

отдельно, получаем искомые функции, которые отличаются от первоначальных на 0–14%, что является достаточным признаком технической устойчивости решения. Расчеты по всем координатам сведены в таблицу.

**Список литературы:** 1. Мартынюк А.А. Техническая устойчивость в динамике. – Киев: Техніка, 1973.- 188с. 2. Кириченко А.Ф., Федченко А.В. Математическая модель внутренней динамики цилиндрических передач Новикова ДЛЗ // Проблемы качества и долговечности зубчатых передач и редукторов: Труды международной научно-технической конференции. – Харьков, 1997. – С.102–108.

Поступила в редколлегию 28.04.10

УДК 621.833

**В.П. ШИШОВ**, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, г. Луганск  
**О.А. РЕВЯКИНА**, к.т.н., доцент каф. инженерно-педагогических дисциплин ЛНУ им. Т.Г. Шевченко, г. Луганск  
**П.Н. ТКАЧ**, к.т.н., доцент каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля  
**Ю.А. СКЛЯР**, аспирант каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

### КРИТЕРИИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ РЕЕЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ СО СМЕЩЕНИЕМ РЕЙКИ

Викладено математичну модель визначення геометрично-кінематичних критеріїв працездатності рейкової передачі загального вигляду та рейкової цівкової передачі з ізсувом вихідного контуру.

The mathematical model of definition of the geometric and kinematic criteria of work capacity of rail transmission of a general view and rail sausage filler nozzle transmissions with and shift of an initial head loop is stated.

**Постановка проблемы.** Реечные передачи находят применение в силовых механизмах – в автомобилях, сельскохозяйственных и подъемно-транспортных машинах, прессовом оборудовании, в пищевой промышленности и др. Причем, работоспособность реечных передач существенно влияет на работоспособность оборудования в целом. Поэтому задача повышения нагрузочной способности и долговечности таких передач является актуальной и может быть отнесена к проблеме многокритериальной оптимизации машиностроительных конструкций [1].

**Анализ литературы.** Эвольвентные реечные передачи достаточно изучены. Теория таких передач [2, 3, 4], а также значительный опыт, накопленный в ходе их эксплуатации, позволяют сделать вывод о том, что они достигли своего предела по качественным показателям работоспособности. Подтверждением тому является развитие в последние десятилетия новых видов

реечных передач, в том числе цевочных. Их развитие связано, в значительной мере, с крупногабаритными передачами. В основном они применяются взамен эвольвентных передач [5]. Известны цевочные передачи, в которых цевки рейки зацепляются с эвольвентным зубчатым колесом [6]. Причем, предлагаемое зацепление является приближенным, а поэтому не обеспечивает постоянную скорость движения рейки.

Математическая модель определения геометро-кинематических критериев реечных передач общего вида и реечных цевочных передач без смещения рейки получена в работе [8].

**Цель статьи.** Получить математическую модель реечных передач со смещением рейки.

Рассмотрим зацепление прямозубой рейки общего вида с зубчатым колесом и следующие системы координат (рисунок 1):

- $XYZ$  – неподвижная система координат;
- $X_2Y_2Z_2$  – система координат, связанная с колесом;
- $X_pY_pZ_p$  – система координат, связанная с рейкой.

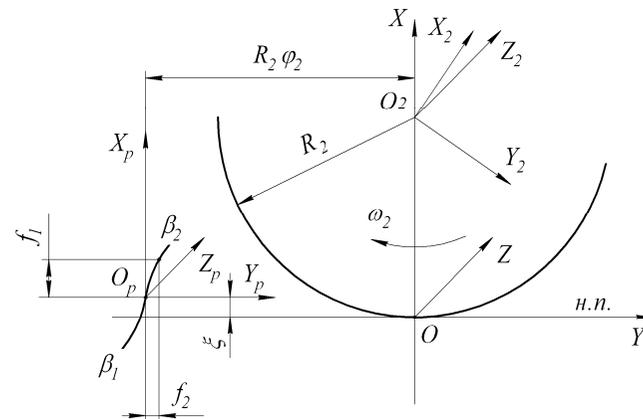


Рисунок 1 – Схема зацепления рейки с колесом со смещением:  
 н.п. – начальная прямая;  $\omega_2$  – угловая скорость колеса;  
 $\varphi_2$  – угол поворота колеса;  $\xi$  – смещение рейки

Профиль зубьев рейки изображен в виде кривой  $\beta_1 - \beta_2$ . Уравнение этой кривой в системе координат  $X_pY_pZ_p$  запишем в виде:

$$\begin{aligned} X_p &= f_1(\lambda); \\ Y_p &= f_2(\lambda); \\ Z_p &= Z_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $f_1(\lambda)$ ,  $f_2(\lambda)$  – произвольные функции;  $\lambda$  – переменный параметр (в дальнейшем  $\lambda$  в обозначениях функций будем опускать);  $Z_0$  – переменный параметр.

