

баниях, возникающих от сообщения системе начальной скорости и воздействия нагрузки на примере клетки 950 стана 950/900 ЗАО ММЗ "Истил Украина". Суммарная поверхность углов закручивания вала шпинделя по его длине и во времени представлены на рисунке 2.

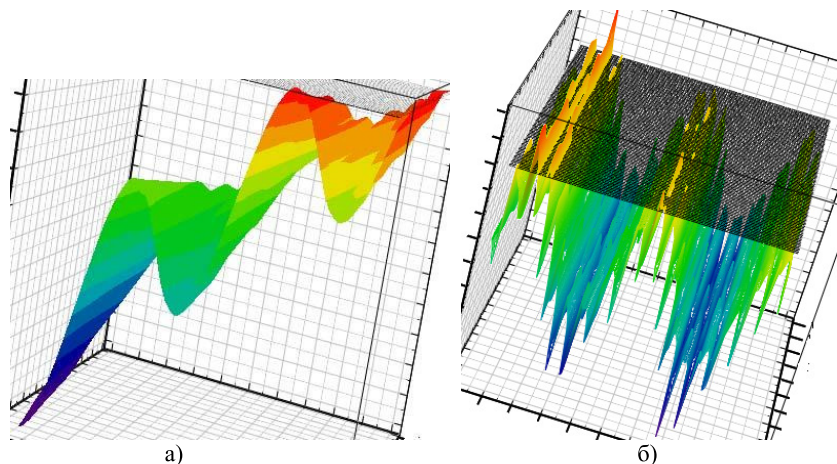


Рисунок 2 – Поверхности углов закручивания (а) и крутящих моментов (б)

Достоверность полученных результатов расчета динамического момента для клетки 950 доказана определением отклика системы на нагрузку методом конечных элементов с использованием программного комплекса ANSYS. Максимальный крутящий момент внутренних усилий, полученный на основе нестационарного анализа методом конечных элементов, отличается на 1,46% от момента, рассчитанного аналитически по разработанной модели. График изменения во времени угла закручивания позволил определить, что расхождение между значениями, установленными аналитически и методом конечных элементов, не превышает 4%. На основании проведенного расчета можно определить динамический коэффициент для произвольного сечения вала шпинделя в любой момент времени. Для шарнира универсального шпинделя со стороны рабочей клетки, например коэффициент динамичности равен  $k_d=1,8$ .

**Выводы и перспективы исследований.** В данной работе впервые выполнен динамический анализ крутильных колебаний трансмиссии как системы с распределенными параметрами. Получены зависимости внутренних силовых факторов: углов закручивания и крутящих моментов, позволяющие определить необходимые расчетные величины в любом сечении шпинделя или вала двигателя. Функция углов закручивания и крутящих моментов получены на примере клетки 950 стана 950/900 ЗАО ММЗ "Истил (Украина). Результаты аналитических преобразований проверены путем сравнения с экспериментальными данными, с результатами конечно-элементного моделирова-

ния системы и с результатами дискретного традиционного моделирования (линейная механическая модель) (значение коэффициента динамичности  $k_d$ , занижено на 23% по сравнению со значением, рассчитанным в дискретно-континуальной модели).

**Список литературы:** 1. Адамия Р.Ш., Лобода В.М. Основы рационального проектирования металлургических машин. – М.: Металлургия, 1984. – 128с. 2. Буцукин В.В., Большаков В.И. Разработка методики упрощения расчетных электромеханических систем // Вестник Приазовского государственного университета. – 1996. – Вып.2. – С.113–117. 3. Ленский А.Н., Лобода В.М. О погрешностях замены распределенных параметров систем дискретными // Динамика металлургических машин: Сб. тр. Днепропетровского института черной металлургии. – М.: Металлургия, 1969. – Т.ХХХI. – С.41–45. 4. Динник А.Н. Продольный изгиб. Кручение. – М.: АН СССР, 1955. – 392с. 5. Вернев В.В., Большаков В.И. Особенности идентификации моделей прокатных станов // Защита металлургических машин от поломок. – 1998. – Вып.3. – С.73–76. 6. Кожевников С.Н., Праздников А.В., Бережной В.В. Определение собственных частот линейных систем с распределенными параметрами // Динамика металлургических машин: Сб. тр. Днепропетровского института черной металлургии. – М.: Металлургия, 1969. – Т.ХХХI. – С.41–45. 7. Динамічні задачі стержневих систем: Підручник / Ф.Л. Шевченко, Г.М. Улитин. – К.: ІСДО, 1995. – 100с. 8. Шевченко Ф.Л. Динамика упругих стержневых систем: Учебное пособие. – Донецк: ООО "Лебедь", 1999. – 268с.

