

Д.А. БАБИЧЕВ, аспирант каф. ТТС ТюмГНГУ (Нефтегазовый университет), г. Тюмень, Россия

ВИБРОАКТИВНОСТЬ СИЛ ТРЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРЯМОЗУБЫХ ПЕРЕДАЧАХ И КРИТЕРИИ ДЛЯ ЕЕ ОЦЕНКИ

Компьютерным моделированием показано, что силы трения зубьев могут быть значимой причиной возбуждения колебаний в цилиндрических прямозубых передачах на зубцовой частоте. Предложено расширить перечень качественных показателей, введенных ранее в [1-2], для оценки виброактивности зацепления, обусловленной силами трения зубьев.

Комп'ютерним моделюванням показано, що сили тертя зубів можуть бути важливою причиною порушення коливаний у циліндричних прямозубих передачах на зубцовій частоті. Запропоновано розширити перелік якісних показників, введених раніше в [1-2], для оцінки віброактивності зачеплення, обумовленої силами тертя зубів.

By computer modeling it is shown that power of a friction of teeth can be the significant reason of excitation of fluctuations in cylindrical spur gears on tooth to frequency. It is offered to expand the list of the quality indicators entered earlier in [1-2], for an estimation vibration activity of gearing, caused by power of a friction of teeth.

Обзор предшествующих работ. В [1] высказано предположение и показано, что трение зубьев в цилиндрических прямозубых передачах есть одна из возможных причин виброактивности зацепления. В [1] для количественной оценки виброактивности зацепления на зубцовой частоте, обусловленную трением зубьев, предложено два качественных показателя: а) *коэффициент силовой виброактивности* k_F – критерий изменчивости сил в зацеплении от трения зубьев; б) *коэффициент крутильной виброактивности* k_T – критерий изменчивости крутящего момента на ведомом колесе от этих же сил. Вычисляются k_F и k_T по формулам:

$$k_F = \frac{|\Delta \mathbf{F}_{MAX}|}{F_{MAX}}; \quad k_T = \frac{T_{2MAX} - T_{2MIN}}{T_{2sred}}. \quad (1)$$

где $\Delta \mathbf{F}_{MAX}$ – максимальная величина изменения вектора \mathbf{F} суммарной силы в зацеплении при повороте колес на один угловой шаг (за цикл); F_{MAX} – максимальная величина силы \mathbf{F} за цикл; T_{2MIN} , T_{2MAX} , T_{2sred} – предельные и среднее значения крутящего момента на ведомом зубчатом колесе за цикл (при $T_1 = \text{const}$ на ведущей шестерне).

В [2] содержатся результаты компьютерного моделирования работы большого числа цилиндрических прямозубых эвольвентных передач, проведенного для выявления зависимости этих двух предложенных качественных показателей виброактивности k_F и k_T от геометро-кинематических параметров зацепления. В ходе выполненного исследования установлено:

- При переходе точки контакта через полюс зацепления происходит мягкий удар, направленный *вдоль межосевой линии*.
- В типичных передачах величина мягкого удара при коэффициенте трения $f=0,1$ составляет более 40% от величины расчетной радиальной силы, и более 20% от суммарной силы в зацеплении ($k_F > 20\%$).
- Величина изменения крутящего момента на колесе, обусловленная трением зубьев, зависит, главным образом, от коэффициента потерь k_p мощности в зацеплении. Т.е. от среднего за цикл КПД: $k_p = 1 - \text{КПД}$. При этом коэффициент крутильной виброактивности $k_T \approx (1,5 - 2)k_p$.
- Пониженной виброактивностью обладают передачи с коэффициентом перекрытия $\varepsilon > 2$, особенно, при ε близком к 2 или к 3.
- В доплюсных и в заплосных передачах силовая виброактивность минимальна, а крутильная виброактивность повышенная.

При компьютерном моделировании выявлено также влияние на виброактивность, обусловленную трением зубьев, следующих геометро-кинематических параметров: коэффициента перекрытия, положения линии зацепления, угла зацепления, числа зубьев, закона изменения нормальной силы при пересопряжении зубьев [2].

На рисунках 1-3, взятых из [2], приведены в качестве примера результаты анализа виброактивности высоконапряженной высокоскоростной передачи, нарезанной стандартным инструментом (далее эту передачу называем типичной).

