.Л. Утатов*. – Оpubл. в Б.И., 1981, №11. 2. *Иванов М.Н.* Детали машин. – М.: Высш.шк., 1991. – 383с. 3. *Юдин Е.Я., Борисов Л.А., Горенштейн И.В. и др.* Борьба с шумом на производстве. Справочник. // Под ред. Е.Я. Юдина. – М.: Машиностроение, 1985. – 400с.

Поступила в редакцию 20.04.08