УДК 62-23+519.863

О.В. БОНДАРЕНКО, аспірант каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м. Харків
О.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ"

ОПТИМІЗАЦІЯ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМАЛЬНОЇ МІЖОСЬОВОЇ ВІДСТАНІ МЕТОДОМ ЛПτ-ПОШУКУ

Запропоновано вирішувати задачу оптимізації тривальних коробок передач за допомогою метода зондування *n*-вимірних паралелепіпедів. У якості пробних беруться точки за закономірністю ЛПτ-послідовності.

Solving of optimization problem three-shaft gearboxes by means of n-dimensional parallelepipeds sounding method is offered. Test points undertake on law LPτ-sequences.

Актуальність задачі. Сучасне транспортне машинобудування висуває все більш жорсткі вимоги за масогабаритними характеристиками до приводів машин і, отже, до такого їх елементу, як коробки передач. Введення математичного апарату оптимізації у процес проектування дозволяє швидко та ефективно знаходити найраціональніші рішення. Але питання стає не тільки у тому, щоб сформулювати постановку задачі, а й в знаходженні методу для її розв’язання. Кожна оптимізаційна задача є винятковою, тому не кожен з існуючого різноманіття метод може бути використаний. В деяких випадках необхідно використовувати комбінації методів, чи навіть розробляти власні методи та алгоритми. Все це залежить від кількості параметрів проектування, виду цільової функції, переліку обмежень, які накладено на параметри. Тому розробка алгоритму рішення задачі оптимізації коробок передач є актуальною.

Постановка задачі. Найбільше розповсюдженими у трансмісіях транспортних засобів (наприклад, автомобілів) отримали КП, виконані за тривальною схемою [1]. Оптимізація коробок передач [2-4], як і кожна оптимізаційна задача [5], по-перше, потребує виділити ряд **параметрів проектування**. Для коробок передач, виконаних за тривальною схемою (рисунок 1), було прийнято наступний ряд параметрів проектування [2]:

m_q – відповідні модулі пар зубчастих коліс;

$z_{q,k}$ – відповідні числа зубців коліс, k – номер колеса у зачеплені (k=1 – ведуче колесо, k=2 – ведене колесо);

β_q – відповідні кути нахилу зубців зубчастих коліс;

ψ_{bd1} – коефіцієнт ширини вінця 1-го зубчастого зачеплення (постійного зачеплення), прийнято у якості базового, і у відповідності з яким обчислюються коефіцієнти ширини вінців інших зубчастих зачеплень.

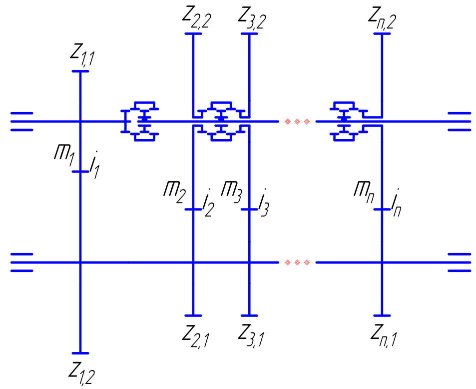

Рисунок 1 – Схема тривальної КП:
i_q – передаточні числа пар зубчастих коліс; q – номер зубчастих зачеплень у коробці передач (q=1..n, n – кількість зачеплень, n=m+1, m – кількість непрямих передач); i_1 – передаточне число зубчастих коліс постійного зачеплення

Наступним кроком необхідно сформулювати **цільову функцію**. У даному випадку розглянемо такий характеристичний критерій як міжосьова відстань, бо вона є одним з головних габаритних розмірів для коробок передач.