Ее параметры: $P_1 = 600 \text{ кВт}$, $n_1 = 17000 \text{ об/мин}$, коэффициент трения между зубьями $f = 0,1$; $m = 3 \text{ мм}$, $z_1 = 28$, $z_2 = 41$, ширина колеса $b_2 = 32 \text{ мм}$; параметры исходного контура: $\alpha = 20^\circ$, $h_a = 1$, $c_0 = 0,25$, $h_f = 2$; коэффициенты смещения $x_1 = 0,6596$ и $x_2 = 0,7689$, давшие угол зацепления $\alpha_w = 25^\circ$ при выровненных коэффициентах удельного скольжения: $v_{1\text{max}} = v_{2\text{max}} = 0,74$; коэффициент перекрытия $\varepsilon = 1,334$; $a_w = 107,312 \text{ мм}$; силы между зубьями в момент пересопряжения изменяются по линейному закону (см. среднюю диаграмму на рисунке 1); коэффициент потерь на трение зубьев $k_p = 0,97\%$; максимальная сила в зацеплении $F_{MAX} = 9002 \text{ Н}$; максимальные контактные напряжения $\sigma_{\text{max}} = 996 \text{ МПа}$; коэффициенты динамической виброактивности: $k_F = 21,21\%$ и $k_T = 1,886\%$.

Из рисунка 1 видно, что в текущем положении точка контакта одна, и находится она вблизи полюса зацепления (перед ним). На рисунке 2 изображены векторы общей силы \mathbf{F} и ее составляющие: нормальная F_n и сила трения $F_{\text{тр}}$. Он показывает, что при переходе точки контакта через полюс зацепления сила между зубьями резко уменьшилась почти на 800Н – с 8993 до 8196 (были взяты два положения точки контакта на расстоянии в нескольких микрометрах от полюса зацепления – перед ним и после него). Видно, что годограф вектора общей силы \mathbf{F} есть замкнутая кривая очень близкая к прямой, параллельной межосевой линии; и что из-за смены направления силы трения, нормальная сила F_n уменьшилась. На рисунке 3 – диаграммы, показывающие, как изменяются в течение цикла (при повороте зубчатых колес на угловой шаг)

отношения: а) возмущающей силы (практически радиальной) к максимальной силе между зубьями и б) возмущающего крутящего момента на колесе к его среднему значению.

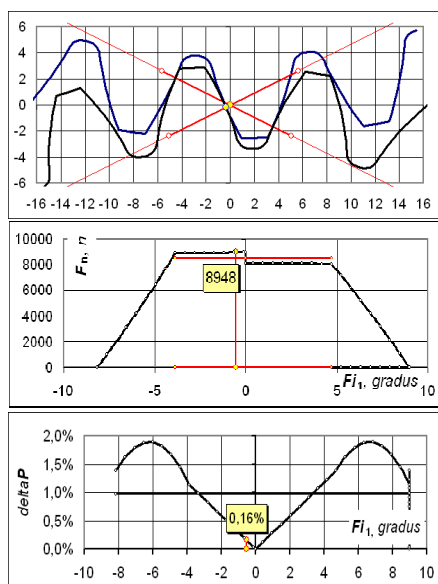


Рисунок 1 – Картина зацепления, нормальная сила F_n и потери мощности ΔP в зацеплении

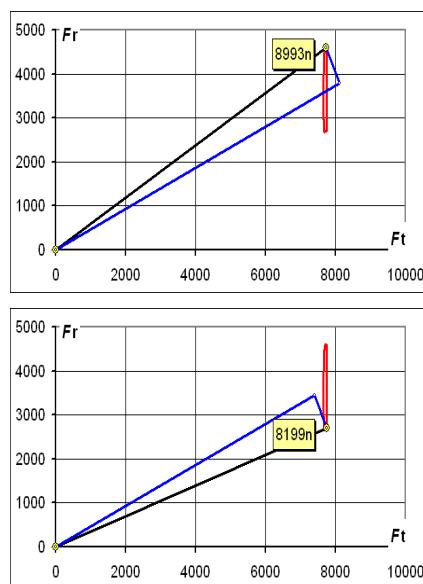


Рисунок 2 – Годограф силы в зацеплении и силы на колесо до и за полюсом зацепления

