

УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,
О.А. РЕВЯКИНА, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,
П.Н. ТКАЧ, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,
Ю.А. СКЛЯР, асп., ВНУ им. В. Даля

ОБ ОДНОЙ РАЗНОВИДНОСТИ ВЫСОКОНАГРУЖЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ВНУТРЕННЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Розроблено математичну модель геометрії циліндричної прямозубої передачі з внутрішнім зацепленням, яка забезпечить підвищену згинну міцність зубців коліс та більш високе значення передаточного числа.

The mathematical model of geometry of cylindrical spur transmission with an internal gearing which will provide heightened bending strength of teeth and a higher value of a reduction rate is developed.

Зубчатые передачи с внутренним эвольвентным зацеплением получили широкое распространение в планетарных передачах, в поворотных механизмах подъемно-транспортных машин, металлорежущих станков и прочего оборудования, причем обладают рядом преимуществ по сравнению с передачами внешнего зацепления. Они имеют повышенный КПД и повышенную нагрузочную способность из условия контактной прочности рабочих поверхностей зубьев [1]. Однако зачастую ограничением допускаемой нагрузки на такие передачи является изгибная прочность зубьев [2]. Поэтому актуальным является повышение изгибной прочности зубьев колес этих передач. Особенно это актуально для планетарных зубчатых передач с малой разностью чисел зубьев колеса с внутренними и колеса с наружными зубьями, когда контактная прочность зубьев значительно выше их изгибной прочности [2]. Кроме того, разность чисел зубьев, непосредственно влияющая на передаточное число, также ограничена в связи с наличием интерференции зубьев [1].

Данная работа посвящена созданию геометрии передачи с внутренним зацеплением с укороченными, в сравнении с эвольвентными, зубьями путем применения колес, зубья одного из которых имеют профили, очерченные дугой окружности.

Рассмотрим зацепление прямозубых зубчатых колес передачи с внутренним зацеплением в торцовом сечении, см. рис., и следующие системы координат:

– $X_1O_1Z_1$ – подвижную систему координат, связанную с колесом с внутренними зубьями (колесом);

– $X_2O_2Z_2$ – подвижную систему координат, связанную с колесом с наружными зубьями (шестерней);

– XOY – неподвижную систему координат.

Пусть профиль зуба колеса (см. рис.) очерчен дугой окружности $\beta-\beta$ с радиусом ρ и центром O' . Тогда в системе координат $X_1O_1Y_1$ уравнение профиля зуба $\beta-\beta$ колеса будет иметь вид

$$\begin{aligned} x_1 &= \rho \cos \alpha; \\ y_1 &= \rho \sin \alpha + a + R_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где α – текущий угол профиля $\beta-\beta$; a – расстояние от центра O' до касательной к начальной окружности колеса; R_1 – радиус начальной окружности колеса с внутренними зубьями.

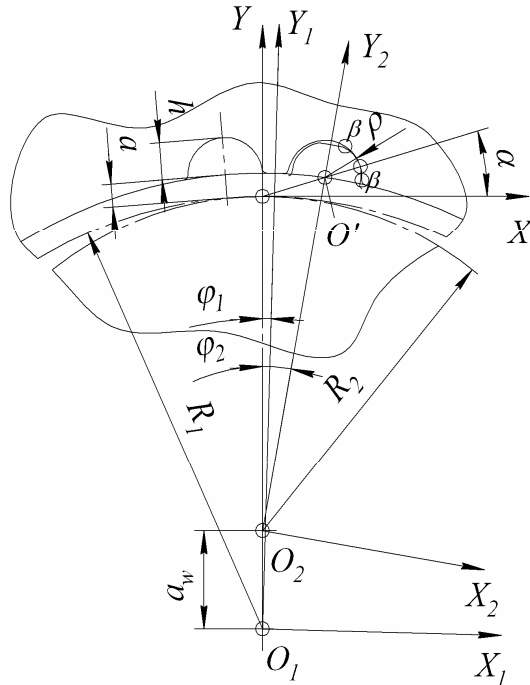


Рис. Схема зацепления колес в торцовом сечении

Профиль зубьев шестерни будет огибающей профиля (1) зубьев колеса. Для определения уравнения этой огибающей воспользуемся кинематическим методом [2], согласно которому уравнение зацепления имеет вид

$$\varepsilon_1 \cdot V^{12} = 0, \quad (2)$$

где ε_1 – орт нормали кривой (1); V^{12} – вектор относительной скорости в зацеплении.