Міжосьові відстані для зубчастих зачеплень при вказаних вище змінних проектування будуть дорівнювати (розглядається випадок, коли коефіцієнти зміщення шестерні та колеса дорівнюють нулю: $x_1 = x_2 = 0$ [6]):

$$a_{wq} = 0.5 \cdot m_q \cdot (z_{q,1} + z_{q,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_q)} . \quad (1)$$

Тепер запишемо цільову функцію як суму цих міжосьових відстаней:

$$F_a = \sum_{q=1}^{n} a_{wq} = \sum_{q=1}^{n} 0.5 \cdot m_q \cdot (z_{q,1} + z_{q,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_q)} . \qquad (2)$$
$$F_a \to \min.$$

Такий вигляд цільової функції дає змогу зменшити суму міжосьових відстаней усіх зачеплень коробки передач, а при наявності деяких умов (наприклад, умова рівності міжосьових відстаней зубчастих зачеплень КП між собою) зберегти конструктивне розташування зубчастих зачеплень у КП.

Останнім кроком сформулюємо **обмеження на змінні проектування**:

1) Для тривальної коробки передач, з урахуванням співвісності вхідного та вихідного валів, *міжосьові відстані зачеплень повинні бути рівні між собою*, тобто:

$$0.5 \cdot m_1 \cdot (z_{1,1} + z_{1,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_1)} = 0.5 \cdot m_2 \cdot (z_{2,1} + z_{2,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_2)} = \ldots$$
$$\ldots = 0.5 \cdot m_n \cdot (z_{n,1} + z_{n,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_n)} . \qquad (3)$$

2) *Зубці зубчастих коліс повинні мати необхідну контактну витривалість*. При співставленні розрахованого (σ_{Hq}) контактного напруження та контактного напруження, що допускається (σ_{HPq}), повинна виконуватися умова:

$$\sigma_{Hq} \le \sigma_{HPq} . \tag{4}$$

3) *Зубці зубчастих коліс повинні мати необхідну згінну міцність*. При співставленні розрахованого ($\sigma_{Fq,k}$) напруження згину та напруження, що допускається ($\sigma_{FPq,k}$), повинна виконуватися умова:

$$\sigma_{Fq,k} \le \sigma_{FPq,k} . \tag{5}$$

4) Модуль зубців є основним параметром зубчастого зачеплення. *Модулі обмежені* верхнім та нижнім значенням:

$$m_{\min} \le m_q \le m_{\max} . \tag{6}$$

5) *Числа зубців зубчастих коліс обмежені* верхнім та нижнім значенням з міркувань технології виготовлення:

$$z_{\min} \le z_i \le z_{\max} . \tag{7}$$

6) З вимоги габаритного співвідношення зубчастих коліс *передаточні числа не повинні перевищувати* певне значення, приймемо $i_{\max}$ =5, тоді маємо:

$$i_q = \frac{z_{q,2}}{z_{q,1}} \le 5 . \tag{8}$$

7) *Співвідношення чисел зубців повинні приблизно забезпечувати задані передаточні числа* коробки передач:

$$\frac{z_{1,2}}{z_{1,1}} \cdot \frac{z_{2,2}}{z_{2,1}} \approx i_{КП1} , \ \frac{z_{1,2}}{z_{1,1}} \cdot \frac{z_{3,2}}{z_{3,1}} \approx i_{КП2} , \ldots, \ \frac{z_{1,2}}{z_{1,1}} \cdot \frac{z_{n,2}}{z_{n,1}} \approx i_{КПn} . \tag{9}$$

8) *Кути нахилу зубців зубчастих коліс* повинні бути у межах від $\beta_{\min}$ до $\beta_{\max}$:

$$\beta_{\min} \le \beta_q \le \beta_{\max} . \tag{10}$$

$\beta_{\min}$ визначається порогом, нижче котрого косозубцеве зачеплення практично не має переваг перед прямозубцевим, $\beta_{\max}$ – з умови допустимих осьових навантажень на підшипники.

