

С.Н. КАВЕЦКИЙ, аспирант, НТУ “ХПИ”

СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ AI И \overline{AI} СО СВЯЗАННЫМИ И НЕСВЯЗАННЫМИ КОЛЕСАМИ С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

У статті показано можливість синтезу планетарних механізмів AI з незв'язаними колесами і \overline{AI} із зв'язаними колесами. Розглянуто синтез планетарних механізмів AI і \overline{AI} з урахуванням можливих значень кутів зацеплення на етапі проектування. Отримані генеральні рівняння, що враховують параметри геометричного розрахунку зубчатих пар, що входять до складу механізму. Побудована область існування планетарних механізмів AI і \overline{AI} для різних кутів зацеплення пар зв'язаних і незв'язаних коліс.

In the article possibility of synthesis of planetary mechanisms AI is retined with unrelated wheels and \overline{AI} with the interconnected wheels. The synthesis of planetary mechanisms AI is considered and \overline{AI} taking into account the possible values of corners of hooking on the stage of planning. General equalizations, taking into account the parameters of geometrical calculation of toothed pair entering in the complement of mechanism, are got. The area of existence of planetary mechanisms is built AI and \overline{AI} for the different corners of hooking for the pair of the interconnected and unrelated wheels.

Введение. Схемы планетарных механизмов AI и \overline{AI} нашли широкую область применения в машиностроении в составе различных механических устройств. В связи с применением данных схем интересен вопрос о возможности изготовления планетарных механизмов с наперед заданным передаточным отношением, что приводит к вопросу о возможных его значениях. При проведении синтеза механизмов AI и \overline{AI} для разных углов зацепления ступеней пар зубьев связанных и несвязанных колес существенно расширяются возможности по передаточному отношению для этих схем.

Основная часть. Как известно, что для работоспособности планетарного механизма необходимо выполнение следующих условий: соосности, сборки, передаточного отношения и соседства. Так, для схем AI и \overline{AI} планетарных механизмов условие передаточного отношения и сборки имеют вид [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Z_1}{k} \left(1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \right) - \frac{Z_2}{Z_3} Q = P, \quad \text{условие сборки, схема } AI; \\ i_{1H}^4 = 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}, \quad \text{условие передаточного отношения, схема } AI. \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Z_1 + Z_4}{k} = N, \quad \text{условие сборки, схема } \overline{AI}; \\ i_{1H}^4 = 1 + \frac{Z_4}{Z_1}, \quad \text{условие передаточного отношения, схема } \overline{AI}. \end{array} \right. \quad (2)$$

Условие соосности в общем виде с учетом углов зацепления в первой и второй ступенях можно записать, используя [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{Z_1 + Z_2}{Z_4 - Z_3} = t, \quad \text{для схемы } AI, \\ \frac{Z_1 + Z_2}{Z_3 - Z_2} = t, \quad \text{для схемы } \overline{AI}, \end{array} \right. \quad (3)$$

где $\lambda = m_{12}/m_{34}$ – отношение модулей зубчатых колес первой и второй ступеней соответственно.

С учетом параметра x , определяющего отношение чисел зубьев сателлита второй и первой ступеней для схемы AI :

$$x = \frac{Z_2}{Z_3}, \quad (4)$$

и выражения (1) получают генеральные уравнения для чисел зубьев зубчатых колес Z_1 , Z_3 и Z_4 [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = k \frac{P + xQ}{i_{1H}^4}; \quad Z_3 = \frac{Z_2}{x}; \quad Z_4 = Z_1 \frac{i_{1H}^4 - 1}{x}. \end{array} \right. \quad (5)$$

Определим уравнение для определения чисел зубьев колеса Z_2 при выбранной схеме AI . Подставляя выражение для Z_3 и Z_4 в условие соосности (3), получим:

$$\lambda \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 \frac{i_{1H}^4 - 1}{x} - \frac{Z_2}{x}} = t \Rightarrow \lambda(Z_1 + Z_2) = t \cdot \left(Z_1 \frac{i_{1H}^4 - 1}{x} - \frac{Z_2}{x} \right).$$

Выражая Z_2 , получим уравнение:

$$Z_2 = Z_1 \frac{t \cdot i_{1H}^4 - t - \lambda x}{\lambda x + t}. \quad (6)$$

Аналогично для механизма \overline{AI} из выражения (2) получают генеральные уравнения для чисел зубьев зубчатых колес Z_1 и Z_3 [1]:

$$\left\{ Z_1 = k \frac{N}{i_{1H}^3}; Z_3 = Z_1 \cdot (i_{1H}^3 - 1) \right. \quad (7)$$

Определим уравнение для определения чисел зубьев колеса Z_2 при выбранной схеме \overline{AI} . Подставляя выражение для Z_3 в условие соосности (3), получим:

$$\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 \cdot (i_{1H}^3 - 1) - Z_2} = t \Rightarrow Z_1 + Z_2 = t \cdot (Z_1 \cdot (i_{1H}^3 - 1) - Z_2).$$

Выражая Z_2 , получим уравнение:

$$Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^3 - t - 1}{t + 1}. \quad (8)$$

Параметр t можно принимать в пределах $[0,8...1,2]$, в этом случае угол зацепления зубчатой пары первой ступени будет изменяться в пределах $[20^\circ...44^\circ]$ и для второй ступени в пределах $[40^\circ...20^\circ]$ [2].