Проекции орта нормали в системе координат $X_1O_1Y_1$ равны

$$e_{x1} = \frac{y_1^\alpha}{n}; \quad e_{y1} = -\frac{x_1^\alpha}{n}, \quad (3)$$

где x_1^α , y_1^α – производные x_1 , y_1 по α ; $n = \sqrt{(x_1^\alpha)^2 + (y_1^\alpha)^2}$ – модуль вектора нормали кривой (1).

Учитывая, что

$$\begin{aligned} x_1^\alpha &= -\rho \sin \alpha; \\ y_1^\alpha &= \rho \cos \alpha, \end{aligned} \quad (4)$$

из соотношений (3) получаем

$$\begin{aligned} e_{x1} &= \cos \alpha, \\ e_{y1} &= \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Проекции вектора относительной скорости в системе координат $X_1O_1Y_1$ равны [3] (при угловой скорости $\omega_1 = 1 \text{ c}^{-1}$)

$$\begin{aligned} V_{x1}^{12} &= -(\rho \sin \alpha + a + R_1)(u - 1) + a_w \cos \varphi_1; \\ V_{y1}^{12} &= \rho(u - 1) \cos \alpha + a_w \sin \varphi_1, \end{aligned} \quad (6)$$

где $u = \frac{R_1}{R_2}$ – передаточное число передачи; $a_w = R_1 - R_2$ – межосевое расстояние.

Тогда уравнение (2) будет иметь вид

$$(R_1 + a) \cos \alpha - R_1 \cos(\alpha + \varphi_1) = 0. \quad (7)$$

В неподвижной системе координат XYZ координаты кривой (2) равны

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \alpha \cos \varphi_1 - (\rho \sin \alpha + a + R_1) \sin \varphi_1; \\ y &= \rho \cos \alpha \sin \varphi_1 + (\rho \sin \alpha + a + R_1) \cos \varphi_1 - R_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Равенства (7) и (8) определяют координаты линии зацепления в торцовой плоскости.

В системе координат $X_2O_2Y_2$ координаты кривой (2) равны [3]

$$\begin{aligned} x_2 &= \rho \cos \alpha \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - (\rho \sin \alpha + a + R_1) \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - a_W \sin \varphi_2; \\ y_2 &= \rho \cos \alpha \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + (\rho \sin \alpha + a + R_1) \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - a_W \cos \varphi_2, \end{aligned} \quad (9)$$

где φ_2 – угол поворота шестерни с нагруженными зубьями.

Равенства (7) и (9) определяют координаты профиля зуба шестерни с наружными зубьями.

Зубья шестерни и колеса могут быть нарезаны по методу обкатки реечным инструментом, координаты профиля зубьев которого определяются соотношениями (8), записанными в системе координат $X_P O_P Y_P$, связанной с рейкой, совместно с уравнением (7)

$$\begin{aligned} x_P &= \rho \cos \alpha \cos \varphi_1 - (\rho \sin \alpha + a + R_1) \sin \varphi_1 - R_1 \varphi_1; \\ y_P &= \rho \cos \alpha \sin \varphi_1 + (\rho \sin \alpha + a + R_1) \cos \varphi_1 - R_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Чтобы воспользоваться результатами работы [3] при определении критериев работоспособности исследуемой передачи, запишем уравнение профиля реечного инструмента с использованием (10) и (7) в виде

$$\begin{aligned} y_p &= f_1 = \rho \sin(\alpha + \varphi_1) + (R_1 + a) \cos \varphi_1 - R_1; \\ x_p &= f_2 = \rho \cos(\alpha + \varphi_1) + (R_1 + a) \sin \varphi_1 - R_1 \varphi_1; \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1}{\sin \varphi_1}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\bar{a} = \frac{a}{R_1}$.

При определении критериев работоспособности необходимо иметь значения первых f'_1 , f'_2 и вторых f''_1 , f''_2 производных функций f_1 и f_2 , например, по φ_1 . Используя (11), получаем

$$\begin{aligned} f'_1 &= \rho \cos(\alpha + \varphi_1) \left(1 + \frac{d\alpha}{d\varphi_1} \right) - (R_1 + a) \sin \varphi_1; \\ f'_2 &= -\rho \sin(\alpha + \varphi_1) \left(1 + \frac{d\alpha}{d\varphi_1} \right) + (R_1 + a) \cos \varphi_1 - R_1; \\ f''_1 &= -\rho \left(1 + \frac{d\alpha}{d\varphi_1} \right)^2 \sin(\alpha + \varphi_1) + \rho \frac{d^2 \alpha}{d\varphi_1^2} \cos(\alpha + \varphi_1) - (R_1 + a) \cos \varphi_1; \\ f''_2 &= -\rho \left(1 + \frac{d\alpha}{d\varphi_1} \right)^2 \cos(\alpha + \varphi_1) - \rho \frac{d^2 \alpha}{d\varphi_1^2} \sin(\alpha + \varphi_1) - (R_1 + a) \sin \varphi_1. \end{aligned} \quad (12)$$