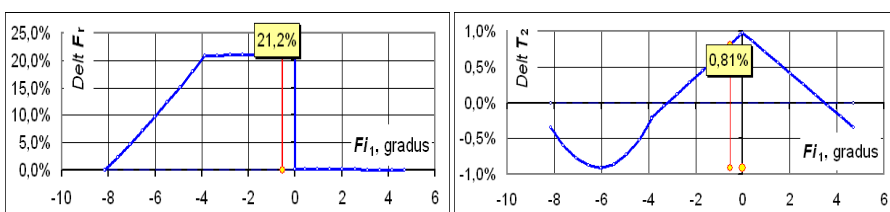


Рисунок 3 – Силовая и крутильная виброактивность в типичной передаче

На рисунках 4-5, также взятых из [2], приведен еще один пример анализа виброактивности передачи, нарезанной стандартным инструментом, но при других коэффициентах смещения: $x_1=1,3596$, $x_2=0,0689$, превратившие передачу в почти заплуюсную. Ее параметры, отличающиеся от параметров типичной передачи: $\varepsilon=1,248$, $v_{1max}=0,59$, $v_{2max}=1,446$, $k_p=1,799\%$, $F_{MAX}=8440H$, $\sigma_{max}=916МПа$; коэффициенты динамической виброактивности: $k_F=10,68\%$, $k_T=2,703\%$.

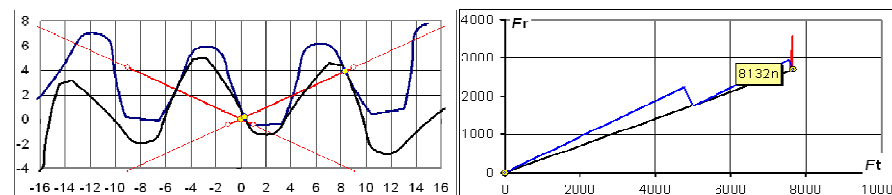


Рисунок 4 – Почти заплуюсная передача, годограф сил и силы в текущем положении

Из рисунка 4 видно, что в текущем положении точек контакта две: одна из них находится вблизи полюса зацепления. А сам полюс расположен на участке двухпарного зацепления. Поэтому, на годографе сил в текущем положении (рисунок 4) видны (кроме суммарного вектора сил в зацеплении) еще и: две его нормальные составляющие, и две силы трения в каждой из этих двух точек контакта.

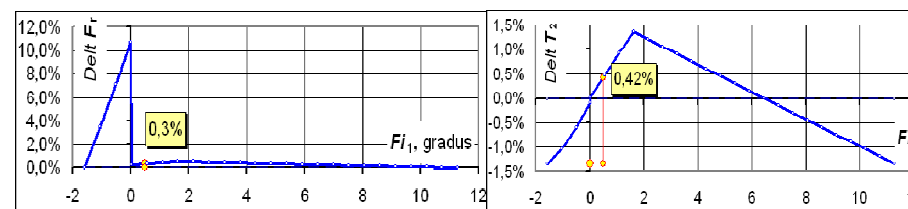


Рисунок 5 – Силовая и крутильная виброактивность в почти заплуюсной передаче

Сравнивая виброактивность двух передач по рисункам 3 и 5, отметим:

- 1) Коэффициент *крутильной* виброактивности k_T у второй передачи больше, чем в типичной передаче почти в полтора раза. Причина: в ней больше коэффициент потерь k_p на трение ($1,799\% > 0,97\%$) из-за большей средней удаленности точки контакта зубьев от полюса зацепления.
- 2) Коэффициент *силовой* виброактивности k_F у второй передачи меньше, чем в типичной передаче почти в два раза. Причина: полюс зацепления, в котором происходит мягкий удар, находится примерно в центре одного из участков двухпарного зацепления, и поэтому в нем сила между зубьями примерно вдвое меньше, чем на участке однопарного зацепления. Поэтому и величина мягкого удара вдвое меньше – это видно и при сравнении годографов на рисунках 2 и 4.
- 3) График изменения силовой виброактивности на рисунке 5 показывают, что характер изменения возмущающей силы является импульсным, т.е. кратковременным, при почти постоянной силе в течение большей части цикла. Поэтому:
 - Чем ближе полюс зацепления, находящийся на отрезке двухпарного зацепления, к границе линии зацепления, тем меньше будет в нем сила

мягкого удара и тем меньше коэффициент силовой виброактивности. Когда полюс зацепления окажется вне полюса зацепления, этот импульс исчезнет, и коэффициент силовой виброактивности уменьшится на порядок. Но это при условии, что не будет мягких ударов при пересопряжении зубьев.