Рассмотрим, как изменятся системы неравенств, определяющие область существования планетарных механизмов AI и \overline{AI} .

Из уравнений (5), (6) и (7), (8) можно сделать вывод, что генеральные уравнения имеют смысл, если выполнены условия:

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ схема } AI & \bullet \text{ схема } \overline{AI} \\ & \begin{cases} i_{1H}^4 - 1 > 0, \\ i_{1H}^4 - t - x\lambda > 0; \end{cases} & \begin{cases} i_{1H}^3 - 1 > 0, \\ i_{1H}^3 - t - 1 > 0; \end{cases} \end{aligned} \quad (9) \quad (10)$$

Выражая из неравенств (9)-(10) передаточное отношение i_{1H}^4 , получим:

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ схема } AI & \bullet \text{ схема } \overline{AI} \\ & i_{1H}^4 > 1 + \frac{x\lambda}{t} & i_{1H}^3 > 1 + \frac{1}{t} \end{aligned} \quad (11) \quad (12)$$

Определим второе ограничивающее условие для передаточного отношения i_{1H}^4 . Запишем условие соседства сателлитов планетарного механизма:

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ схема } AI & \bullet \text{ схема } \overline{AI} \\ & \begin{cases} (Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_2 + 2, \text{ для } x\lambda > 1, \\ \lambda(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_3 + 2, \text{ для } x\lambda < 1. \end{cases} & (Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_2 + 2. \end{aligned} \quad (13) \quad (14)$$

Используя условие соосности для максимального числа зубьев Z_4, Z_3 при $x\lambda > 1$ и $x\lambda < 1$ и, совершив предельный переход [1], получим:

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ схема } AI & \bullet \text{ схема } \overline{AI} \\ & \begin{cases} i_{1H}^4 < \frac{t + x\lambda}{t - t \sin \frac{\pi}{k}} \text{ для } x\lambda > 1, \\ i_{1H}^4 < \frac{t + x\lambda}{t \left(1 - x\lambda \sin \frac{\pi}{k} \right)} \text{ для } x\lambda < 1; \end{cases} & i_{1H}^3 < \frac{t + 1}{t - t \sin \frac{\pi}{k}} \end{aligned} \quad (15) \quad (16)$$

Полученные неравенства (15-16) дают возможность для каждого выбора параметров $x\lambda$ и t определить пределы возможных передаточных отношений синтезируемого механизма. Неравенства, определяющие пределы изменения передаточного отношения, приведены в таблице.

Таблица.
Системы неравенств, определяющие область существования планетарных механизмов AI и \overline{AI}

Схема механизма	Неравенства, определяющие безусловную область существования при	
	$x\lambda > 1$	$x\lambda < 1$
AI	$1 + \frac{x\lambda}{t} < i_{1H}^4 < \frac{t + x\lambda}{t - t \sin \frac{\pi}{k}}$	$1 + \frac{x\lambda}{t} < i_{1H}^4 < \frac{t + x\lambda}{t \left(1 - x\lambda \sin \frac{\pi}{k} \right)}$
\overline{AI}	$\frac{t + 1}{t} < i_{1H}^3 < \frac{t + 1}{t \left(1 - \sin \frac{\pi}{k} \right)}$	

Общие выводы.

1. Получены генеральные уравнения для синтеза планетарных механизмов AI и \overline{AI} с учетом корректировки углов зацепления для пар связанных и несвязанных зубчатых колес на этапе синтеза механизма.

2. Получены условия для определения пределов возможных передаточных отношений проектируемого механизма для каждого выбора параметров $x\lambda$ и t .