Используя последнее равенство (11) имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{d\varphi_1} &= \frac{(\bar{a} + 1) \cos \varphi_1 - 1}{\sin^2 \varphi_1 + (\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)^2}; \\ \frac{d^2 \alpha}{d\varphi_1^2} &= \frac{-(\bar{a} + 1) \sin \varphi_1 \left[\sin^2 \varphi_1 + (\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)^2 \right]}{\left[\sin^2 \varphi_1 + (\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)^2 \right]^2} - \\ &\quad - \frac{\left[2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 + 2(\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)(-\sin \varphi_1)(\bar{a} + 1) \cos \varphi_1 - 1 \right]}{\left[\sin^2 \varphi_1 + (\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)^2 \right]^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Используя результаты работы [3], запишем значения геометрокинематических критериев рассматриваемой передачи:

– относительная скорость при $\omega_1 = 1 \text{ c}^{-1}$,

$$V^{12} = f_1 \frac{(u+1)}{u} \sqrt{\left(\frac{f'_1}{f'_2} \right)^2 + 1}; \quad (14)$$

– скорость качения поверхностей зубьев колеса с внутренними зубьями при $\omega_1 = 1 \text{ c}^{-1}$,

$$V_1 = \frac{\rho}{\Omega'_2} \left(R_1 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right); \quad (15)$$

– скорость качения поверхностей зубьев шестерни с наружными зубьями при $\omega_1 = 1 \text{ c}^{-1}$,

$$V_2 = \frac{\rho}{\Omega'_2} \left(-R_2 - \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right); \quad (16)$$

– суммарная скорость качения при $\omega_1 = 1 \text{ c}^{-1}$,

$$V_\Sigma = \frac{\rho}{\Omega'_2} \left(2R_1 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \left(1 + \frac{1}{u} \right) \right); \quad (17)$$

– приведенная кривизна профилей зубьев,

$$\chi = \frac{(R_1 - R_2) f'_2 (\Omega'_2)^2}{\left(R_1 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) \left(R_2 - \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) \rho^3}; \quad (18)$$

– удельные скольжения зубьев колеса с внутренними зубьями,

$$\eta_1 = \frac{u-1}{u} \frac{f_1 \Omega'_2}{\left(R_1 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) f'_2}; \quad (19)$$

– удельные скольжения для зубьев шестерни с наружными зубьями,

$$\eta_2 = \frac{u-1}{u} \frac{f_1 \Omega'_2}{\left(R_2 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) f'_2}; \quad (20)$$

– торцовый коэффициент перекрытия,

$$\varepsilon_\alpha = \frac{|\Omega_2(\alpha_2) - \Omega_2(\alpha_1)|}{\pi}; \quad (21)$$

– условие подрезания зубьев шестерни с наружными зубьями

$$\frac{f_1}{f_2} \Omega'_2 + R_2 = 0, \quad (22)$$

где α_1, α_2 – параметры, соответствующие границам поля зацепления, определяемые из соотношений

$$\begin{aligned} R_{a1} &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2}; \\ R_{a2} &= \sqrt{x_2^2 + y_2^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

где R_{a1} и R_{a2} – радиусы вершин зубьев зацепляющихся колес; x_1, y_1, x_2, y_2 – определяются из соотношений (1) и (9), соответственно.

Радиусы вершин зубьев равны

$$\begin{aligned} R_{a1} &= R_1 - h_{a1}; \\ R_{a2} &= R_2 + h_{a2}, \end{aligned} \quad (24)$$

где h_{a1} – высота головки зуба колеса с внутренними зубьями; h_{a2} – высота головки зуба колеса с наружными зубьями.

Высоты головок зубьев определяются из условия обеспечения значения коэффициента перекрытия $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$. При этом высота зуба равна $(0,5...0,6)m$,

что в 3,75...4,5 раза меньше высоты зуба эвольвентной передачи двадцатиградусного зацепления.

Выводы.

1. Получены зависимости для определения геометрокинематических критериев цилиндрической прямозубой передачи с внутренним зацеплением, профили зубьев которой очерчены отрезками дуг окружностей.

2. Применение колес с зубьями меньшей высоты обеспечит существенное повышение изгибной прочности их зубьев.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Кудрявцев В.Н., Кирдяшев Ю.Н., Гинзбург Е.Г. и др. Планетарные передачи. Справочник. – Л., «Машиностроение», 1977. – 536с. 3. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В. Даля. 2006. – 408с.

Поступила в редколлегию 12.05.08