- Несмотря на значительный мягкий удар в полюсе зацепления (хотя и вдвое меньший, чем в типичной передаче), импульсный характер этого воздействия свидетельствует о том, что такой удар не должен является сильным вибровозбудителем, т.к. энергия этого удара невелика.

Постановка проблемы. Как указывалось выше, мягкий удар, происходящий в полюсе зацепления из-за смены направления силы трения зубьев: а) является главной причиной виброактивности сил трения зубьев (что было ясно и до компьютерного моделирования); б) всегда действует на зубчатые колеса практически точно в радиальном направлении, хотя сила трения направлена по касательной к профилям зубьев (что вначале для нас оказалось неожиданным). Из-за радиальной направленности мягкого удара, представляется более информативным для анализа силовой виброактивности не коэффициент k_F изменчивости общей силы в зацеплении, а коэффициент k_{Fr} изменчивости радиальной силы. *Задачи исследования:*

Задача 1. Следует ввести и использовать коэффициент радиальной виброактивности k_{Fr} . Коэффициент же силовой виброактивности k_F оставить для анализа до- и заполосных передач, в которых в полюсе зацепления нет контакта зубьев.

Задача 2. Выполнить для конкретных передач гармонический анализ вибровозбуждающей радиальной силы (т.е. разложить коэффициенты k_{Fr} в ряды Фурье) и вибровозбуждающего крутящего момента (разложив в ряды Фурье k_T).

Задача 3. Т.к. коэффициенты k_F , k_T , (и k_{Fr}) не учитывают характер изменения возбуждающей силы и крутящего момента, следует ввести качественные показатели, которые будут учитывать импульсность и степень плавности F , T_2 и F_r . И сделать это, опираясь на результаты гармонического анализа.

Задача 4. Дать полный перечень предложенных качественных показателей, характеризующих виброактивность сил трения зубьев, и уточнить все термины.

Задача 5. Наметить методику синтеза прямозубых цилиндрических передач, имеющих минимальную виброактивность, вызываемую трением зубьев.

Коэффициент k_{Fr} радиальной виброактивности зацепления. Вычисляем этот коэффициент по формуле:

$$k_{Fr} = \frac{F_{r\max} - F_{r\min}}{F_{r0}}. \quad (2)$$

Здесь $F_{r\max}$ и $F_{r\min}$ – максимальное и минимальное значения суммарной радиальной силы в зацеплении; F_{r0} – расчетная радиальная сила, вычисленная без учета сил трения зубьев.

Гармонический анализ вибровозбуждающих усилий. Исследуя колебания при наличии периодической возмущающей силы $Q_F(t)$, составляют и решают дифференциальные уравнения, в правой части которых возмущающее усилие, период которого равен t_0 , представляют в виде ряда Фурье [3]:

$$Q_F(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \left(a_j \cdot \cos j \frac{2\pi}{t_0} t + b_j \cdot \sin j \frac{2\pi}{t_0} t \right), \quad (3)$$

где a_0 , a_j и b_j ($j=1, 2, \dots, \infty$) – коэффициенты ряда Фурье, определяемые по известным формулам гармонического анализа [3]; t_0 – время поворота колес на 1 шаг.

На рисунках 6 и 7 представлены результаты гармонического анализа виброактивности двух передач, рассмотренных выше: а) графики виброактивности; б) аппроксимирующие ряды Фурье; в) по 3-7 первых гармоник; числовые значения коэффициентов рядов Фурье, амплитуд гармоник и их фаз. Эти рисунки иллюстрируют общие тенденции, характерные для виброактивности сил трения зубьев во всех эвольвентных прямозубых цилиндрических передачах:

- При аппроксимации крутильной виброактивности p_T (крутящего момента T_2 на ведомом колесе) достаточно удерживать 1-3 гармоники (на рисунках 6 и 7 показаны ряды Фурье с удержанием 4-х гармоник).
- При аппроксимации радиальной виброактивности p_{Fr} (суммарной радиальной силы F_r в зацеплении) нужно удерживать гармоник больше в 1.5-2 раза (на рисунке 6 их удержано шесть, а на рисунке 7 – восемь).