Колесо при зацеплении вращается с угловой скоростью  $\omega_2$ , поворачиваясь на угол  $\varphi_2$  (рисунок 1) в указанном стрелкой направлении. Рейка при этом перемещается со скоростью  $V = \omega_2 R_2$  на расстояние  $R_2 \varphi_2$  от оси  $OX$ .

Уравнение поверхностей зубьев прямозубой рейки в неподвижной системе координат  $XYZ$  имеет вид

$$\begin{aligned} X &= f_1 + \xi; \\ Y &= f_2 - R_2 \varphi_2; \\ Z &= Z_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Для такой схемы уравнение зацепления рейки с колесом можно записать в виде [7]

$$F = \frac{1}{n}(\Omega_2 - R_2 \varphi_2) = 0, \quad (3)$$

где  $n = \sqrt{(f'_1)^2 + (f'_2)^2}$ ;  $f'_1$ ,  $f'_2$  – первые производные функций  $f_1$  и  $f_2$  по  $\lambda$ ;

$$\Omega_2 = \frac{(f_1 + \xi)f'_1}{f'_2} + f_2. \quad (4)$$

Уравнение (3) является дополнительным условием связи между параметрами  $\lambda$  и  $\varphi_2$ . Уравнение поверхности зацепления зубчатого колеса и рейки можно записать [7] в неподвижной системе координат  $XYZ$

$$\begin{aligned} X &= f_1 + \xi; \\ Y &= -\frac{(f_1 + \xi)f'_1}{f'_2}; \\ Z &= Z_0. \end{aligned} \quad (5)$$

В этом случае координаты поверхности зубьев колеса имеют значения (в системе координат  $X_2 Y_2 Z_2$ )

$$\begin{aligned} X_2 &= (f_1 + \xi - R_2) \cos \varphi_2 - \Omega_1 \sin \varphi_2; \\ Y_2 &= -(f_1 + \xi - R_2) \sin \varphi_2 - \Omega_1 \cos \varphi_2; \\ Z_2 &= Z_0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\Omega_1 = \frac{(f_1 + \xi)f'_1}{f'_2}$ .

При определении геометро-кинематических критериев будем использовать результаты работы [7].

Скорость скольжения в зацеплении.

$$V^{12} = \omega_2 \sqrt{\Omega_1^2 + (f_1 + \xi)^2}. \quad (7)$$

Проекции этой скорости на оси неподвижной системы координат  $XYZ$  равны

$$V_X^{12} = -\Omega_1 \omega_2; \quad V_Y^{12} = -(f_1 + \xi) \omega_2; \quad V_Z^{12} = 0. \quad (8)$$

Отсюда следует, что скорость скольжения увеличивается при увеличении  $f_1$  и  $\xi$ . Вектор скорости скольжения лежит в торцевой плоскости колес.

Скорости качения сопряженных поверхностей.

В общем случае скорость качения поверхностей зубьев рейки и колеса в направлении вектора скорости скольжения равны

$$\begin{aligned} V_r^{(1)} &= \frac{[(\bar{V}^{12} \bar{r}_1^V)F - (\bar{V}^{12} \bar{r}_1^U)G] \left( \frac{\bar{r}_1^U \bar{a}}{F} \right) - [(\bar{V}^{12} \bar{r}_1^V)E - (\bar{V}^{12} \bar{r}_1^U)F] \left( \frac{\bar{r}_1^V \bar{a}}{F_U} \right)}{[(\bar{V}^{12} \bar{r}_1^V)E - (\bar{V}^{12} \bar{r}_1^U)F] F_V - [(\bar{V}^{12} \bar{r}_1^V)F - (\bar{V}^{12} \bar{r}_1^U)G] F_U} \cdot F_\varphi; \\ V_r^{(2)} &= V_r^{(1)} + (\bar{V}^{12} \bar{a}), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\bar{a}$  – единичный вектор скорости скольжения, равный

$$\bar{a} = \frac{\Omega_1 \omega_2}{V^{12}} \bar{i} + \frac{(f_1 + \xi) \omega_2}{V^{12}} \bar{j} + 0 \cdot \bar{k}. \quad (10)$$

Координаты вектора  $\bar{V}^{12}$  определяются соотношениями (8);  $E$ ,  $F$ ,  $G$  – коэффициенты первой квадратичной формы поверхности (1);  $\bar{r}_1^U$ ,  $\bar{r}_1^V$  – производные вектора с координатами (1) по  $\lambda$  и  $Z_0$ ;  $F_\varphi$ ,  $F_U$ ,  $F_V$  – производные функции (3) по  $\varphi_2$ ,  $\lambda$ ,  $Z_0$ .

