

Н.В. НИЖНИК, к.т.н., Севастопольский национальный университет ядерной энергии и промышленности (СНУЯЭиП)

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСМИССИЙ МАШИН С УЧЕТОМ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ МАССЫ ВАЛОВ

Виконано дослідження крутих коливань у лінії приводу прокатного стана, як системи з розподіленими параметрами. Визначено залежності кутів повертань поперечних перерізів валу і крутного моменту у часі захвату металу валками та уздовж шпинделя, що характеризує вимушені та власні коливання головної лінії.

It has been carried out a research of torsional oscillations of the rolling mill drive train as a system with the distributed parameters. It was determined a function of the cross sections deformation angles and torsional torques in time and along the spindle length, which characterizes the forced and natural oscillations of the drive train.

Введение. Одним из наиболее важных вопросов при совершенствовании существующих и разработке новых трансмиссий является расчет нагрузок в нестационарных режимах работы. В практике мирового и отечественного динамического моделирования различных машин в основном используются расчетные модели с сосредоточенными (дискретными) массами и жесткостями либо конечно-элементные модели. При проведении динамического анализа и составлении аналитических моделей крутильных колебаний принимается один из известных способов приведения масс и жесткости валов [1-3], который полностью определяет точность расчетных величин. Наиболее распространенной в динамических расчетах является поправка Релея [4], которая учитывает 1/3 момента инерции вала, что обоснованно лишь при значительном превышении сосредоточенной массы (например, редуктора или двигателя) массы вала. Такое допущение неприемлемо для протяженных трансмиссий прокатных станов, судов и других технологических линий, где масса валов или шпинделей соизмерима с массой дискретных элементов приводов.

Постановка проблемы. При приведении масс и жесткостей валов используют метод последовательного исключения высших форм колебаний, который позволяет получить приемлемую точность низшей частоты колебаний, но требует знания полного спектра частот, что возможно только на основании решения волнового уравнения движения системы с распределенными параметрами (континуальные свойства). Замена участка или целого вала упругой связью лишенной массы исключает возможность оценить характер изменения нагрузки по его длине, и не позволяет оценить динамические составляющие нагрузок в элементах шпиндельного соединения. Кроме того, погрешность в определении частоты низшего тона приводит к увеличению погрешности в определении нагрузок, что в свою очередь приводит к увеличению массы проекти-

руемого оборудования [5]. Для сохранения необходимой точности авторы в работе [3] рекомендуют брать не менее 5 масс, однако решение уравнений движения многомассовой системы в этом случае может быть сложнее, чем решение волнового уравнения движения системы с распределенными параметрами.

Цель исследования. В настоящей работе произведен динамический анализ главной линии прокатного стана как системы с распределенными параметрами. Такая расчетная схема используется не впервые [6] при определении спектра частот. Однако, расчет динамических нагрузок в системах с распределенными параметрами стал возможен лишь в настоящее время с применением методики анализа свойств собственных функций и получения весовой функции для систем с наличием в расчетной схеме кроме распределенных масс и сосредоточенных, предложенная в работах [7, 8].

Методы решения. Динамическая система трансмиссии представлена рядной линейной (без зазоров) дискретно-континуальной расчетной схемой. Аналитическое исследование нестационарных режимов системы осуществлялось путем решения волнового уравнения методом Фурье. С целью поиска решения волнового уравнения дискретно-континуальных систем необходимо добиться условия ортогональности собственных функций. Данный этап является наиболее трудоемким для дискретно-континуальных систем, и это обстоятельство послужило препятствием для развития такого подхода к динамическим моделям. Доказано, что собственные функции не ортогональны для дискретно-континуальных систем, это обусловлено наличием в расчетной схеме сосредоточенных масс, однако собственные функции являются ортогональными с весом. Определены весовая функция и квадрат нормы собственных функций для шпинделя и вала двигателя. Расчетные значения собственных частот и динамических моментов, полученные с помощью дискретно-континуальной модели, сопоставлялись с результатами дискретного моделирования и конечно-элементного расчета.

