

*А.В. БОНДАРЕНКО*, магистр, НТУ "ХПИ"  
*А.В. УСТИНЕНКО*, канд. техн. наук, НТУ "ХПИ"

### **ОПТИМИЗАЦИЯ ТРЕХВАЛЬНЫХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМАЛЬНОГО МЕЖОСЕВОГО РАССТОЯНИЯ**

Розглянуто методику знаходження оптимальної розбивки загальних передаточних чисел коробки між постійним та змінними зачепленнями за критерієм мінімізації міжосьової відстані із умови контактної міцності зубців. Записано цільову функцію, сформульовані обмеження на змінні проектування, зокрема з урахуванням згінної міцності зубців.

The method of finding of the optimum separation of gearbox transmission ratio between constant and variable gears is considered. It's base on the criterion of axes distance minimization from the condition of contact strength. An objective function is written, limits are formulated on the variable planning, including taking into account teeth bending strength.

#### **Актуальность задачи.**

Современное машиностроение, особенно такие его ведущие отрасли, как транспортное машиностроение, предъявляет все более жесткие требования по массогабаритным характеристикам к приводам машин и, следовательно, к такому их элементу, как коробки передач (КП). Поэтому максимально возможное снижение габаритов последних является актуальной задачей.

#### **Постановка задачи.**

Наибольшее распространение в трансмиссиях транспортных средств (например, автомобилей) получили КП, выполненные по трехвальной схеме (см. рис.). Как видно, передаточное число КП на каждой  $i$ -й "непрямой" передаче  $u_{КПи}$  определяется зависимостью

$$u_{КПи} = u_{pz} u_i, \quad (1)$$

где  $u_{pz}$  – передаточное число зубчатой пары постоянного зацепления;  $u_i$  – передаточные числа зубчатых пар, включаемых на  $i$ -х передачах.

Таким образом, на каждой передаче мы получаем двухступенчатый осевой редуктор, передаточные числа внутри которого могут быть разбиты по различным соотношениям. Обычно, с целью снижения массы и габаритов, стремятся обеспечить равнопрочность ступеней по контактному напряжению при минимальном межосевом расстоянии редуктора  $a_w$ . Такой подход широко применяется в редукторах общего назначения, и для них существуют различные зависимости и графики [1].

В нашем случае задача усложняется неоднозначностью решения, по-

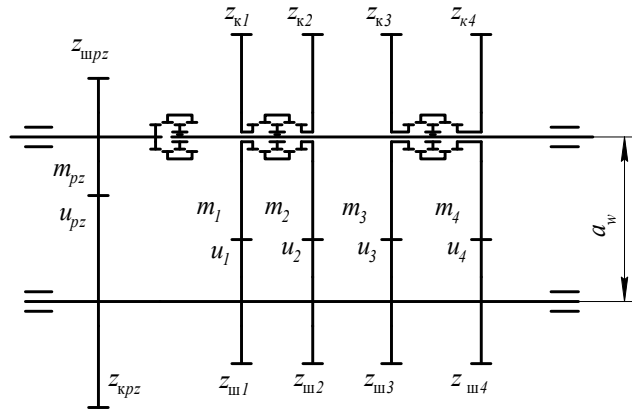


Рис. Схема трехвальной КПП

скольку для каждой  $i$ -й передачи будет найдена своя оптимальная разбивка, но передаточное число  $u_{pz}$  должно быть одинаковым. Следовательно, возникает необходимость в решении комплексной задачи оптимизации КПП по критерию минимального межосевого расстояния при одновременной равнопрочности всех зацеплений по контактным напряжениям.

### Пути решения задачи.

Как известно [2], постановка оптимизационной задачи заключается в построении целевой функции с определением переменных проектирования и формировании системы ограничений. Примем за основу подход, предложенный в работе [3], с учетом специфики нашей задачи.

