

УДК 621.83

Б.С. ВОРОНЦОВ, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,
И.А. БОЧАРОВА, асс., ВНУ им. В. Даля,
Д.А. ЧАПЛИНСКИЙ, асп., ВНУ им. В. Даля

УНИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ ПРИ СИНТЕЗЕ ПЕРЕДАЧ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Розглядаються комп'ютерно – графічний і аналітичний способи апроксимації таблично представлених кривих, що описують профіль зубців. Для уніфікації геометрії робочих поверхонь зубців використовуються криві Без'є третього порядку. Отримані результати дозволяють підвищити ефективність систем автоматизованого синтезу й аналізу передач зацепленням.

Computer-aided-drawings and analytical methods of approximation of presented in the tables curves which describes teeth profile have been investigated. To unify geometry of teeth working surfaces Bezie curves of the third power have been used. The obtained results allow for the increase of effectiveness of automate synthesis and analysis of gearing.

Постановка проблемы. Повышение эффективности систем автоматизированного проектирования передач зацеплением в значительной мере зависит от математического ядра, которое заложено в основу этих систем. Поэтому возникает необходимость в выборе таких зависимостей для описания геометрии рабочих поверхностей зубьев, которые наилучшим образом используют возможности современных компьютерных технологий.

Анализ литературы. За последние годы опубликовано большое количество работ, посвященных синтезу передач зацеплением [1, 2, 3]. Результатом синтеза является математическое описание геометрии рабочих поверхностей зубьев производящей поверхности, зубчатых колес, зуборезного инструмента. В зависимости от выбранных методов синтеза и оптимизации, математического аппарата, управляемых параметров получаемые описания геометрии у различных исследователей не имеют единообразия. Это не позволяет унифицировать методику синтеза и оптимизации зубчатых передач.

Цель статьи. Целью данной статьи является разработка способов и методик преобразования геометрии рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес и производящих поверхностей к единой форме математического описания, удобной для использования в системах автоматизированного синтеза и анализа передач зацеплением.


Основная часть. При синтезе передач зацеплением геометрия рабочих поверхностей зубьев может быть представлена в виде различных зависимостей. Если рассмотреть сечение зуба колеса или контур производящей поверхности, то описание кривых может относиться к определенному классу – прямые, дуги окружностей, эвольвенты и т.д., а также может быть представлено в табличной форме в виде набора точек. В общем случае любые зависимости для описания контура можно представить в виде набора точек и выразить их таблично. Однако, в этом случае сложно использовать теорию зубчатых зацеплений для автоматизации синтеза и оптимизации. Для этого желательно использовать аналитически описанные гладкие, дважды дифференцируемые кривые, имеющие минимальное количество управляемых элементов.

Любую кривую, представленную как аналитически, так и таблично, можно аппроксимировать с достаточной степенью точности различного вида сплайнами. В качестве универсального описания предлагаются кривые и поверхности Безье, которые широко используются в системах автоматизированного проектирования и обладают целым рядом свойств, удобных для построения математических моделей управляемого синтеза и оптимизации передач зацеплением. Более подробно использование кривых Безье описано в работах [4, 5].

Рассмотрим два способа аппроксимации кривых, представленных набором точек, с помощью кривых Безье третьего порядка.

Ниже приведен порядок действий при компьютерно – графическом методе. Пример будем выполнять в программном комплексе КОМПАС.

1. Пусть задана кривая, которая описывается координатами X и Y (рис. 1).

2. Выбираем команду *Кривая Безье*  для построения кривой, для этого указываем первую и последнюю точки заданной кривой (опорные точки для кривой Безье, рис. 2).

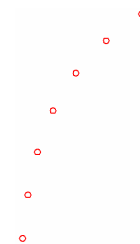


Рис. 1. Кривая, заданная табличными данными X и Y

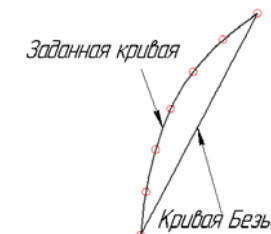
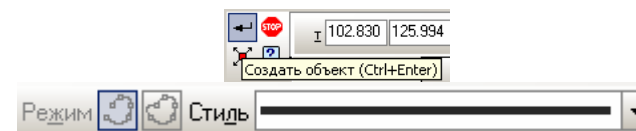


Рис. 2. Построение кривой Безье

Нажимаем кнопку *Создать объект* на панели специального управления.



3. Для аппроксимации кривой необходимо выбрать кривую, для этого нужно щелкнуть по кривой Безье дважды левой кнопкой мыши. Кривая подсветится зеленым цветом, и появятся управляющие точки, изменяя положение которых можно изменять кривую (рис. 3).

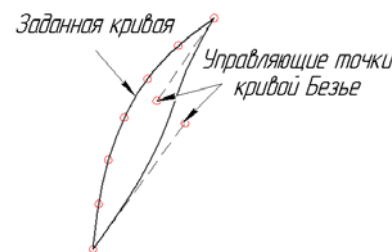


Рис. 3. Управление кривой Безье с помощью управляющих точек

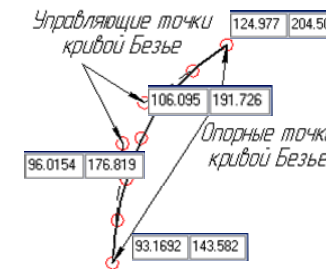


Рис. 4. Результат аппроксимации кривой

Изменяя положение управляющих точек, аппроксимируем представленную кривую (рис. 4).

