

**В.В. СТАВИЦКИЙ**, к.т.н., ВНУ им. В. Даля, г. Луганск  
**П.Л. НОСКО**, д.т.н. проф. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

### ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧАХ

Отримана залежність коефіцієнту моменту аеродинамічного спротиву обертанню зубчастих коліс від основних геометричних параметрів коліс та фізичних параметрів середи. Проведений порівняльний аналіз розрахункових результатів з експериментальними даними різних авторів. Отримані залежності надають змогу оцінювати вплив аеродинамічного спротиву середовища обертанню зубчастих коліс на коефіцієнт корисної дії високошвидкісних зубчастих передач.

Dependence of dimensionless windage moment coefficient of the rotation of gear is established in terms of rotational speed, Reynolds number, basic geometrical parameters of gears, tooth parameters, and the physical parameters of nearby fluid flow. A comprehensive analyse of predicted to publish experimental information on gear load-independent power losses is provided. Obtained dependences are destined to assist gearbox designers in evaluating of efficiency of gear transmissions particularly lightly loaded high-speed applications.

**Постановка проблемы.** В современном газотурбо- и вертолетостроении окружные скорости зубчатых колес возрастают до 90-120 м/с, а передаваемая мощность достигает 100 МВт и более. В наиболее совершенных зубчатых передачах коэффициент их полезного действия находится в пределах 98-99%. При таких передаваемых мощностях потери составляют 1 МВт и более. Поэтому в последние несколько лет интерес к исследованиям путей повышения эффективности зубчатых передач значительно возрос.

Потери энергии в зубчатых передачах условно могут быть разделены на две группы. Первая группа – это потери, зависящие от передаваемой нагрузки (потери вследствие трения скольжения и качения контактирующих поверхностей зубчатой пары и подшипников). Вторая группа – это потери, независящие от передаваемой нагрузки (потери вследствие аэрогидродинамического сопротивления вращению зубчатых колес среды (аэродинамического при принудительном смазывании или гидродинамического при смазывании в масляной ванне)). Удельный вес этих потерь составляет: 40% – потери на трение в зубчатом зацеплении; 50% – потери на трение в подшипниках; и 10% – потери мощности вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес [4].

**Анализ литературы.** Опубликованные исследования аэродинамических потерь также можно разделить на две группы. К первой группе относятся экспериментальные исследования [1-4], в которых определение потерь производится путем измерения снижения скорости вращения отдельно взятого зубчатого колеса или диска, применяя теорему о кинетической энергии для последующего расчета потерь мощности. Вторая группа исследований проводилась на экспериментальных

установках полностью имитирующих зубчатое зацепление [5, 6]. Например, экспериментальная установка [5] состоит из испытуемой и контрольной зубчатых передач. Скорость менялась от 0 до 15000 об/мин, а нагрузка от 0 до 3,7 кВт. Авторы отмечают, что при нагрузке, составляющей 33-100% максимальной и скоростях 83-100% максимальной, аэродинамические потери становятся практически равными потерям на трение в зубчатом зацеплении.

В перечисленных выше работах описание аэродинамического сопротивления проводилось эмпирическими зависимостями безразмерного коэффициента момента сопротивления от диаметров зубчатых колес, ширины зубчатого венца, модуля, числа зубьев, скорости вращения и т.п. В литературе имеется незначительное количество исследований, в которых предпринята попытка аналитически описать физические процессы при вращении зубчатых колес в масловоздушной среде [1, 7]. В [1] полученная зависимость не дает точных результатов, вследствие отсутствия учета трения масловоздушной среды о профильную поверхность зубьев. В [7] предпринята попытка описания указанных процессов с помощью инструмента CFD (Computational Fluid Dynamics) – технологии. Сложность полученной в результате модели не позволяет использовать ее при дальнейшем анализе и оптимизации конструктивных решений, направленных на уменьшение потерь.

**Цель статьи.** Получить аналитическую зависимость, дающую возможность с минимальными затратами вычислительных усилий количественно оценивать потери энергии, не связанные с нагрузкой, высокоскоростных зубчатых передач. Сравнить результаты расчета с экспериментальными данными, имеющимися в открытых публикациях. Провести анализ влияния ключевых геометрических параметров зубчатых колес и параметров среды на аэродинамические потери энергии в высокоскоростных зубчатых передачах.