9) *Коефіцієнт ширини вінця 1-го зубчастого зачеплення* повинен бути у межах від $\psi_{bd1_{\min}}$ до $\psi_{bd1_{\max}}$:

$$\psi_{bd1_{\min}} \le \psi_{bd1} \le \psi_{bd1_{\max}} . \tag{11}$$

10) *Функціональне обмеження для знаходження коефіцієнтів ширин зубчастих вінців* $\psi_{bd2} \ldots \psi_{bd5}$ виразимо з умови рівності міжосьових відстаней відповідних зачеплень(2-5), які вираховуються з умови контактної міцності, міжосьовій відстані першого зачеплення:

$$a_q = (i_q + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{500 T_{1q} \cdot K_{Hq}}{\psi_{baq}} \cdot \left(\frac{Z_{Eq} Z_{Hq} Z_{\varepsilon q}}{i_q \cdot [\sigma_{Hq}]} \right)^2} ;$$

$$\psi_{baq*} = \frac{K_{Hq*} \cdot \psi_{ba1} \cdot Z_{Eq*}^2 \cdot Z_{Hq*}^2 \cdot [\sigma_{H1}]^2 \cdot Z_{\varepsilon q*}^2 \cdot z_{12}^2 \cdot z_{q*1} \cdot (i_{q*} + 1)^3}{K_{H1} \cdot Z_{E1}^2 \cdot Z_{H1}^2 \cdot [\sigma_{Hq*}]^2 \cdot Z_{\varepsilon 1}^2 \cdot z_{11}^2 \cdot z_{q*2} \cdot (i_1 + 1)^3} . \tag{12}$$

$$q* = 2 \ldots 5 .$$

Шляхи рішення задачі. На сьогоднішній день існує велика кількість шляхів розв’язання оптимізаційних задач. З усього різноманіття було обрано метод зондування простору параметрів, де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки ЛПτ-послідовності.

Використання цього методу обумовлено тим, що одночасно можливо оцінити максимуми та мінімуми декількох функцій, що задані в одиничному багатомірному кубі; бо це можливо зробити за одними й тими ж точками. І по-друге, можливість рішення задач, у яких для пошуку глобального екстремуму багатоекстремальної функції використовують локальні методи пошуку (початкові точки повинні бути рівномірно розподілені в одиничному багатомірному кубі).

Досить вагомим аргументом є те, що ЛПτ-послідовності – це найкращі серед відомих у сучасний час рівномірно розподілені послідовності.

Доцільно привести деякі **теоретичні викладки** [7] стосовно рівномірно розподілених послідовностей.

Одиничний *n*-мірний куб K^n , що складається з точок P, які мають декартові координати $x_1, \ldots, x_n$, $P = (x_1, \ldots, x_n)$, що задовольняють нерівностям $0 \le x_j \le 1$ при $j = 1, 2, \ldots, n$.

Оберемо в K^n довільний *n*-мірний паралелепіпед П. Позначимо через $S_N(П)$ кількість точок P_i з номерами $1 \le i \le N$, що належать П.

Послідовність точок $P_1, \ldots, P_i, \ldots$ має назву рівномірно розподіленої в K^n , якщо для будь-якого П

$$\lim_{N \to \infty} \frac{S_N(П)}{N} = V_П , \tag{13}$$

де $V_П$ – об’єм (*n*-мірний) паралелепіпеда П.

Якщо точки Q_i з декартовими координатами $\left(q_{i,1},...,q_{i,n}\right)$ є рівномірно розподіленою послідовністю в K^n, то точки A_i з декартовими координатами $\left(\alpha_{i,1},...,\alpha_{i,n}\right)$, де при $j = 1,2,...,n$

$$\alpha_{i,j} = a_j + \left(b_j - a_j\right) \cdot q_{i,j}, \tag{14}$$

є рівномірно розподіленою послідовністю в паралелепіпеді П, що складається з точок $\left(\alpha_1,...,\alpha_n\right)$, координати яких задовольняють нерівностям $a_j \le \alpha_j \le b_j$.

