

**П.Л. НОСКО**, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**А.И. ПАВЛОВ**, канд. техн. наук, **А.В. ЧЕРНИКОВ**, канд. техн. наук, ХНАДУ

### ПОСТРОЕНИЕ СОПРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Наведений метод побудови спряженої поверхні зубчатого зацеплення, якщо відома поверхня зуба шестерні. Для запису потрібних формул використовуються рівняння Ейлера-Саварі. Цей метод слід застосовувати для виготовлення інструменту, якщо зубчасті колеса нарізаються методом копіювання.

The method of construction of the interfaced surface of gearing if the surface of a pinion tooth is known is resulted. For record of the necessary formulas equation Ailer-Savari is used. This method should be applied to manufacturing the tool if cogwheels are cut by a method of copying.

**Постановка задачи.** Зубчатое зацепление считается заданным, если известна образующая поверхность (иногда называют исходным контуром, что является профилем зуба инструментальной рейки) или линия зацепления, или профиль зуба зубчатого колеса с известным числом зубьев. Известны формулы, по которым находится необходимая поверхность [1]. Но в случае, когда известна поверхность зуба зубчатого колеса, для нахождения поверхности зубьев сопряженного колеса такие перестроения очень сложны [2]. Такая задача возникает при обработке зубчатых колес методом копирования.

**Цель работы** – получить уравнение, описывающее сопряженную поверхность более простым способом и установить свойства этого зацепления.

**Вывод уравнения.** Обратимся к рис. Пусть задана поверхность  $y(x)$  зуба шестерни с осью вращения  $O_1$ . Тогда в точке контакта радиус кривизны этой поверхности  $C_1K$  расположен под текущим углом зацепления  $\alpha_1$  (с перпендикуляром к межцентровой линии  $O_1O_2$ ). Этот угол определяется по формуле  $\alpha_1 = \text{arctg} y'(x)$ , а радиус кривизны по известной формуле

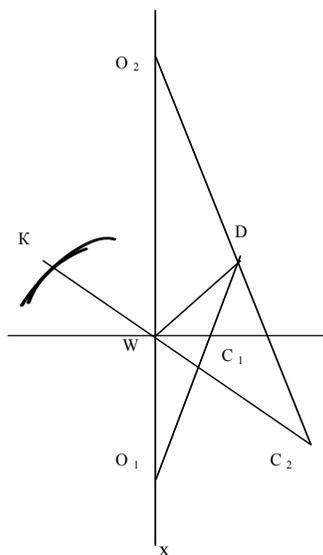


Рис. Построение Бобилье для зацепления с выпукло-вогнутым контактом

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}, \quad (1)$$

где  $y', y''$  – производные функции  $y(x)$ .

Для нахождения радиуса кривизны сопряженной поверхности воспользуемся уравнением Эйлера-Савари для эволютного зацепления с выпукло-вогнутым контактом в форме

$$\frac{1}{\rho_2 - l} - \frac{1}{\rho_1 - l} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha}, \quad (2)$$

где  $R_{1,2}$  – радиусы делительных окружностей зубчатых колес передачи;  $\alpha$  – угол зацепления в полюсе передачи;  $l$  – полюсное расстояние, определяемое по формуле

$$l = \frac{x}{y'} \sqrt{1 + y'^2}.$$

Тогда

$$\rho_2 = \frac{R_1 R_2 \rho_1 \sin \alpha + (R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha)}{(R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha) + R_1 R_2 \sin \alpha}. \quad (3)$$

Эта формула позволяет определить сопряженную поверхность решением дифференциального уравнения

$$y'' = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{\rho_1}. \quad (4)$$

Коэффициент разновидности зацепления определяется по формуле

$$k = \frac{(\rho_1 - l) R_1 \sin \alpha \cos \alpha_1}{R_1 \sin \alpha + (\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha)}. \quad (5)$$

Для выпукло-вогнутого контакта предельное значение коэффициента разновидности

$$k_0 = R_1 \sin 2\alpha / 4. \quad (6)$$

Для двояковыпуклого контакта, когда  $k > k_0$ , уравнение Эйлера-Савари имеет вид

$$\frac{1}{\rho_2 - l} + \frac{1}{\rho_1 + l} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha}. \quad (7)$$

Как видим, уравнение (7) отличается от (2) знаками в знаменателе второго слагаемого и в сумме дробей левой части уравнения.

Радиус кривизны сопряженной поверхности в этом случае равен

$$\rho_2 = \frac{R_1 R_2 \rho_1 \sin \alpha + (R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha)}{(R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha) + R_1 R_2 \sin \alpha}. \quad (8)$$

С помощью коэффициента разновидности определяется свойства зацепления и вид контакта. Если коэффициент разновидности имеет постоянное значение, то в зацеплении могут находиться не одна пара зубьев одновременно, что очень важно для силовых передач. Если значение коэффициента разновидности меньше предельного значения, то контакт в зацеплении выпукло-вогнутый, что также немаловажно для силовых передач.

*Пример.* Пусть известна боковая поверхность зуба одного из колес зубчатой передачи, радиус кривизны которой в полюсе передачи равен  $\rho$ . Запишем уравнение (3) в таком виде, разделив числитель и знаменатель на  $R_1$  и заменив отношение радиусов делительных окружностей передаточным числом  $u$ :

$$\rho_2 = \frac{R_1(\rho + l) \sin \alpha + (u + 1)\rho l \cos(\alpha_1 - \alpha)}{(u + 1)\rho \cos(\alpha_1 - \alpha) + R_1 \sin \alpha}, \quad (9)$$

где

$$\alpha_1 = \arctg \frac{y' - xy''}{y'^2} \quad (10)$$

и полюсное расстояние

$$l = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (11)$$

Вторая производная функции, описывающей профиль искомой поверхности  $y''$ , представлена в неявном виде. Величина коэффициента разновидности определяется по формуле (5).

Как видим, это не простой способ. Сравнительно проще, если по известным параметрам (угол зацепления в полюсе передачи и коэффициент разновидности) определить профиль зуба инструментальной рейки, а по нему с помощью формул преобразования [3] построить искомый профиль зуба сопряженной шестерни.

Проверка сопряжения в зубчатом зацеплении легко осуществить с помощью графической программы Inventor, которая позволяет произвести анимацию, т.е. увидеть процесс пересопряжения зубьев и обнаружить возможную интерференцию в зацеплении.

**Выводы.** Предложен метод определения поверхности, сопряженной заданной. Для этого используется уравнение Эйлера-Савари в новой форме.

Определение коэффициента разновидности позволяет судить о зацеплении и виде контакта в нем.

**Список литературы.** 1. Павлов А.И. Условие сопряжения в зацеплении с выпукло-вогнутым контактом. // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 1999. – Вып. 29. – С.95–97. 2. Павлов А.И. Зацепления с выпукло-вогнутым контактом для силовых зубчатых передач // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 1999. – Вып. 68. – С.49–53. 3. Павлов А.И. До побудови спряжених поверхонь нових зубчастих зачеплень // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Київ. – 1999. – №66. – С.182–185. 4. Павлов А.И. Основное уравнение зацепления в общем виде и его решения // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 1998. – Вып. 25. – С.22–24. 5. Павлов А.И. Особенности зацеплений с выпукло-вогнутым контактом // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков. – 2002. – Вып. 6, том 1. – С.43–45. 6. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Поступила в редколлегию 30.04.08