**Определение моментов сил аэродинамического сопротивления.** При вращении зубчатых колес момент аэродинамического сопротивления их вращению можно представить в виде суммы моментов сопротивления

$$M = M_n + M_\tau + M_b + M_p, \quad (1)$$

где  $M_n = F_n \cdot r_b$  – момент сил  $F_n$  вследствие парусного сопротивления, Н·м;  $M_\tau = F_\tau \cdot r_b \cdot \operatorname{tg} \alpha_i$  – момент сил  $F_\tau$  трения среды о профильную поверхность зубьев, Н·м;  $M_b$  – момент сил  $F_b$  трения среды о боковую поверхность ступицы зубчатого колеса, Н·м;  $M_p$  – момент сил давления  $F_p$ , вследствие периодического сжатия среды в пространстве между головками и ножками зубьев зубчатых колес, Н·м;  $F_n = kQV_n\rho$  – сила  $F_n$  парусного сопротивления, направленная по нормали к эвольвенте, Н;  $Q = \frac{dS}{dt} b$  – объемный расход потока масловоздушной смеси при вращении зубчатого колеса, м<sup>3</sup>;  $dS = 0,5(r_a^2 - r_b^2)d\varphi$  – элементарная пло-

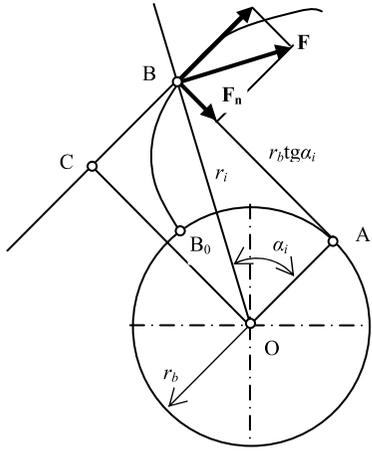


Рисунок 1 – Силы сопротивления вращению

в маслораздушной смеси;  $\rho_b$  – плотность воздуха,  $\text{кг/м}^3$ ;  $\rho_m$  – плотность смазочного масла,  $\text{кг/м}^3$ ;  $\omega$  – угловая скорость вращения зубчатого колеса,  $\text{рад/с}$ ;  $\alpha$  – угол станочного зацепления,  $\text{рад}$ ;  $\alpha_i$  – угол профиля эвольвенты в произвольной ее точке,  $\text{рад}$ .

Введя безразмерные коэффициенты момента аэродинамического сопротивления  $C_i = \frac{M_i}{0,5 \rho \omega^2 r^5}$ , получим

$$C = \frac{M_n + M_\tau + M_b + M_p}{0,5 \rho \omega^2 r^5} = C_n + C_\tau + C_b + C_p. \quad (2)$$

Коэффициент момента парусного сопротивления вращению зубчатого колеса

$$C_n = k \left( \frac{b}{r} \right) (A^2 - 1) \cos^4 \alpha, \quad (3)$$

где  $A = \frac{r_a}{r_b}$  – относительный радиус окружности вершин.

Элементарный момент от сил трения при обтекании потоком маслораздушной смеси профильной поверхности зубьев

$$dM_\tau = z \cdot r_b \cdot \text{tg} \alpha_i \cdot dF_\tau, \quad (4)$$

где  $z$  – число зубьев зубчатого колеса;  $dF_\tau = \frac{\mu V_\tau dA_f}{\delta}$  – элементарная сила

трения маслораздушной смеси при вращении зубчатого колеса,  $\text{Н}$ ;  $V_\tau = \omega r_i \sin \alpha_i = \omega r_b \text{tg} \alpha_i$  – скорость обтекания зуба маслораздушным потоком,  $\text{м/с}$ ;  $dA_f = b \cdot dl$  – элементарная площадь соприкосновения потока с профильной поверхностью зубьев,  $\text{м}$ ;  $dl = \sqrt{(r_i d\theta)^2 + (dr_i)^2}$  – элементарная длина дуги эвольвенты,  $\text{м}$ ;  $\mu = \mu_m (1 + 1,5(1 - \rho/\rho_m))$  – динамическая вязкость маслораздушной смеси,  $\text{Па}\cdot\text{с}$  [10];  $\mu_m$  – вязкость смазочного масла,  $\text{Па}\cdot\text{с}$ ;  $\delta = 3,46 \sqrt{\frac{\mu \cdot x}{\rho \cdot V_\tau}}$  – толщина пограничного слоя,  $\text{м}$  [11];  $x = \frac{b \cdot z}{\varepsilon}$  – характерный размер зубчатого колеса в зоне обтекания,  $\text{м}$ ;  $\varepsilon$  – масштабный фактор.