Декартові координати $q_{i,j}$ для **ЛПτ-послідовності** обчислюються за арифметичним алгоритмом. Цей алгоритм базується безпосередньо на розрахунках за таблицею чисельників $r_j^{(l)}$. За заданим номером точки *i* обчислюємо верхню границю суми $m = 1 + \left[\ln i / \ln 2\right]$, а потім для кожного параметру *j* (*j*=1,2,…,*n*) обчислюємо координату:

$$q_{i,j} = \sum_{k=1}^{m} 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^{m} \left[2\left\{ i^{-l} \right\} \right] \cdot \left[2\left\{ r_j^{(l)} 2^{k-1-l} \right\} \right] \right\}, \tag{15}$$

де $[z]$ – ціла частина, а $\{z\}$ – дрібна частина числа Z.

Алгоритм рішення задачі оптимізації. Рішення задачі проводиться шляхом зондування 21-вимірного паралелепіпеду. Точки для зондування обираються за законом ЛПτ-рівномірно розподіленої послідовності. Схема оптимізаційного алгоритму приведена на рисунку 2.

Першим етапом у алгоритмі є генерування ЛПτ послідовності, тобто пошук координат точок для зондування 21-вимірного паралелепіпеду.

Координати точок знаходяться за формулою 14. Для нашого випадку (розглядається коробка, що має п’ять передач):

$$\begin{gathered} m_{1i,1} = m_{1\min 1} + \left(m_{1\max 1} - m_{1\min 1}\right) \cdot q_{i,1}, \ldots, m_{5i,5} = m_{5\min 5} + \left(m_{5\max 5} - m_{5\min 5}\right) \cdot q_{i,5}; \\ z_{1,1i,6} = z_{1,1\min 6} + \left(z_{1,1\max 6} - z_{1,1\min 6}\right) \cdot q_{i,6}, \ldots, z_{5,2i,15} = z_{5,2\min 15} + \left(z_{5,2\max 15} - z_{5,2\min 15}\right) \cdot q_{i,15}; \\ \beta_{1i,16} = \beta_{1\min 16} + \left(\beta_{1\max 16} - \beta_{1\min 16}\right) \cdot q_{i,16}, \ldots, \beta_{5i,20} = \beta_{5\min 20} + \left(\beta_{5\max 20} - \beta_{5\min 20}\right) \cdot q_{i,20}; \\ \psi_{bd1i,21} = \psi_{bd1\min 21} + \left(\psi_{bd\max 21} - \psi_{bd\min 21}\right) \cdot q_{i,21}. \end{gathered} \tag{14}$$

Попередньо знаходимо для кожної *i*-ї точки верхню границю m та чисельники $r_j^{(l)}$.

Кількість пробних точок проектувальник задає самостійно, але з (13) зрозуміло, що воно має бути максимальним, зважаючи на потужності ЕОМ.

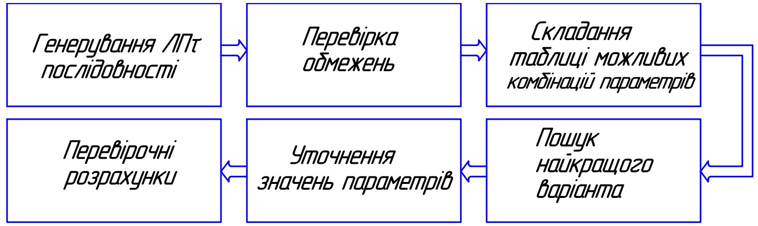

Рисунок 2

Другим етапом у алгоритмі є перевірка обмежень (3, 4, 5, 8, 9) на отримані параметри. Перевірка здійснюється саме у вказаній послідовності (рисунок 3). Якщо тільки пробна точка не задовольняє обмеженню, то вона негайно відсіюється від подальших розрахунків, і на перевірку береться наступна пробна точка. Таким чином проходять перебір усі пробні точки. Ця послідовність дозволяє вчасно відсіяти “непридатні" точки, і тим самим скоротити час машинних розрахунків.