Дифференцируя (1), получим

$$\bar{r}_1^U = f'_1 \bar{i} + f'_2 \bar{j} + 0 \cdot \bar{k}; \quad \bar{r}_1^V = 0 \cdot \bar{i} + 0 \cdot \bar{j} + 1 \cdot \bar{k}. \quad (11)$$

Тогда

$$E = \bar{r}_1^U \bar{r}_1^U = (f'_1)^2 + (f'_2)^2; \quad F = \bar{r}_1^U \bar{r}_1^V = 0; \quad G = \bar{r}_1^V \bar{r}_1^V = 1. \quad (12)$$

Дифференцируя (3), имеем

$$F_\varphi = -\frac{R_2}{n}; \quad F_U = \frac{\Omega_2}{n}; \quad F_V = 0. \quad (13)$$

Из соотношений (7), (8), (10) следует,

$$(\bar{V}^{12\bar{a}}) = V^{12}. \quad (14)$$

Тогда из (9) будем иметь с учетом (10)-(14)

$$V_r^{(1)} = -\frac{nR_2}{\Omega'_2} \omega_2; \quad V_r^{(2)} = -\frac{n}{\Omega'_2} \left( R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 \right) \omega_2. \quad (15)$$

Из первого соотношения следует, что скорость качения поверхностей зубьев рейки равна нулю только при  $\Omega'_2 = \infty$ , а скорость качения поверхностей зубьев колеса равна нулю при

$$R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 = 0. \quad (16)$$

В этом случае наблюдается подрезание зубьев.

Суммарная скорость качения при сложении скоростей будет равна

$$V_\Sigma = -\frac{n}{\Omega'_2} \left( 2R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 \right) \omega_2. \quad (17)$$

Эта скорость равна нулю при выполнении равенства

$$2R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 = 0. \quad (18)$$

Приведенная кривизна рабочих поверхностей. Этот критерий определяет контактную прочность зубьев и от него зависят все критерии работоспособности передачи.

Для рассматриваемого зацепления она будет равна

$$\chi = \frac{f'_2 (\Omega'_2)^2}{\left( R_2 - \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) n^3}. \quad (19)$$

Когда знаменатель выражения (19) равен нулю наблюдается перемена знака приведенной кривизны, и наступает подрезание зубьев колеса (см. (16)).

Удельные скольжения. Этот критерий определяет износ и удельную работу сил трения зубьев элементов реечного зацепления.

Для реечного зацепления значения этих критериев равны:

– для зубьев рейки

$$\eta_1 = \frac{V^{12}}{V_r^{(1)}} = -\frac{(f_1 + \xi) \Omega'_2}{f'_2 R_2}; \quad (20)$$

– для зубьев колеса

$$\eta_2 = \frac{V^{12}}{V_r^{(2)}} = -\frac{(f_1 + \xi) \Omega'_2}{f'_2 \left( R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 \right)}. \quad (21)$$

Из (20) и (21) следует, что в реечном зацеплении только на поверхности зубьев колеса возможно появление точек с бесконечным удельным скольжением (исключая  $f'_2 = 0$ ). В полюсе зацепления ( $f_1 + \xi = 0$ ) удельные скольжения равны нулю.

Коэффициент перекрытия. Известно, что этот коэффициент характеризует плавность работы реечного зацепления. Для рассматриваемого зацепления он равен (коэффициент профильного перекрытия)

$$\varepsilon_\lambda = \frac{|\Omega_2(\lambda_2) - \Omega_2(\lambda_1)|}{\pi}, \quad (22)$$

где  $\lambda_2$  – параметр, соответствующий точке  $\beta_2$  (рисунок 1) профиля зуба рейки;  $\lambda_1$  – определяется из соотношения

$$R_{a2}^2 = (f_1 + \xi - R_2)^2 + \Omega_1^2, \quad (23)$$

где  $R_{a2}$  – радиус вершин зубьев колеса.

Применим полученные результаты для получения математической модели цевочной реечной передачи. На рисунке 2 изображена схема цевочной реечной передачи, где системы координат такие же, как на рисунке 1 (здесь  $\lambda = \alpha$ ).

Из рисунка 2 следует (при расположении центра  $O_y$  ниже делительной прямой "д.н.")

$$\begin{aligned} X_p &= f_1 = \rho \sin \alpha - a + \xi; \\ Y_p &= f_2 = b - \rho \cos \alpha; \\ Z_p &= Z_0, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $\rho$  – радиус цевки;  $f_1, f_2$  – координаты профиля цевки в торцовом сечении;  $\alpha$  – текущий угол профиля рейки;  $a, b$  – расстояния оси цевки  $O_y$  до осей  $O_p Y_p$  и  $O_p X_p$ .