После интегрирования уравнений эвольвенты в полярных координатах

$$\begin{cases} r_i = \frac{r_b}{\cos \alpha_i}; \\ \theta = \text{tg} \alpha_i - \alpha_i, \end{cases}$$

получаем

$$\begin{cases} dr_i = \frac{r_b \cdot \sin \alpha_i}{\cos^2 \alpha_i} \cdot d\alpha_i; \\ d\theta = \text{tg}^2 \alpha_i \cdot d\alpha_i. \end{cases}$$

После подстановки полученных значений дифференциалов радиуса кривизны эвольвенты и эвольвентного угла, скорости обтекания, толщины пограничного слоя в уравнение (4) элементарный момент от сил трения при обтекании потоком маслораздушной смеси после соответствующих упрощений будет равен

$$dM_\tau = r^4 \frac{(\rho \cdot \mu \cdot z \cdot \varepsilon \cdot (b/r))^{0,5} \cdot \omega^{1,5} \cos^{3,5} \alpha \cdot \text{tg}^{3,5} \alpha_i}{3,46 \cos^2 \alpha_i} d\alpha_i. \quad (5)$$

После интегрирования выражение для коэффициента момента сопротивления от сил трения при обтекании потоком маслораздушной смеси профильной поверхности зубьев примет окончательный вид

$$C_\tau = 0,12845 \cdot \left( \frac{bz\varepsilon}{r} \right)^{0,5} \frac{\cos^{3,5} \alpha (\text{tg}^{4,5} \alpha_a - \text{tg}^{4,5} \alpha_f)}{\text{Re}^{0,5}}, \quad (6)$$

где  $\text{Re} = \frac{\rho \omega r^2}{\mu}$  – число Рейнольдса;  $\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a} = \arccos \frac{1}{A}$  – угол профи-

ля эвольвенты на окружности вершин,  $\text{рад}$ ;  $\alpha_f = \arccos \frac{r_b}{r_f} = \arccos \frac{1}{B}$  – угол

профиля эвольвенты на окружности вершин,  $\text{рад}$ ;  $B = r_f/r_b$  – относительный

радиус окружности впадин.

При условии  $B \leq 1$  в формуле (6) угол профиля эвольвенты на окружности впадин следует принимать равным нулю ( $\alpha_f = 0$ ), так как в этом случае участок профиля зуба между основной окружностью и окружностью впадин представляет собой радиальную прямую линию, и плечо силы аэродинамического трения при определении момента сопротивления равно нулю.

Коэффициент момента сил  $F_b$  трения среды о боковую поверхность ступицы зубчатого колеса может быть рассчитан для полностью ламинарного режима течения (при  $Re \leq Re_{кр} = 3 \cdot 10^5$ ) по известной [12] формуле

$$C_b = \frac{3,87}{Re^{0,5}}. \quad (7)$$

В связи с тем, что ниже проводится сравнение расчетных значений с результатами экспериментальных исследований, проведенных для отдельно взятого зубчатого колеса, не находящегося в зацеплении, коэффициент сопротивления вследствие периодического сжатия среды в пространстве между головками и ножками зубьев зубчатых колес принимаем равным нулю.

Тогда окончательная зависимость для определения коэффициента момента аэродинамического сопротивления получает следующий вид

$$C = k \left( \frac{b}{r} \right) \cdot (A^2 - 1) \cos^4 \alpha + 0,12845 \cdot \left( \frac{bz\varepsilon}{r} \right)^{0,5} \frac{\cos^{3,5} \alpha (\operatorname{tg}^{4,5} \alpha_a - \operatorname{tg}^{4,5} \alpha_f)}{Re^{0,5}} + \frac{3,87}{Re^{0,5}}. \quad (8)$$

Были исследованы прямозубые колеса с числами зубьев 24, 36 и 72, модулями 4 и 6мм, радиусами делительной окружности 72 и 144мм и шириной зубчатого венца 30 и 60мм в диапазоне изменения угловых скоростей вращения зубчатых колес до 1200рад/с.

**Сравнительный анализ результатов расчета с результатами экспериментальных исследований.** Сравнительный анализ результатов расчета по зависимости (8) с экспериментальными данными, полученными в работе [3], показывает хорошую корреляцию (погрешность не превышает 10%), что дает возможность рекомендовать зависимость (8) для оценки потерь энергии вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес высокоскоростных передач на стадии проектирования.

Анализ результатов проведенных расчетного и экспериментального исследований показывает, что с увеличением числа зубьев и радиуса делительной окружности коэффициент момента аэродинамического сопротивления уменьшается, а при увеличении ширины зубчатого венца увеличивается.