В результате выполненных действий получаем координаты опорных и управляющих точек кривой, которые в дальнейшем вносятся в соответствующие окна разработанной программы "СИНТЕЗ".

При аналитическом способе аппроксимации необходимо использовать один из алгоритмов оптимизации. Кривую Безье третьего порядка можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_i &= (1 - \lambda_i)^3 x_0 + 3(1 - \lambda_i)^2 \lambda_i x_1 + 3(1 - \lambda_i) \lambda_i^2 x_2 + \lambda_i^3 x_3; \\ y_i &= (1 - \lambda_i)^3 y_0 + 3(1 - \lambda_i)^2 \lambda_i y_1 + 3(1 - \lambda_i) \lambda_i^2 y_2 + \lambda_i^3 y_3, \end{aligned} \quad (1)$$

здесь, x_i, y_i – текущие координаты точек кривой, λ_i – текущий параметр, изменяющийся в пределах $0 \leq \lambda_i \leq 1$, и соответствующий i -й точке кривой, x_0, y_0, x_3, y_3 – координаты начальной P_0 и конечной P_3 опорных точек кривой, x_1, y_1, x_2, y_2 – координаты управляющих точек P_1, P_2 .

При задании кривой табличным способом нам известны координаты точек x_i, y_i . В случае аппроксимации кривой Безье третьего порядка неизвестными являются координаты управляющих точек P_1, P_2 и значения λ_i – соответствующие i -ым точкам кривой. В задаче оптимизации управляемыми параметрами являются координаты управляющих точек. Перебирая значения x_1 и x_2 из первого уравнения системы, определяем значения $\lambda_i = f(x_i, x_1, x_2)$.

Целевую функцию запишем, используя метод наименьших квадратов:

$$S = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \min ,$$

где $\delta_i = y_i - y_{iB} = y_i - \left[(1 - \lambda_i)^3 y_0 + 3(1 - \lambda_i)^2 \lambda_i y_1 + 3(1 - \lambda_i) \lambda_i^2 y_2 + \lambda_i^3 y_3 \right]$ – отклонение текущих значений координат y_{iB} кривой Безье, полученных из второго уравнения системы (1) от заданных табличных значений y_i .

Для определения оптимальных значений координат управляющих точек использовался метод главных осей, разработанный Р.П. Брентом [6] и являющийся одним из лучших среди семейства методов оптимизации, не требующих информации о градиенте функции.

На основании этого метода была разработана программа “Аппроксимация кривыми Безье”, интерфейс которой представлен на рис. 5.

Выводы. В работе рассмотрены компьютерно-графический и аналитический способы аппроксимации таблично представленных профилей кривыми Безье третьего порядка. Это позволяет унифицировать описание геометрии рабочих поверхностей зубьев и представлять их в виде, удобном для использования в системах автоматизированного синтеза и анализа передач зацеплением.

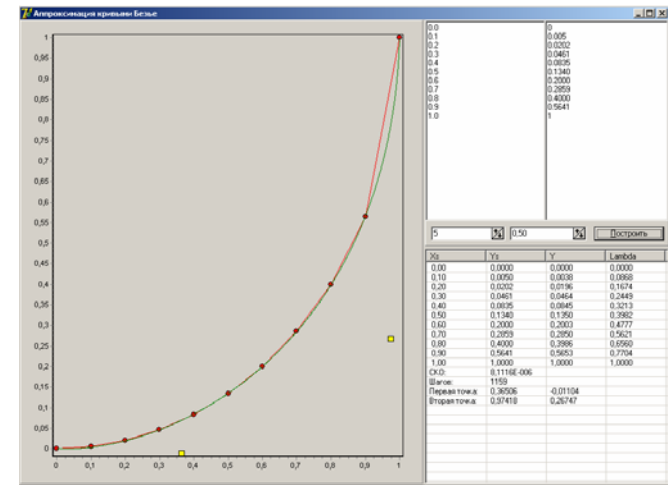


Рис. 5. Интерфейс программы аппроксимации

Список литературы: 1. Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач П.М., Філь П.В. Високо навантажені циліндричні передачі з двоопукло-ввігнутими зубцями // Монографія. – Луганськ: Вид-во СНУ ім. В. Даля, 2005. – 216с. 2. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. Монография. – М.: Изд-во «Станкин», 1999. – 494с. 3. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 4. Бочарова І.А., Воронцов Б.С. Модифікація твірної поверхні з використанням кривої Безье третього порядку // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. – Вип.4, т.30. – Мелітополь: ТДАТА, 2005. – С.116–120. 5. Воронцов Б.С. Интерактивное управление синтезом зубчатых передач // Вестник национального технического университета «ХПИ». // Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Проблемы механического привода». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2005, №40. – С.182–187. 6. Brent R.P. Algorithms for minimization without derivatives. – N.J.: Prentice-Hall. Inc., 1973. – 195p.

Поступила в редколлегию 14.05.08