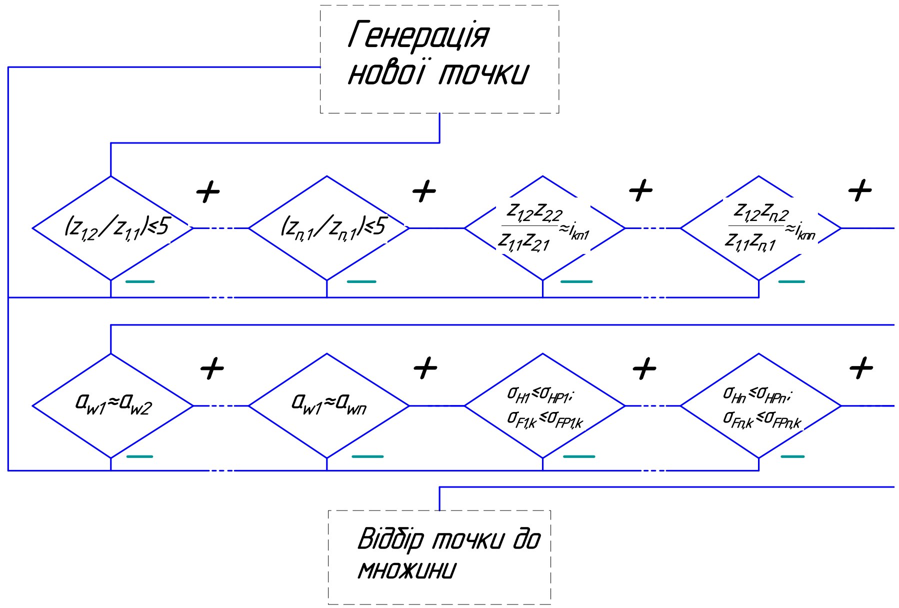

Рисунок 3. Алгоритм перевірки умов

Приблизність рівності умови 9 характеризується можливою наявністю похибки, максимально допустиме значення якої визначає проектувальник.

Умова 3 в алгоритмі характеризується тим, що міжосьові відстані зачеплень 2…*n* порівнюються з міжосьовою відстанню 1-го зачеплення. Приблизна рівність також обумовлена можливістю наявності похибки.

З точок, що пройшли перевірку, складається множина, що задовольняє умовам проектування – це наступний етап. На цьому етапі розраховують для кожної точки значення цільової функції (2).

Пошук найкращого варіанту здійснюється методом сортування множини точок за значенням цільової функції, при мінімальному значенні цільової функції маємо найкращу комбінацію параметрів проектування. Сортування здійснюється методом вставки [8], де на i-му етапі "вставляємо" i-й елемент $A[i]$ у потрібну позицію серед елементів $A[1], A[2], ..., A[i-1]$, які вже впорядковані. Після цієї вставки перші i елементів будуть впорядковані.

Передостаннім етапом є уточнення значень параметрів. Він обумовлений тим, що при генеруванні ЛПτ послідовності значення параметрів є дрібними, а такі параметри, як числа зубців, повинні приймати цілі значення. Модулі зачеплень також повинні приймати стандартні значення. Таким чином, проектувальнику необхідно прийняти найближчі до отриманих з попереднього етапу значення і у відповідності до отриманої міжосьової відстані уточнити значення кутів нахилу зубців коліс.

На останньому етапі, з урахуванням уточнених значень параметрів, необхідно зробити потрібні перевірочні розрахунки деталей коробки передач.

Висновок. Запропоновано вирішувати задачу оптимізації тривальних коробок передач за допомогою метода зондування n-вимірних паралелепіпедів. У якості пробних беруться точки за закономірністю ЛПτ-послідовності. Це дозволяє досить швидко досліджувати характер поверхні цільової функції та знаходити оптимально-раціональні рішення.