Коэффициенты приведенных виброактивностей зацепления. Первоначально попытались ввести энергетические коэффициенты виброактивности: радиальной k_{FrE} и крутильной k_{TE} , которые учитывали бы кратковременность действия возбуждающего усилия. Их смысл – отношение двух работ за время поворота зубчатых колес на один угловой шаг: $k_{TE} = \Delta A_T / \Delta A_1$. Где ΔA_T – максимальная работа, которая может пойти за цикл на возбуждение крутильных вибраций с зубцовой частотой при некоторой базовой амплитуде колебаний на начальной окружности (например, равной 1мм или 1мкм); ΔA_1 – работа ведущей шестерни за цикл.

Чтобы найти ΔA_T находили угол фазы $\Delta\phi$, при котором $\Delta A_T = \max$. В последующем выяснилось, что k_{TE} находится в линейной зависимости от амплитуды первой гармоники разложения T_2 в ряд Фурье. А угол фазы $\Delta\phi$ оказался равен фазе первой гармоники (см. таблицы на рисунках 6 и 7).

$$p_F = \frac{F - F_{\min}}{F_{\min}}, \quad p_{Fr} = \frac{F_r - F_{r0}}{F_{r0}}, \quad p_T = \frac{T_2 - T_{2sred}}{T_{2sred}}; \quad \left. \begin{array}{l} p_{FrS} = p_{Fr} \cdot k_{FrSin} \\ p_{TS} = p_T \cdot k_{TSin} \end{array} \right\} (6)$$

Здесь F , F_r и T_2 – суммарная и радиальная силы в зацеплении, а также крутящий момент на колесе в текущем положении звеньев; F_{\min} – минимальное значение суммарной силы в зацеплении; F_{r0} – расчетная радиальная сила, вычисленная без учета сил трения зубьев. T_{2sred} – среднеарифметическое значение крутящего момента T_2 на колесе за цикл (при $T_1 = \text{const}$ на ведущей шестерне). k_{FrSin} и k_{TSin} – поправочные коэффициенты, вычисляемые по формулам (4).

О синтезе передач с минимальной виброактивности сил трения зубьев:

1. Предложенные качественные показатели виброактивности зацепления (k_F , k_{Fr} , k_T , k_{FrS} и k_{TS}), характеризующие периодические возмущающие силы и крутящий момент, зависят только: а) от закона распределения сил при многопарном контакте зубьев (например, при пересопряжении зубьев); б) от коэффициента трения между зубьями; в) и, главное, от геометрии зацепления. Поэтому, можно на этапе геометрического синтеза передачи оценить ее виброактивность, и получить минимально возможную виброактивность, обусловленную трением зубьев.

2. При геометрическом синтезе оценивать виброактивность передачи можно: либо, "прогоняя" передачу через компьютерную программу анализа виброактивности, либо, используя "модернизированные" блокирующие контуры с нанесенными на них линиями равных уровней приведенных виброактивностей k_{FrS} и k_{TS} .

3. Коэффициенты рядов Фурье, аппроксимирующих силы и крутящий момент в зацеплении, предназначены для использования в динамических моделях при анализе вибраций в эвольвентных цилиндрических передачах.

Список литературы: 1. Babichev D.A., Serebrennikov A.A., Babichev D.T. Qualitative indexes of flat engagements operation. Research and Development of mechanical Elements and Systems. The 7th international scientific conference: IRMES 2011. Zlatibor, Serbia. – 2011 (В печати – 8с.: 1 уч.п.л.). **2.** Бабичев Д.А. Виброактивность цилиндрических передач, обусловленная трением зубьев // Современное машиностроение. Наука и образование // Сб. докл. международной научно-практич. конференции. – Санкт-Петербург, 2011. – (14-15 июня, 10с., в печати). **3.** Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний, – М.: Высшая школа, 1966. – 255с.

Поступила в редколлегию 11.05.11