Расчеты по зависимости (8) показывает также, что коэффициент момента парусного аэродинамического сопротивления не зависит от скорости вращения зубчатого колеса. Коэффициент момента аэродинамического сопротивления

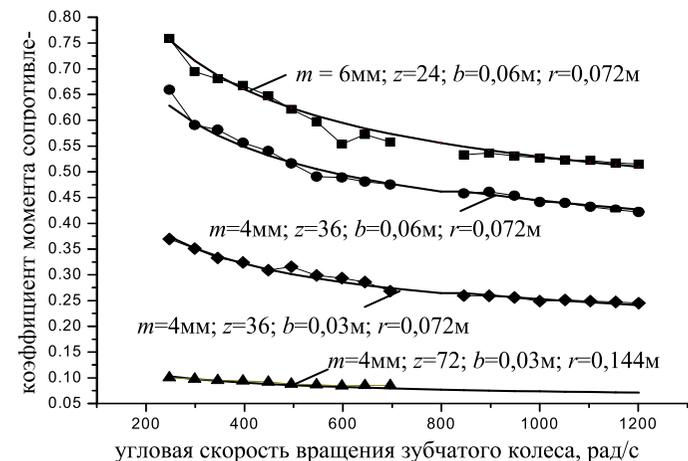


Рисунок 2 – Сравнительный анализ результатов экспериментального исследования с расчетными значениями коэффициента момента аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес:  
●, ▲, ■, ◆ – экспериментальные данные [3];  
— – результаты расчета по зависимости (8)

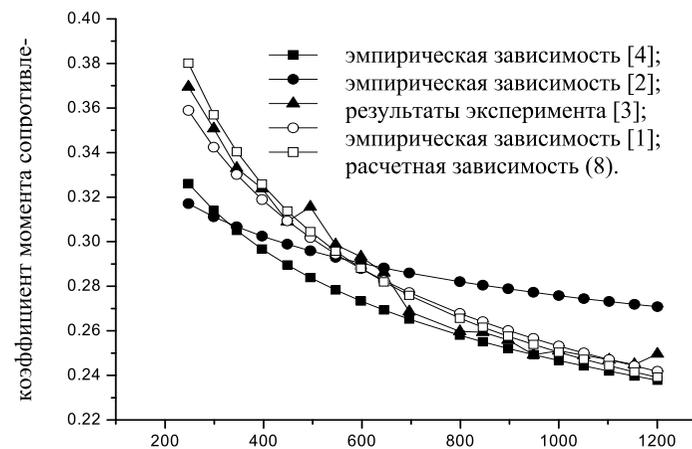


Рисунок 3 – Сравнительный анализ результатов расчета коэффициента момента аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес по зависимости (8) с результатами экспериментальных исследований различных литературных источников (колесо с  $m=4\text{мм}; z=36; b=0,03\text{м}; r=0,072\text{м}$ )

вследствие относительного обтекания масловоздушной смеси профильных поверхностей зубьев уменьшается с ростом угловой скорости вращения зубчатого колеса, и при невысоких скоростях вращения соизмерим с коэффициентом мо-

мента парусного аэродинамического сопротивления. Трение масловоздушной смеси о боковые поверхности ступицы зубчатого колеса незначительны по сравнению с двумя вышеупомянутыми видами аэродинамического сопротивления.

Показатель степени при числе Рейнольдса дает возможность предположить, что обтекание масловоздушной смеси зубчатого колеса происходит при ламинарном режиме течения.

**Выводы.** В результате проведенного исследования получена аналитическая зависимость, дающая возможность с минимальными затратами вычислительных усилий количественно оценивать потери энергии, не связанные с нагрузкой, высокоскоростных зубчатых передач. Результаты сравнительного анализа расчетных данных с экспериментальными, имеющимися в открытых публикациях позволяют рекомендовать полученную зависимость для оценки потерь энергии вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес высокоскоростных передач на стадии проектирования. Проведен анализ влияния ключевых геометрических параметров зубчатых колес и параметров среды на аэродинамические потери энергии в высокоскоростных зубчатых передачах.