Поступила в редколлегию 27.05.10

УДК 621.833

**П.Л. НОСКО**, д.т.н., профессор каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля, м. Луганськ  
**В.П. ШИШОВ**, д.т.н., профессор каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля  
**П.М. ТКАЧ**, к.т.н., доцент каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля  
**О.А. МУХОВАТИЙ**, к.т.н., асистент каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля

### ОСНОВИ СИНТЕЗУ ВИХІДНОГО КОНТУРУ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ ІЗ ЗМЕНШЕННЯМ ПИТОМОЇ РОБОТИ СИЛ ТЕРТЯ В ЗАЧЕПЛЕННІ

Даны рекомендации по определению геометрии исходного контура реечного инструмента из условия уменьшения удельной работы сил трения в зацеплении.

Recommendations about definition of geometry of an initial head rack the instrument from a condition of reduction of specific operation of forces of a friction in linkage are made.

**Постановка проблеми.** Працездатність машин, що застосовуються у будь-якій галузі, багато в чому визначається показниками приводів. Тому завдання вдосконалювання зубчастих приводів, що входить у проблему багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій [1], є актуальною.

**Аналіз літератури.** Для оцінки працездатності зубчастих передач протягом багатьох десятиліть успішно використовуються такі геометро-кінематичні критерії [2, 3, 4]: відносна швидкість; сумарна швидкість кочення робочих поверхонь; приведена кривизна; питомі ковзання, а також комплексні критерії [3, 4]: критерій контактної міцності; критерій спрацювання; критерій втрат у зачепленні; критерій товщини масляної плівки в зоні контакту зубців; температурний критерій заїдання; питома робота сил тертя.

За останні роки тема синтезу стала дуже актуальною, їй присвячений ряд робіт, наприклад [4, 5]. З використанням їхніх результатів можна синтезувати зубчасті передачі за високим значенням кожного із зазначених критеріїв. При цьому синтез проводиться за одним із критеріїв, а інші використовуються для порівняльного аналізу.

У роботах [4, 5] наведено результати синтезу передач зачепленням за значеннями їх геометро-кінематичних критеріїв з наступним аналізом комплексних критеріїв. Однак, можливо реалізувати синтез геометрії вихідного контуру безпосередньо за значеннями комплексних критеріїв.

**Ціль статті.** Визначити функціональний взаємозв'язок між геометричними параметрами вихідного контуру циліндричної прямозубої передачі і удільною роботою сил тертя в зачепленні (удільною роботою).

Розглянемо випадок синтезу геометрії вихідного контуру за значенням удільної роботи сил тертя в зачепленні. Величина удільної роботи сил тертя в зачепленні можна оцінити величиною [3, 4]:

$$dA = q_n f \eta, \quad (1)$$

де  $q_n$  – нормальна сила, що діє на одиницю довжини контактної лінії зубців;  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання в зачепленні;  $\eta$  – питоме ковзання зубців.

Для порівняльної оцінки спрацювання зубців будемо використовувати значення коефіцієнта тертя ковзання, що дорівнює [6]:

$$f = 0,99 q_n^{0,1} \left[ 10 + i g \left( \frac{HB \cdot R_a \cdot \chi}{E_{np}} \right) \right] \chi^{0,25} v^{-0,07} V_{\Sigma}^{-0,1} V_{12}^{0,35}, \quad (2)$$

де  $HB$  – твердість менш твердого з контактуючих зубців;  $R_a$  – шорсткість більш твердого з контактуючих зубців;  $E_{np}$  – приведений модуль пружності матеріалів коліс, що зачіпляються;  $v$  – в'язкість масла;  $V_{\Sigma}$  – сумарна швидкість кочення робочих поверхонь;  $V_{12}$  – відносна швидкість (швидкість ковзання);  $\chi$  – кривизна робочих поверхонь зубців.