#### 1. Целевая функция.

Введем целевую функцию как сумму межосевых расстояний пары постоянного зацепления  $a_{wpz}$  и включаемых на каждой  $i$ -й передаче пар  $a_{wi}$ , т.е.

$$\Phi_a = a_{wpz} + \sum_{i=1}^n a_{wi} \rightarrow \min, \quad (2)$$

где  $n$  — количество "непрямых" передач в КПП.

Межосевое расстояние каждого зацепления (если суммарный коэффициент смещения исходного контура  $x_\Sigma = 0$ ):

$$a_{wpz} = \frac{m_{pz}(z_{шpz} + z_{кpz})}{2 \cos \beta_{pz}}; \quad a_{wi} = \frac{m_i(z_{шi} + z_{ки})}{2 \cos \beta_i}, \quad (3)$$

где  $m_{pz}, m_i, z_{шpz}, z_{шi}, z_{кpz}, z_{ки}, \beta_{pz}, \beta_i$  — модули, числа зубьев шестерен и колес, углы наклона зубьев в соответствующих зацеплениях, которые и будут являться переменными проектирования при оптимизации.

Таким образом, мы получаем однокритериальную задачу поиска минимума целевой функции (2) с размерностью  $N=4+4n$ , т.к. для каждого зацепления имеются 4 переменных проектирования ( $m, z_{ш}, z_{к}, \beta$ ). Тогда целевую функцию запишем в виде

$$\Phi_a(m_{pz}, m_1, \dots, m_n, z_{шpz}, z_{ш1}, \dots, z_{шn}, z_{кpz}, z_{к1}, \dots, z_{кn}, \beta_{pz}, \beta_1, \dots, \beta_n) = \frac{m_{pz}(z_{шpz} + z_{кpz})}{2 \cos \beta_{pz}} + \sum_{i=1}^n \frac{m_i(z_{шi} + z_{ки})}{2 \cos \beta_i} \rightarrow \min. \quad (4)$$

#### 2. Ограничения на переменные проектирования.

##### 2.1. Равенство межосевых расстояний всех зацеплений КПП:

$$a_{wpz} = a_{w1} = a_{w2} = \dots = a_{wn}. \quad (5)$$

2.2. Соотношения чисел зубьев должны приближенно обеспечивать вперед заданные передаточные числа КПП  $u_{КППi}$ , т.е.

$$\frac{z_{кpz}}{z_{шpz}} \cdot \frac{z_{ки}}{z_{шi}} = u_{pz} u_i \approx u_{КППi}. \quad (6)$$

Приближенность этого ограничения связана с целочисленностью зубьев.

##### 2.3. Числа зубьев всех колес должны находиться в диапазоне

$$z_{\min} \leq z_j \leq z_{\max}, \quad (7)$$

где  $z_{\min}$  определяется из отсутствия подрезания зубьев, а  $z_{\max}$  — по конструктивным и технологическим соображениям (например, по ограничениям для зуборезных станков).

##### 2.4. Передаточные числа всех зацеплений не должны превышать величин

$$u_{pz} = \frac{z_{кpz}}{z_{шpz}} \leq u_{pz \max}; \quad u_i = \frac{z_{ки}}{z_{шi}} \leq u_{i \max}, \quad (8)$$

где  $u_{pz \max}, u_{i \max}$  назначаются по конструктивным соображениям, обычно —

из ограничений на диаметральные габариты КП.

2.5. Углы наклона зубьев во всех зацеплениях должны находиться в диапазоне

$$\beta_{\min} \leq \beta_{pz} \leq \beta_{\max}, \quad \beta_{\min} \leq \beta_i \leq \beta_{\max}, \quad (9)$$

где  $\beta_{\min}$  определяется порогом, ниже которого косозубое зацепление практически не имеет преимуществ перед прямозубым;  $\beta_{\max}$  – из условия допустимых осевых нагрузок на подшипники.