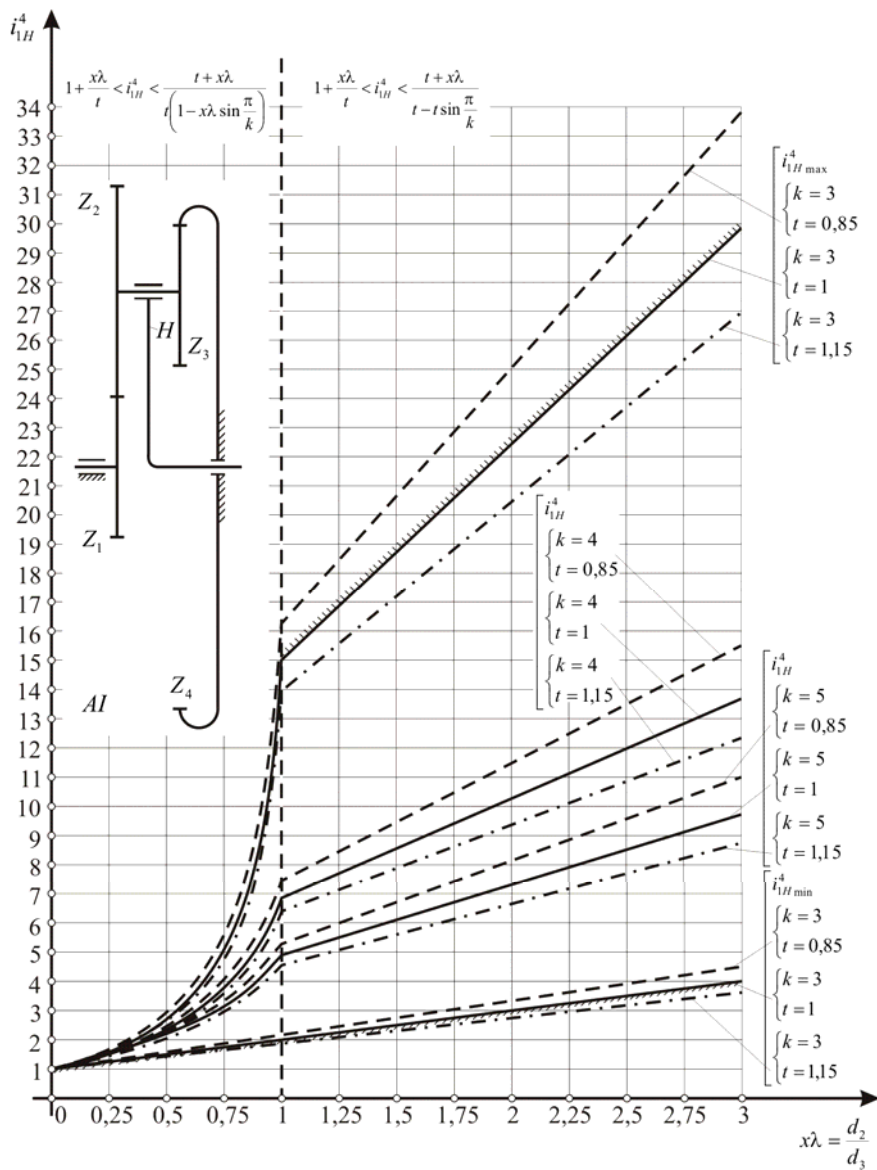


Рис. 1. Область существования механизма AI

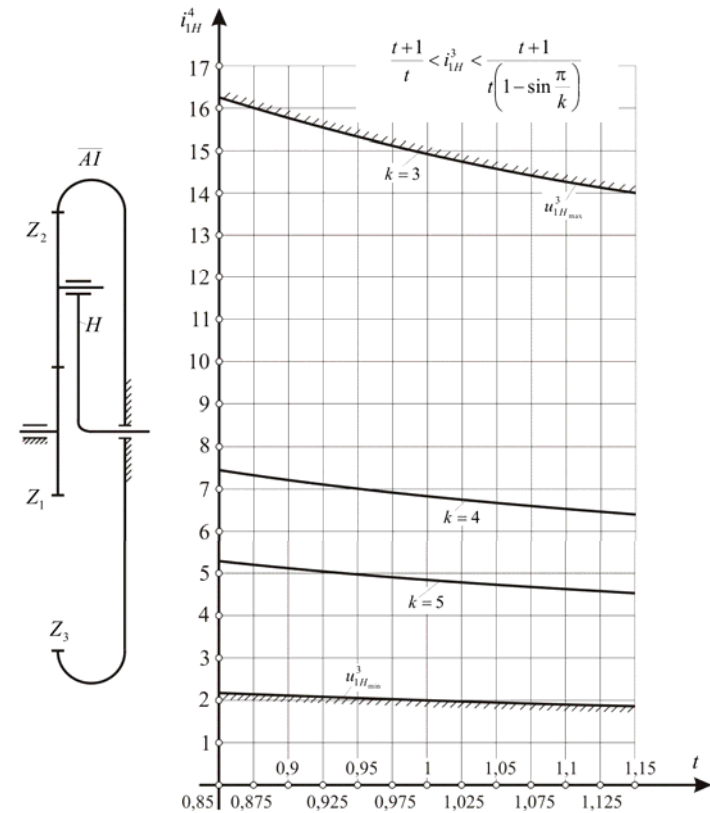


Рис. 2. Область существования механизма \overline{AI}

3. Синтез планетарных механизмов для схем AI и \overline{AI} , проведенный с использованием генеральных уравнений (5), (6), (7) и (8), дает возможность получить дополнительные комбинации чисел зубьев, которые нельзя получить с помощью генеральных уравнений, приведенных в [1].

4. Построенная область существования планетарных механизмов AI и \overline{AI} (рис. 1, 2) дает возможность оценить пределы передаточного отношения в зависимости от выбора параметров синтеза или выбрать их значения.

Список литературы: 1. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446 с. 2. Кавецкий С.Н., Гереш Т.В. Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами. // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – № 2. – 2008. – С.115–120.

Поступила в редколлегию 01.06.08