Согласно рисунку 1 значения  $a$  и  $b$  равны

$$a = \rho \sin \alpha_n; \quad b = \rho \cos \alpha_n. \quad (25)$$

Здесь  $\alpha_n$  – угол профиля торцового сечения цевки на делительной прямой "д.н."

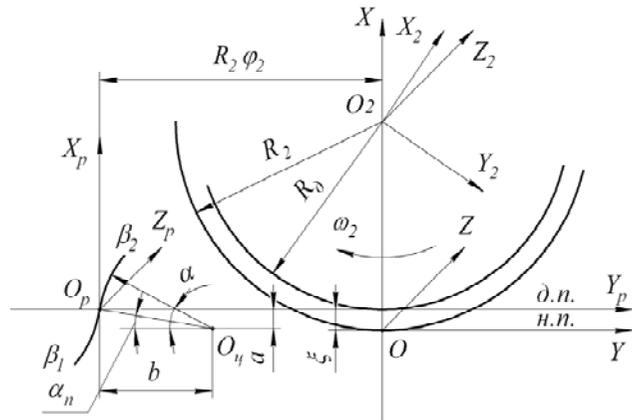


Рисунок 2 – Схема зацепления реечной цевочной передачи:

$R_2$  – радиус начальной окружности,  $R_0$  – радиус делительной окружности,  
д.н. – делительная прямая, н.н. – начальная прямая

С использованием (24) и приведенных выше зависимостей получаем

$$f'_1 = \rho \cos \alpha; \quad f'_2 = \rho \sin \alpha; \quad f''_1 = -\rho \sin \alpha; \quad f''_2 = \rho \cos \alpha; \\ \Omega_1 = (f_1 + \xi) \operatorname{ctg} \alpha; \quad \Omega_2 = \Omega_1 + f_2 = \operatorname{arcctg} \alpha + b; \quad \Omega'_2 = \frac{a}{\sin^2 \alpha}. \quad (26)$$

Геометро-кинематические критерии равны:

– скорость скольжения

$$V^{12} = \frac{(f_1 + \xi)}{\sin \alpha} \omega_2; \quad (27)$$

– скорости качения

$$V_r^{(1)} = -\frac{R_2 \sin^2 \alpha}{\sin \alpha_n} \omega_2; \quad V_r^{(2)} = -\frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha_n} \left( R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right) \omega_2; \\ V_\Sigma = -\frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha_n} \left( 2R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right) \omega_2; \quad (28)$$

– приведенная кривизна

$$\chi = \frac{\left( \frac{\sin \alpha_n}{\sin^2 \alpha} \right)^2 \sin \alpha}{\left( R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right)}; \quad (29)$$

– удельные скольжения

$$\eta_1 = -\frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{R_2 \sin^3 \alpha}; \quad \eta_2 = -\frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\left( R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right)}; \quad (30)$$

– коэффициент перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{a(\operatorname{ctg} \alpha_1 - \operatorname{ctg} \alpha_2)}{\pi}. \quad (31)$$

Значения  $\alpha_1$  определяется из равенства

$$R_{a2}^2 = (f_1 + \xi - R_2)^2 + [(f_1 + \xi) \operatorname{ctg} \alpha_1]^2, \quad (32)$$

а  $\alpha$  – угол профиля цевки в точке  $\beta_2$  (рисунок 2).

### Выводы.

1. Разработана математическая модель реечной передачи общего вида с профилем рейки, очерченным произвольной кривой, и реечной цевочной передачи при смещении рейки.

2. Полученные зависимости могут быть использованы при анализе работоспособности реечных передач общего вида по качественным показателям.

3. Полученные данные можно использовать при синтезе реечных передач по заданным значениям геометрокинематических критериев.

**Список литературы:** 1. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – 2002. – №10(64). – С.26–40. 2. Гавриленко В.А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949 – 399с. 3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 4. Вулгаков Э.В. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с. 5. Сидоренко А.К. Новые виды зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1990. – 128с. 6. Дейниченко В.А., Корольчук А.Н., Воскресенский В.С., Василенко М.С. Создание движителей бесцепных систем подачи очистных комбайнов на базе цевочного зацепления с использованием эвольвентной теории // *Вісник НТУ "ХПІ"*. – Харків: НТУ "ХПІ", 2007. – №21. – С.52–60. 7. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В.Даля. 2006. – 408с. 8. Шишов В.П., Ревакина О.А., Ткач П.Н., Скляр Ю.А. Критерии работоспособности реечной передачи // *Вісник СНУ ім. В.Даля*. – 2008. – №3(121). – С.228–234.

Поступила в редколлегию 21.04.10