**Список литературы:** 1. Diab, Y., Ville, F., and Velex, P., 2006, "Investigations on Power Losses in High Speed Gears," J. Eng. Tribol., 220, pp.191–298. 2. Dawson, P.H., 1988, "High Speed Gear Windage," GEC Review, 4 (3), pp.164–167. 3. Y. Diab, F. Ville, P. Velex, and C. Chagent, "Windage Losses in High Speed Gears – Preliminary Experimental and Theoretical Results," Journal of Mechanical Design, Vol. 126, Sept. 2004, pp.903–908. 4. Neil E. Anderson and Stuart H. Loewenthal, "Spur-Gear-System Efficiency at Part and Full Load," Tech. rep., NASA, 10 Dec. 1979, TP 1622 AVRADCOM TR 79-46. 5. Neil E. Anderson and Stuart H. Loewenthal, "Efficiency of Nonstandard and High Contact Ratio Involute Spur Gears," Fourth International Power Transmission and Gearing Conference, ASME, Cambridge, MA, Oct. 1984, NASA TM 83725 USAAVSCOM TR 84-C-9. 6. Robert F. Handschuh and Charles J. Kilmain, "Preliminary Investigation of the Thermal Behavior of High-Speed Helical Gear Trains," International Conference on Gears, International Federation for the Theory of Machines and Mechanisms, Munich, Germany, March 2002, NASA/TM-2002-211336 ARL-TR-2661. 7. K. Al-Shibl, K. Simmons, and C. N. Eastwick, "Modelling windage power loss from an enclosed spur gear," Journal of Power and Energy, Vol. 221, 2007, pp. 331–341, Proc. IMechE Part A. 8. Handschuh, R. F., and Kilmain, C. J., 2003, "Preliminary Comparison of Experimental and Analytical Efficiency Results of High-Speed Helical Gear Trains," DETC'03, ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Vol. 4B, pp.949–955. 9. Юдин Е.М. Шестеренные насосы. Издание 2-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1964. – 236с. 10. Hayward A. T. "The viscosity of bubbly oil", Fluid Report, No99, National Engineering Laboratory, Glasgow, U.K., 1961. 11. Seetharaman, S. "An investigation of load-independent power losses of gear systems" PhD Dissertation, The Ohio State University, 2009. 12. Газовые турбины. Ч.1. Термодинамические процессы и теплообмен в конструкциях / Шнеэ Я. И., Капинос В. М., Котляр И. В. – К.: Вища школа, 1976. – 296с.

Поступила в редколлегию 18.06.10

**В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ**, д.т.н., главн. инж. пр-та ЗАО "НКМЗ", г. Краматорск  
**Г.С. СУКОВ**, к.э.н., генеральный директор ЗАО "НКМЗ"  
**А.И. ВОЛОШИН**, главный инженер ЗАО "НКМЗ"  
**Ю.В. ЧИБИСОВ**, к.э.н., зам. ген. директора ЗАО "НКМЗ"  
**Г.А. ЛЕСНЯК**, начальник отдела редуكتورования ЗАО "НКМЗ"

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ КРУПНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ, РАБОТАЮЩИХ С АБРАЗИВНЫМ ИЗНОСОМ

Викладено результати дослідження навантажувальної здатності великих зубчастих передач, що працюють у змащенні з наявністю часток абразиву. Концепція контактної взаємодії активних поверхонь зубів з абразивними частками представляє диференційований підхід до аналізу впливу фізико-механічних властивостей матеріалів зубчастих коліс, геометричних і кінематичних характеристик сполучених елементів, характеру розподілу навантаження по контактних лініях – на навантажувальну здатність зубчастих зацеплень. Вірогідність теоретичних положень підтверджена результатами лабораторно-експериментальних досліджень виконаних на ЗАТ "НКМЗ" і апробована в умовах експлуатації промислових зразків.

Results of research of load ability of the large gears working in greasing with presence of particles of abrasive are stated. The concept of contact interaction of active surfaces of teeth with abrasive particles represents the differentiated approach to the influence analysis physical-mechanical properties of materials of gears, geometrical and kinematic performances of the interfaced elements, character of loading distribution on contact lines – to load ability of gears. Reliability of theoretical positions is confirmed by results laboratory – experimental researches executed on Joint-Stock Company "NKMZ" and approved under operating conditions industrial samples.

Абразивный износ поверхностей зубьев наблюдается преимущественно в открытых зубчатых передачах, хотя может происходить и в редукторах при попадании в масло твердых частиц, в т.ч. продуктов износа. Характер и интенсивность абразивного износа зубьев открытых и закрытых передач отличаются более слабой защищенности пространства между зубьями в открытых передачах от притока свежих абразивных материалов.

Физическая сущность явлений происходящих в окрестностях контакта активных поверхностей зубьев, в том числе и в промежуточном масляном слое, в настоящее время изучена не достаточно. Не сложилось единой оценки причин вызывающих различные формы и интенсивность износа поверхностей зубьев, различаются и подходы к решению этой сложной проблемы. Задача абразивного износа поверхностей зубьев имеет практическое инженерное значение, и поэтому в последние годы ей уделяется большое внимание исследователей.

При разработке критерия износостойкости зубчатых зацеплений используют энергетические и металловедческие концепции, представленные в работе [1], где приведена классификация видов отказов зубчатых зацеплений, а также намечены