Расчетная схема модели. Трансмиссия представляет собой три сосредоточенные вращающиеся массы, соединенные между собой посредством упругих валов с распределенными осевыми моментами инерции (см. рисунок 1). Сосредоточенные массы имеют следующие моменты инерции: J_{Σ} – момент инерции рабочего органа, приведенного к продольной оси шпинделя с шарниром шпинделя, J_{Π} – момент инерции шарнира со стороны привода и приведенной к нему соединительной муфты, $J_{дв}$ – момент инерции ротора двигателя. Введены также следующие обозначения: i_b – погонный осевой момент инерции массы вала привода, $i_{шп}$ – погонный осевой момент инерции массы вала шпинделя, l_b – длина вала двигателя, $l_{шп}$ – длина вала шпинделя. Учтен угол наклона оси шпинделя к оси вала привода α . Данная расчетная схема соответствует трансмиссиям многих машин и агрегатов, включающих двигатель, редуктор (коробку передач) и рабочий орган.

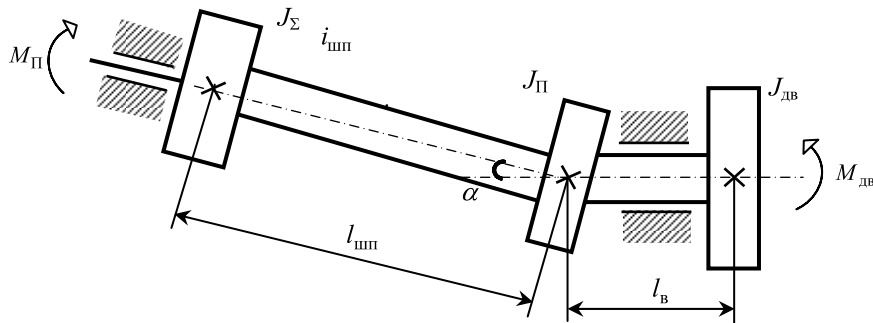


Рисунок 1 – Расчетная схема трансмиссии с тремя массами и двумя валами

Крутильные колебания системы с распределенными параметрами описываются волновым уравнением:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где $c = \sqrt{GJ_p/i}$ – фазовая скорость крутильных колебаний.

Решение уравнения (1) находится в форме метода начальных параметров:

$$\varphi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\varphi_{0,n} \cos k_n x - \frac{M_{0,n}}{k_n GJ_p} \sin k_n x \right) \sin(\omega_n t + \mu_n), \quad (2)$$

где $\omega_n = k_n \sqrt{\frac{GJ_p}{i}}$ – циклическая частота крутильных колебаний; G – модуль упругости при сдвиге; $M_{0,n}$ и $\varphi_{0,n}$ – соответственно, крутящий момент и угол закручивания в начале участка системы, k_n – волновое число, μ_n – начальная фаза собственных колебаний, для случая отсутствия начальной скорости $\mu = \pi/2$.

Уравнение (2) представлено суммой ряда гармоник n , так как система с распределенными параметрами имеет бесконечное число степеней свободы. Для решения этого уравнения был вычислен спектр частот 20 гармоник путем поиска корней трансцендентного уравнения. Полученный спектр собственных частот системы был положен в основу анализа колебаний.

Для расчета нагрузок необходимо определить собственные функции (функция углов закручивания при единичной амплитуде) и проанализировать их свойства. Собственная функция для участка вала шпинделя имеет вид:

$$\Phi_n(x) = \cos k_n x - \frac{J_{\Sigma}}{i_{\text{шп}}} k_n \sin k_n x, \quad (3)$$

и для участка вала двигателя записывается следующим образом:

$$\bar{\Phi}_n(x) = \Phi_n(l_{\text{шп}}) \cos k_n x - \left[\frac{J_{\text{ршп}}}{k_n J_{\text{рдв}}} (\Phi_n(l_{\text{шп}}))' - \frac{J_{\text{П}}}{i_{\text{е}}} k_n \Phi_n(l_{\text{шп}}) \right] \cos \alpha \sin k_n x. \quad (4)$$

Аналитически доказано, что собственные функции (3) и (4) не ортогональны, в связи с наличием в расчетной схеме дискретных масс, однако собственные функции ортогональны с весом [8]. Используя разработанную ранее методику, были определены весовая функция и квадрат нормы собственных функций для участка вала шпинделя и двигателя, используемые в уравнениях для получения зависимостей углов закручивания и крутящих моментов внутренних усилий.