Список літератури: **1.** *Дымшиц И.И.* Коробки передач. – М.: Машгиз, 1960. – 360с. **2.** *Бондаренко А.В.* Оптимизация трехвальных коробок передач по критерию минимального межосевого расстояния / Алексей Бондаренко, Александр Устиненко // Вісник Національного Політехнічного Інституту "Харківський Політехнічний Інститут": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – №28. – С.110–115. **3.** *Бондаренко О.В.* Критерії та шляхи оптимізації тривальних коробок передач / Бондаренко Олексій, Устиненко Олександр // Вісник Національного Політехнічного Інституту "Харківський Політехнічний Інститут: Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Машинознавство та САПР". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.14–18. **4.** *Иосилевич Г.Б.* Детали машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с.**5.** *Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.* Оптимизация в технике: Пер. с англ. – М.: Мир 1986. – Т.1. – 349с. **6.** Расчет и проектирование зубчатых редукторов: Справочник / *В.Н. Кудрявцев, И.С. Кузьмин, А.Л. Филипенков*; Под общ.ред. В.Н. Кудрявцева. – СПб.: Политехника, 1993. – 448 с. **7.** *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 107с. **8.** *Ахо, Альфред, В., Хопкрофт, Джон, Ульман, Джеффри, Д.* Структуры данных и алгоритмы: Пер. с англ. Уч. пос. – М.: Вильямс, 2000. – 384с.

Надійшла до редколегії 31.05.10

УДК 621.833.1.001.2

О.Е. ВАСИЛЬЄВА, к.т.н., доцент каф. ПАРТ Львівського ДУ БЖД

БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОРПУСІВ ЦИЛІНДРИЧНИХ РЕДУКТОРІВ

Рассмотрена методология оптимизации и синтеза конструктивных элементов корпусов цилиндрических редукторов в процессе их проектирования с использованием математических моделей, которые связаны с прочностью, жесткостью и размерами элементов, которые входят в состав передачи.

Methodology of optimization and synthesis of structural elements of corps of the cylinder gearings is considered in the process of their planning with the use of mathematical models, which are related to durability, inflexibility and sizes of elements, that enters in the complement of transmission.

Сучасний стан проблеми. Основною проблемою сучасного машинобудування є забезпечення згідно із службовим призначенням обґрунтованого вибору оптимальної структури та параметрів запроектованої конструкції. Важливим і відповідальним етапом проектування, виготовлення та експлуатації будь-якої конструкції є початковий етап, на якому розробляються принципові схеми, ескізні проекти та вибирається оптимальний варіант, тобто виконується синтез конструктивного рішення. Ефективність цих рішень впливає на собівартість розробленої конструкції виробу та її експлуатаційні показники.

Проблемами структурного синтезу та параметричної оптимізації різних конструкцій займалися відомі вчені І.І. Артоболевський, М.Д. Генкін, Є.М. Герасимов, А.Ф. Кіріченко, П.Л. Носко, Б.І. Кіндрацький та багато інших. Результати їх робіт дозволили впровадити в машинобудівну галузь промисловості різні методи оптимізації та синтезу машинобудівних конструкцій.

Стосовно зубчастих передач питаннями оптимізації та синтезу конструктивних рішень, а також розробленням різних методів синтезу в цьому напрямку, займалися К.І. Заблонський [1], А.Ф. Кіріченко [2], Шишов В.П. [3, 4], Утутов М.Л. [5] та інші. Але розроблені методи стосуються лише окремих елементів зубчастих коліс передачі. Тому була поставлена задача розробити таку методологію, яка б дозволила синтезувати конструктивні елементи корпусів циліндричної зубчастої передачі.

Мета роботи. На підставі результатів теоретичних і експериментальних досліджень розробити оптимізаційні багатокритеріальні математичні моделі синтезу конструктивних елементів корпусів циліндричної зубчастої передачі.

Розглянемо розв'язання цього питання на прикладі синтезу конструктивних елементів корпусу одноступеневого редуктора циліндричної зубчастої передачі.

Вибір критеріїв оптимізації основних конструктивних елементів корпусу. Багатокритеріальні оптимізаційні задачі в залежності від того, в якому вигляді виявляється дія різних критеріїв, поділяються на п'ять класів [6]. Для