2.6. Минимальная величина межосевого расстояния ограничивается по условию контактной прочности для каждого зацепления согласно зависимостям проектировочного расчета по ГОСТ 21354-87 [4]:

$$a_{wpz} = \frac{m_{pz}(z_{wпz} + z_{кpz})}{2 \cos \beta_{pz}} \geq K_a \left( \frac{z_{кpz}}{z_{wпz}} + 1 \right) \sqrt[3]{\frac{T_{шHпz} K_{H\beta pz}}{z_{wпz} \psi_{bapz} \sigma_{HPpz}^2}}; \quad (10)$$

$$a_{wi} = \frac{m_i(z_{wi} + z_{ki})}{2 \cos \beta_i} \geq K_a \left( \frac{z_{ki}}{z_{wi}} + 1 \right) \sqrt[3]{\frac{T_{шHi} K_{H\beta i}}{z_{wi} \psi_{bai} \sigma_{HPi}^2}}.$$

2.7. Минимальные значения модулей зацеплений ограничиваются по условию изгибной прочности зубьев:

$$m_{pz} \geq K_{ma} \left( \frac{z_{кpz}}{z_{wпz}} + 1 \right) \frac{T_{шFpz} Y_{Fpz}}{\left( \frac{m_{pz}(z_{wпz} + z_{кpz})}{2 \cos \beta_{pz}} \right)^2 \psi_{bapz} \sigma_{FPpz}}; \quad (11)$$

$$m_i \geq K_{ma} \left( \frac{z_{ki}}{z_{wi}} + 1 \right) \frac{T_{шFi} Y_{Fi}}{\left( \frac{m_i(z_{wi} + z_{ki})}{2 \cos \beta_i} \right)^2 \psi_{bai} \sigma_{Fpi}}.$$

В зависимостях (10), (11):  $K_a$ ,  $K_{ma}$  – вспомогательные коэффициенты;  $T_{шHпz}$ ,  $T_{шHi}$ ,  $T_{шFpz}$ ,  $T_{шFi}$  – расчетные крутящие моменты на шестернях зубчатых пар соответственно при расчете на контактную и изгибную прочность;  $K_{H\beta pz}$ ,  $K_{H\beta i}$  – коэффициенты, учитывающие неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий;  $\psi_{bapz}$ ,  $\psi_{bai}$  – коэффициенты ши-

рины венца ( $\psi_{ba} = b_w/a_w$ , где  $b_w$  – рабочая ширина зубчатого венца);  $\sigma_{HPpz}$ ,  $\sigma_{HPi}$ ,  $\sigma_{FPwпz}$ ,  $\sigma_{FPwi}$  – допускаемые контактные и изгибные напряжения;  $Y_{Fpz}$ ,  $Y_{Fi}$  – коэффициенты формы зуба.

### Решение задачи оптимизации КП.

На данном этапе задача решалась при помощи системы MathCAD 14 [5], которая содержит встроенную функцию для нахождения минимума функционала **minimize**( $f, x1, x2, \dots, xn$ ), где  $f$  – целевая функция;  $x1, x2, \dots, xn$  – переменные проектирования.

Так как возможности системы MathCAD в области решения задач оптимизации высокой размерности (более 8-10) при наличии большого числа ограничений весьма скромны, то были приняты следующие упрощения:

- углы наклона зубьев во всех зацеплениях принимались равными, т.е.  $\beta_{pz} = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = \beta$ ;
- стандартные модули зацеплений не задавались.

Также отметим, что даже при задании начальных целочисленных значений чисел зубьев функция **minimize** выдает решение с нецелыми  $z$ .

Поэтому алгоритм решения оптимизационной задачи был дополнен методикой округления чисел зубьев и модулей с одновременным варьированием углов  $\beta_{pz}$  и  $\beta_i$ . Она позволяет вписываться в полученное межосевое расстояние при сохранении заданных передаточных чисел  $u_{КПi}$  с минимально возможной погрешностью.