Задача ударного приложения нагрузки для систем с распределенными параметрами решается путем суммирования двух решений: свободных колебаний системы от сообщения системе начальной угловой скорости и вынужденных колебаний системы от внезапного приложения ударной нагрузки, изменяющейся по периодическому или аperiodическому закону [7, 8].

Анализ собственных колебаний трансмиссии, возникающих вследствие сообщения ей угловой скорости $\Delta\phi_0$ позволил установить функцию углов закручивания сечений вала шпинделя:

$$\varphi^c(x,t) = -\Delta\phi_0 J_{\Sigma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(x)}{\omega_n \Delta_n^2} \sin \omega_n t, \quad (5)$$

и крутящих моментов внутренних усилий, возникающих на валу шпинделя:

$$M_{\text{шп}}^c(x,t) = -\Delta\phi_0 J_{\Sigma} GJ_{\text{ршп}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n'(x)}{\omega_n \Delta_n^2 i_{\text{шп}}} \sin \omega_n t. \quad (6)$$

Вынужденные колебания рассмотрены при линейном законе изменения момента нагрузки и получены зависимости, описывающие абсолютные углы закручивания вала шпинделя и крутящие моменты внутренних усилий от возмущающего воздействия нагрузки:

$$\varphi^e(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_{\text{П}}}{i_{\text{шп}} t_0 \omega_n^2 \Delta_n^2} \left(t - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} \right) \Phi_n(x); \quad (7)$$

$$M_{\text{шп}}^e(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_{\text{П}} GJ_{\text{ршп}}}{i_{\text{шп}} t_0 \omega_n^2 \Delta_n^2} \left(t - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} \right) \Phi_n'(x). \quad (8)$$

Расчет переходных процессов. Разработанная модель использовалась для определения крутящего момента в теле шпинделя при крутильных коле-

баниях, возникающих от сообщения системе начальной скорости и воздействия нагрузки на примере клетки 950 стана 950/900 ЗАО ММЗ "Истил Украина". Суммарная поверхность углов закручивания вала шпинделя по его длине и во времени представлены на рисунке 2.

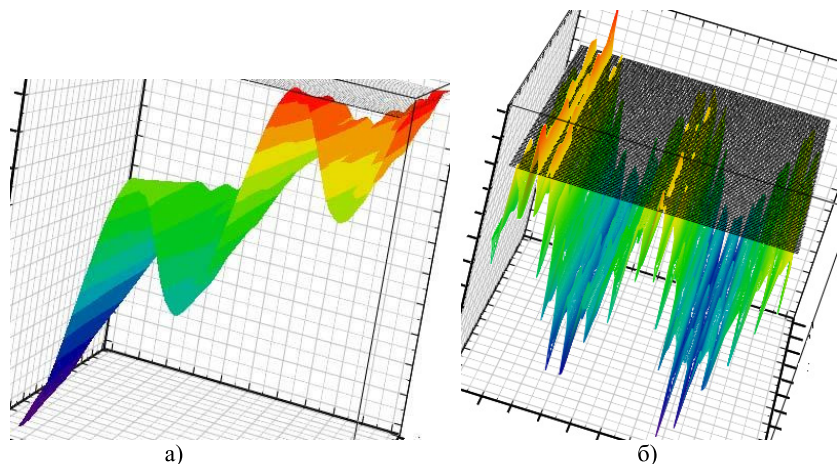


Рисунок 2 – Поверхности углов закручивания (а) и крутящих моментов (б)