Для порівняльної оцінки будемо розглядати відношення значень удільних робіт синтезованої передачі та передачі з евольвентним зачепленням.

Тоді використанням (1) відносна удільна робота дорівнюватиме

$$\bar{d}A = \frac{q_n f \eta}{q_{ne} f_e \eta_e}. \quad (3)$$

Тут  $q_{ne}$ ,  $f_e$ ,  $\eta_e$  – значення величин для евольвентної передачі.

Аналіз показує, що відношення  $q_n / q_e \approx l$  при однакових навантаженнях на синтезовану та евольвентну передачі. При цих же умовах відношення значень виразів у квадратних дужках співвідношення (2) для синтезованої та евольвентної передач можна покласти в першому наближенні такими, що дорівнюють одиниці. У цьому випадку рівняння (3) буде мати вигляд

$$\bar{h}_e = \frac{\left( x^{0,25} V_{\Sigma}^{-0,1} V_{12}^{-0,35} \right) \cdot \eta}{\left( x_e^{0,25} V_{\Sigma_e}^{-0,1} V_{12_e}^{-0,35} \right) \cdot \eta}. \quad (4)$$

Для синтезованої передачі, при більших значеннях радіусів початкових окружностей коліс, що зачіпляються, кривизна робочих поверхонь зубців дорівнює [4]:

$$\chi = \frac{(u+l)f_2'(\Omega_2')^2}{uR_1 n^3}, \quad (5)$$

де  $R_1$  – радіус початкового циліндра меншого колеса;  $u = R_2 / R_1$  – передаточне число ( $R_2$  – радіус початкового циліндра більшого колеса);  $n = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$  – модуль нормалі до профілю вихідного контуру;  $f_1, f_2, f_1', f_2'$  – функції, що визначають геометрію вихідного контуру та похідні функцій  $f_1$  і  $f_2$ ;  $\Omega_2'$  – похідна на функції  $\Omega_2$ :

$$\Omega_2 = \frac{f_1 f_1'}{f_2'} + f_2. \quad (7)$$

З урахуванням зазначеного вище наближені значення  $V_{12}, V_{\Sigma}$  і  $\eta$  синтезованої передачі будуть дорівнювати [4]:

$$V_{12} = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1 n}{f_2'}; \quad V_{\Sigma} = 2R_1 \sqrt{\frac{f_2'}{\chi n}}; \quad \eta = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1}{f_2' R_1} \sqrt{\frac{\chi R^3}{f_2'}};$$

де  $\bar{\chi} = \frac{\chi R_1 u}{u+1}$  – відносна приведена кривизна.

Для евольвентної передачі з використанням (7) маємо:

$$V_{12e} = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1}{\sin \alpha_e}; \quad V_{\Sigma e} = 2R_1 \sin \alpha_e;$$

$$\eta = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1}{uR_1 \sin^2 \alpha_e}; \quad \bar{\chi}_e = \frac{1}{\sin \alpha_e}, \quad (8)$$

де  $\alpha_e$  – профільний кут вихідного контуру евольвентної передачі.

Виконаємо в співвідношенні (4) заміну  $\xi = \sin \alpha$  ( $\alpha$  – поточний профільний кут вихідного контуру синтезованої передачі, див. рисунок) Тоді з урахуванням (7) та (8) маємо:

$$dA = \bar{\chi}^{-0,8} \xi^{-1,2} \sin^2 \alpha_e. \quad (9)$$

При такій заміні змінних з (5) будемо мати

$$\bar{\xi} = \frac{(\xi - f_1 \xi)^2}{\xi^3}, \quad (10)$$

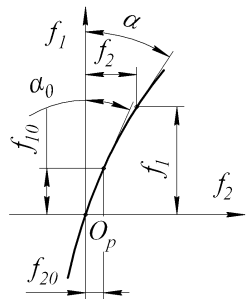
де  $\xi'$  – похідна функції  $\xi$  по  $f_1$ .

