

П.Л. НОСКО, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,
А.И. ПАВЛОВ, канд. техн. наук, **А.В. ЧЕРНИКОВ**, канд. техн. наук, ХНАДУ

ПОСТРОЕНИЕ СОПРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Наведений метод побудови спряженої поверхні зубчатого зацеплення, якщо відома поверхня зуба шестерні. Для запису потрібних формул використовуються рівняння Ейлера-Саварі. Цей метод слід застосовувати для виготовлення інструменту, якщо зубчасті колеса нарізаються методом копіювання.

The method of construction of the interfaced surface of gearing if the surface of a pinion tooth is known is resulted. For record of the necessary formulas equation Ailer-Savari is used. This method should be applied to manufacturing the tool if cogwheels are cut by a method of copying.

Постановка задачи. Зубчатое зацепление считается заданным, если известна образующая поверхность (иногда называют исходным контуром, что является профилем зуба инструментальной рейки) или линия зацепления, или профиль зуба зубчатого колеса с известным числом зубьев. Известны формулы, по которым находится необходимая поверхность [1]. Но в случае, когда известна поверхность зуба зубчатого колеса, для нахождения поверхности зубьев сопряженного колеса такие перестроения очень сложны [2]. Такая задача возникает при обработке зубчатых колес методом копирования.

Цель работы – получить уравнение, описывающее сопряженную поверхность более простым способом и установить свойства этого зацепления.

Вывод уравнения. Обратимся к рис. Пусть задана поверхность $y(x)$ зуба шестерни с осью вращения O_1 . Тогда в точке контакта радиус кривизны этой поверхности C_1K расположен под текущим углом зацепления α_1 (с перпендикуляром к межцентровой линии O_1O_2). Этот угол определяется по формуле $\alpha_1 = \text{arctg} y'(x)$, а радиус кривизны по известной формуле

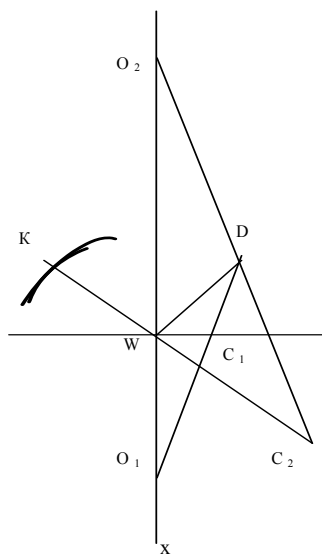


Рис. Построение Бобилье для зацепления с выпукло-вогнутым контактом

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}, \quad (1)$$

где y', y'' – производные функции $y(x)$.

Для нахождения радиуса кривизны сопряженной поверхности воспользуемся уравнением Эйлера-Савари для эволютного зацепления с выпукло-вогнутым контактом в форме

$$\frac{1}{\rho_2 - l} - \frac{1}{\rho_1 - l} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha}, \quad (2)$$

где $R_{1,2}$ – радиусы делительных окружностей зубчатых колес передачи; α – угол зацепления в полюсе передачи; l – полюсное расстояние, определяемое по формуле

$$l = \frac{x}{y'} \sqrt{1 + y'^2}.$$

Тогда

$$\rho_2 = \frac{R_1 R_2 \rho_1 \sin \alpha + (R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha)}{(R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha) + R_1 R_2 \sin \alpha}. \quad (3)$$

Эта формула позволяет определить сопряженную поверхность решением дифференциального уравнения

$$y'' = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{\rho_1}. \quad (4)$$

Коэффициент разновидности зацепления определяется по формуле

$$k = \frac{(\rho_1 - l) R_1 \sin \alpha \cos \alpha_1}{R_1 \sin \alpha + (\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha)}. \quad (5)$$

Для выпукло-вогнутого контакта предельное значение коэффициента разновидности

$$k_0 = R_1 \sin 2\alpha / 4. \quad (6)$$

Для двояковыпуклого контакта, когда $k > k_0$, уравнение Эйлера-Савари имеет вид

$$\frac{1}{\rho_2 - l} + \frac{1}{\rho_1 + l} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha}. \quad (7)$$

Как видим, уравнение (7) отличается от (2) знаками в знаменателе второго слагаемого и в сумме дробей левой части уравнения.

Радиус кривизны сопряженной поверхности в этом случае равен

$$\rho_2 = \frac{R_1 R_2 \rho_1 \sin \alpha + (R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha)}{(R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha) + R_1 R_2 \sin \alpha}. \quad (8)$$

С помощью коэффициента разновидности определяется свойства зацепления и вид контакта. Если коэффициент разновидности имеет постоянное значение, то в зацеплении могут находиться не одна пара зубьев одновременно, что очень важно для силовых передач. Если значение коэффициента разновидности меньше предельного значения, то контакт в зацеплении выпукло-вогнутый, что также немаловажно для силовых передач.

Пример. Пусть известна боковая поверхность зуба одного из колес зубчатой передачи, радиус кривизны которой в полюсе передачи равен ρ . Запишем уравнение (3) в таком виде, разделив числитель и знаменатель на R_1 и заменив отношение радиусов делительных окружностей передаточным числом u :

$$\rho_2 = \frac{R_1(\rho + l) \sin \alpha + (u + 1)\rho l \cos(\alpha_1 - \alpha)}{(u + 1)\rho \cos(\alpha_1 - \alpha) + R_1 \sin \alpha}, \quad (9)$$

где

$$\alpha_1 = \arctg \frac{y' - xy''}{y'^2} \quad (10)$$

и полюсное расстояние

$$l = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (11)$$

Вторая производная функции, описывающей профиль искомой поверхности y'' , представлена в неявном виде. Величина коэффициента разновидности определяется по формуле (5).

Как видим, это не простой способ. Сравнительно проще, если по известным параметрам (угол зацепления в полюсе передачи и коэффициент разновидности) определить профиль зуба инструментальной рейки, а по нему с помощью формул преобразования [3] построить искомый профиль зуба сопряженной шестерни.

Проверка сопряжения в зубчатом зацеплении легко осуществить с помощью графической программы Inventor, которая позволяет произвести анимацию, т.е. увидеть процесс пересопряжения зубьев и обнаружить возможную интерференцию в зацеплении.

Выводы. Предложен метод определения поверхности, сопряженной заданной. Для этого используется уравнение Эйлера-Савари в новой форме.

Определение коэффициента разновидности позволяет судить о зацеплении и виде контакта в нем.

Список литературы. 1. Павлов А.И. Условие сопряжения в зацеплении с выпукло-вогнутым контактом. // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 1999. – Вып. 29. – С.95–97. 2. Павлов А.И. Зацепления с выпукло-вогнутым контактом для силовых зубчатых передач // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 1999. – Вып. 68. – С.49–53. 3. Павлов А.И. До побудови спряжених поверхонь нових зубчастих зачеплень // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Київ. – 1999. – №66. – С.182–185. 4. Павлов А.И. Основное уравнение зацепления в общем виде и его решения // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 1998. – Вып. 25. – С.22–24. 5. Павлов А.И. Особенности зацеплений с выпукло-вогнутым контактом // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков. – 2002. – Вып. 6, том 1. – С.43–45. 6. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Поступила в редколлегию 30.04.08