Достоверность полученных результатов расчета динамического момента для клетки 950 доказана определением отклика системы на нагрузку методом конечных элементов с использованием программного комплекса ANSYS. Максимальный крутящий момент внутренних усилий, полученный на основе нестационарного анализа методом конечных элементов, отличается на 1,46% от момента, рассчитанного аналитически по разработанной модели. График изменения во времени угла закручивания позволил определить, что расхождение между значениями, установленными аналитически и методом конечных элементов, не превышает 4%. На основании проведенного расчета можно определить динамический коэффициент для произвольного сечения вала шпинделя в любой момент времени. Для шарнира универсального шпинделя со стороны рабочей клетки, например коэффициент динамичности равен $k_d=1,8$.

Выводы и перспективы исследований. В данной работе впервые выполнен динамический анализ крутильных колебаний трансмиссии как системы с распределенными параметрами. Получены зависимости внутренних силовых факторов: углов закручивания и крутящих моментов, позволяющие определить необходимые расчетные величины в любом сечении шпинделя или вала двигателя. Функция углов закручивания и крутящих моментов получены на примере клетки 950 стана 950/900 ЗАО ММЗ "Истил (Украина). Результаты аналитических преобразований проверены путем сравнения с экспериментальными данными, с результатами конечно-элементного моделирова-

ния системы и с результатами дискретного традиционного моделирования (линейная механическая модель) (значение коэффициента динамичности k_d , занижено на 23% по сравнению со значением, рассчитанным в дискретно-континуальной модели).

Список литературы: 1. *Адамия Р.Ш., Лобода В.М.* Основы рационального проектирования металлургических машин. – М.: Металлургия, 1984. – 128с. 2. *Буцукин В.В., Большаков В.И.* Разработка методики упрощения расчетных электромеханических систем // Вестник Приазовского государственного университета. – 1996. – Вып.2. – С.113–117. 3. *Ленский А.Н., Лобода В.М.* О погрешностях замены распределенных параметров систем дискретными // Динамика металлургических машин: Сб. тр. Днепропетровского института черной металлургии. – М.: Металлургия, 1969. – Т.ХХХI. – С.41–45. 4. *Динник А.Н.* Продольный изгиб. Кручение. – М.: АН СССР, 1955. – 392с. 5. *Вернев В.В., Большаков В.И.* Особенности идентификации моделей прокатных станов // Защита металлургических машин от поломок. – 1998. – Вып.3. – С.73–76. 6. *Кожевников С.Н., Праздников А.В., Бережной В.В.* Определение собственных частот линейных систем с распределенными параметрами // Динамика металлургических машин: Сб. тр. Днепропетровского института черной металлургии. – М.: Металлургия, 1969. – Т.ХХХI. – С.41–45. 7. Динамічні задачі стержневих систем: Підручник / *Ф.Л. Шевченко, Г.М. Улитин.* – К.: ІСДО, 1995. – 100с. 8. *Шевченко Ф.Л.* Динамика упругих стержневых систем: Учебное пособие. – Донецк: ООО "Лебедь", 1999. – 268с.

Поступила в редколлегию 27.05.10

УДК 621.833

П.Л. НОСКО, д.т.н., профессор каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля, м. Луганськ
В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля
П.М. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля
О.А. МУХОВАТИЙ, к.т.н., асистент каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля

ОСНОВИ СИНТЕЗУ ВИХІДНОГО КОНТУРУ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ ІЗ ЗМЕНШЕННЯМ ПИТОМОЇ РОБОТИ СИЛ ТЕРТЯ В ЗАЧЕПЛЕННІ

Даны рекомендации по определению геометрии исходного контура реечного инструмента из условия уменьшения удельной работы сил трения в зацеплении.

Recommendations about definition of geometry of an initial head loop rack the instrument from a condition of reduction of specific operation of forces of a friction in linkage are made.

Постановка проблеми. Працездатність машин, що застосовуються у будь-якій галузі, багато в чому визначається показниками приводів. Тому завдання вдосконалювання зубчастих приводів, що входить у проблему багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій [1], є актуальною.