З рівнянь (9) і (10) одержуємо

$$A_0 = \frac{(\xi - f_1 \xi')^2}{\xi^{4,5}}. \quad (11)$$

$$\text{Тут } A_0 = \left( \frac{d\bar{A}}{\sin^0 \alpha_e} \right)^{1,25}.$$

Рисунок – схема вихідного контуру



Рівняння (11) є диференціальним рівнянням, рішення якого при заданому  $d\bar{A}$  визначає поточний кут вихідного контуру синтезованої передачі. При цьому значення  $\bar{A}_0 < l$  показує в скільки разів удільна робота синтезованої передачі менше удільної роботи евольвентної передачі. Помітимо, що значення  $d\bar{A}$  може бути постійним і змінним у межах поля зачеплення коліс. При  $d\bar{A} = \text{const}$  рівняння (11) має таке рішення:

$$f_1 = \frac{c\xi}{\left(1 - \sqrt{A_0 \xi^{2,5}}\right)^{1,8}}, \quad (12)$$

де  $c$  – постійна інтегрування.

Задаючи початкові умови інтегрування  $\xi = \xi_0$  при  $f_1 = f_{10}$ , одержуємо значення

$$c = \frac{f_{10} \left(1 - \sqrt{A_0 \xi_0^{2,5}}\right)^{0,8}}{\xi_0}. \quad (13)$$

З (12) випливає:

$$\xi = \frac{f_1}{\left(\sqrt{c^{2,5}} + \sqrt{A_0 + f^{2,5}}\right)^{0,8}}. \quad (14)$$

Функцію  $f_2$  (рисунок) можна визначити з її розкладання в ряд виду

$$f_2 = f_{20} + f'_{20}(f_1 - f_{10}) + \frac{1}{2} f''_{20}(f_1 - f_{10})^2 + \frac{1}{6} f'''_{20}(f_1 - f_{10})^3 + \dots, \quad (15)$$

де  $f_{20}$  значення функції  $f_2$  при  $f_1 = f_{10}$ ;  $f'_{20}, f''_{20}, f'''_{20}$  – значення похідної функції  $f_2$  при  $f_1 = f_{10}$ .

Значення похідних в (15) дорівнюють

$$f'_{20} = \frac{\xi}{\sqrt{l - \xi^2}}; \quad f''_{20} = \frac{\xi'}{(l - \xi^2)^{3/2}}; \quad f'''_{20} = \frac{\xi''(l - \xi^2) + 3\xi(\xi')^2}{(l - \xi^2)^{2,5}}. \quad (16)$$

Тут

$$\xi' = \frac{\xi - \chi_0^{0,5} \xi^{1,91}}{f_1}; \quad \xi'' = -\frac{1,91 \xi^{0,91} \xi' \chi_0^{0,5}}{f_1}.$$

Підвищити точність розв'язання можливо збільшенням членів ряду (15), шляхом диференціювання по  $f_1$  останні рівняння (16) та (17).

**Висновок.** Отримано залежності, що дозволяють визначити геометричні параметри вихідного контуру прямозубої циліндричної передачі, що має зменшене значення удільної роботи сил тертя в зачепленні.

**Список літератури:** 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26–40. 2. Коростелев Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // *Изв. вузов. Сер. машиностроение*. – 1964. – №10. – С.5–15. 3. Кудрявцев В.Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1980. – 464с. 4. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревякина О.А. Цилиндрические передачи с арочными зубьями. Монография. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2004. – 336с. 5. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганск. Вид-во СНУ им. В.Даля, 2006. – 408с. 6. Трение, изнашивание, смазка. Справочник в 2-кн. / Под ред. И.В. Крагельского В.В. и В.В. Алипина. Книга 2. – М.: Машиностроение, 1979. – 358с.

Надійшла до редколегії 21.04.10