В качестве примера для расчета была взята КП автомобиля ЗиЛ-130. Результаты оптимизации в сравнении с исходной КП приведены в таблице. Как видно, межосевое расстояние КП уменьшилось примерно на 7%.

Также были проведены уточненные проверочные расчеты всех зацеплений на контактную и изгибную прочность по стандартной методике. Они показали наличие запаса прочности с разбросом между зацеплениями: по контактными напряжениям до 15%, а по изгибным – до 10%. Такая погрешность решения объясняется в основном двумя причинами:

- упрощенной реализацией математической модели в среде MathCAD;
- приближенностью расчетов по стандартным зависимостям для проектировочных расчетов (не учитывается большинство расчетных коэффициентов, а вспомогательные коэффициенты  $K_a$  и  $K_{ma}$  дают повышенный запас прочности).

В дальнейшем с целью уменьшения погрешностей планируется применить в математической модели уточненную методику прочностных расчетов (в том числе и на основе моделирования усталостных процессов в зубьях [6]), а также перейти к ее реализации в более совершенной расчетной среде.

Таблица.

Геометрические параметры зацеплений КП автомобиля ЗиЛ-130  
(числитель – результаты оптимизации, знаменатель – данные прототипа)

Межосевое расстояние $a_w$ , мм	115					
	123,25					
Параметры	$m$	$z_{ш}$	$z_{к}$	$u$	$\beta$	$b_w$
Постоянное зацепление	$\frac{2}{-}$	$\frac{29}{20}$	$\frac{84}{43}$	$\frac{2.896}{2.15}$	$\frac{10.701}{-}$	$\frac{24}{25}$
Зацепление 1-й передачи	$\frac{3}{-}$	$\frac{21}{13}$	$\frac{54}{45}$	$\frac{2.571}{3.461}$	$\frac{11.968}{-}$	$\frac{36}{30}$
Зацепление 2-й передачи	$\frac{4}{-}$	$\frac{22}{22}$	$\frac{31}{42}$	$\frac{1.409}{1.909}$	$\frac{22.818}{-}$	$\frac{21}{29}$
Зацепление 3-й передачи	$\frac{4}{-}$	$\frac{30}{31}$	$\frac{24}{33}$	$\frac{0.8}{1.064}$	$\frac{20.093}{-}$	$\frac{20}{28}$
Зацепление 4-й передачи	$\frac{2.5}{-}$	$\frac{59}{38}$	$\frac{30}{26}$	$\frac{0.5084}{0.684}$	$\frac{14.679}{-}$	$\frac{22}{26}$

### Выводы.

1. Оптимизация коробок передач позволяет уменьшить их межосевое расстояние и, следовательно, улучшить массогабаритные характеристики.

2. Разработана математическая модель оптимизации трехвальных КП с набором ограничений на переменные проектирования, которые учитывают конструктивные особенности, диапазон технически реализуемых геометрических параметров зубьев и их прочностные характеристики.

3. Выполненные расчеты по оптимизации КП автомобиля ЗиЛ-130, несмотря на упрощенность алгоритма, дали положительные результаты, что говорит о перспективности предложенной методики в плане дальнейшего уточнения и развития.

**Список литературы:** 1. Расчет и проектирование зубчатых редукторов: Справочник / В.Н. Кудрявцев, И.С. Кузьмин, А.Л. Филипенков; Под общ. ред. В.Н. Кудрявцева. – СПб.: Политехника, 1993. – 448с. 2. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике: Пер. с англ. – М.: Мир 1986. – Т.1. – 349с. 3. Иосилевич Г.Б. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с. 4. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Введен 01.01.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76с. 5. Дьяконов В.П. Mathcad 11/12/13 в математике. – М.: Горяч.Линия-Телеком, 2007. – 958с. 6. Кириченко А.Ф., Устиненко А.В., Танасевский В.В. Совершенствование стандартных прочностных расчетов зубчатых передач на основе моделирования усталостных процессов – Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков, 2006. – №22. – С.110–114.

Поступила в редколлегию 30.04.08