

**А.Г. ПРИЙМАКОВ**, к.т.н., профессор ХГТУСА, г. Харьков  
**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., старший научный сотрудник  
 каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков  
**Г.А. ПРИЙМАКОВ**, аспирант НТУ "ХПИ"

**ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ В СИЛОВЫХ ВОЛНОВЫХ  
 ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ ГЕРМЕТИЧНОГО ТИПА С УЧЕТОМ  
 МЕХАНИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ**

Разработаны расчетные зависимости, позволяющие оценить динамические нагрузки в силовых волновых зубчатых передачах герметичного типа при пусковых и переходных режимах с учетом механической характеристики электродвигателя по Клоссу. Теоретически и экспериментально определены динамические нагрузки, возникающие в металлополимерном гибком колесе при пуске и в переходных режимах работы асинхронного электродвигателя.

Розроблено розрахункові залежності, що дозволяють оцінити динамічні навантаження в силових хвильових зубчатих передачах герметичного типу при пускових і перехідних режимах з урахуванням механічної характеристики електродвигуна по Клоссу. Теоретично і експериментально визначені динамічні навантаження, які виникають в металополімерному гнучкому колесі при пуску і в перехідних режимах роботи асинхронного електродвигуна.

Formulas to assess the dynamic loads in the power wave gearing of hermetic type during start-up and transient condition are developed, taking into account the mechanical characteristics of the electromotor to Kloss. Dynamic loads, which resulting in metal-polymer flexible wheel at start up and transition modes of induction electromotor are determined theoretically and experimentally.

**Цель статьи** – создать расчетные зависимости, позволяющие оценить динамические нагрузки в силовых волновых зубчатых передачах герметичного типа (ГСВЗП) в пусковых и переходных режимах с учетом механической характеристики электродвигателя.

**1. Динамические нагрузки в пусковых режимах с учетом механической характеристики электродвигателя.** Механическая характеристика электродвигателя описывается формулой Клосса [1, 2]

$$M_g = \frac{2M_k}{\frac{\dot{S}}{S_k} + \frac{S_k}{\dot{S}}}, \quad (1)$$

и имеет вид, показанный на рисунке 1.

Рассматриваем двухмассовую расчетную схему.

Для первого случая нагружения системы дифференциальные уравнения движения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 - (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + C_n (\varphi_1 - \varphi_2) &= M_g (\dot{\varphi}_1); \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + C_n (\varphi_1 - \varphi_2) + M_H &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для второго случая нагружения системы дифференциальные уравнения движения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} I_1 \dot{\varphi}_1 + \mu_{12} \dot{\varphi}_1 + C_n \varphi_1 &= M_g (\dot{\varphi}_1) \quad 0 \leq t \leq t_0; \\ I_1 \dot{\varphi}_1 + \mu_{12} (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + C_n (\varphi_1 - \varphi_2) &= M_g (\dot{\varphi}_1) \\ I_2 \dot{\varphi}_2 - \mu_{12} (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - C_n (\varphi_1 - \varphi_2) + M_H &= 0 \quad t > t_0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Полученные дифференциальные уравнения нелинейны.

В дальнейшем для их решения на ЭВМ воспользуемся методом кусочно-линейной аппроксимации, заменяя сложный закон изменения момента двигателя рядом прямолинейных отрезков, как показано на рисунке 1.

**2. Пример расчета динамических нагрузок в гибком колесе при пуске двигателя.** Используя полученные результаты, определим на конкретном примере динамические нагрузки, возникающие в гибком колесе при прямом пуске асинхронного двигателя.

Параметры рассчитываемого привода: передаточное число редуктора  $u=101$ ; момент инерции двигателя и соединенных с ним муфт  $I_\phi=8,63 \times 10^{-4}$  кг·м<sup>2</sup>; момент инерции генератора  $I_g=7 \times 10^{-6}$  кг·м<sup>2</sup>; момент инерции частей привода, жестко соединенных с тихоходным валом редуктора  $I_T=1,3$  кг·м<sup>2</sup>; момент нагрузки равен  $M_H=450$  Н·м; коэффициент жесткости системы  $C_{IT}=3,1 \times 10^3$  Н·м/рад; коэффициент диссипации энергии  $\mu=15$  Н·м·с/рад. На приводе установлен двигатель АОЛ 12-2, механическая характеристика которого, рассчитанная по паспортным данным, показана на рисунке 1.

Рассмотрим второй случай нагружения системы. Расчет динамических нагрузок при постоянном моменте двигателя без учета диссипации энергии производим по формуле [2]

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_2 + I_2} - \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos \omega_1 t + \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}} \sin \omega_1 t, \quad (4)$$

а с учетом диссипации энергии – по формуле [2]

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + e^{-nt} \left\{ \begin{aligned} & - \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos p_0 t + \\ & + \left[ \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1 p_0^2}} - \frac{n}{p_0} \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \right] \sin p_0 t \end{aligned} \right\} \quad (5).$$

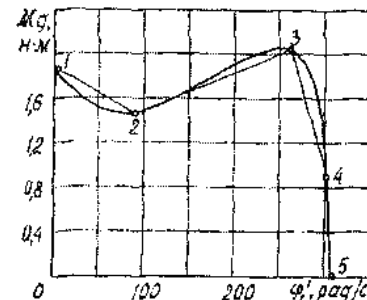


Рисунок 1 – Механическая характеристика асинхронного двигателя

Расчет динамических нагрузок с учетом механической характеристики электродвигателя произведен по исходным дифференциальным уравнениям (3) на ЭВМ. При этом момент двигателя аппроксимировался прямолинейными участками, рисунок 1. При расчете динамических нагрузок момент двигателя принимается равным пусковому.

Результаты расчета представлены на рисунке 2. Там же даны и результаты эксперимента, методика которого приведена в [2]. Из рисунка видно, что изменение упругого момента для теоретических кривых 2 и 3 близко к эксперименту. Дальнейшие исследования показали, что наибольшее приближение к действительным нагрузкам в приводе, как по их максимальным величинам, так и по характеру протекания переходного процесса дает формула (5), кривая 2. При этом погрешность в определении максимального упругого момента лежит в пределах 10...16%, а погрешность в определении частоты колебаний 5...15%. Расчеты динамических нагрузок по формуле (4) дают погрешность при определении максимального упругого момента в пределах 20...32% в сторону завышения. Расчеты динамических нагрузок с учетом механической характеристики двигателя дают заниженные результаты по сравнению с экспериментом на 15...35%.

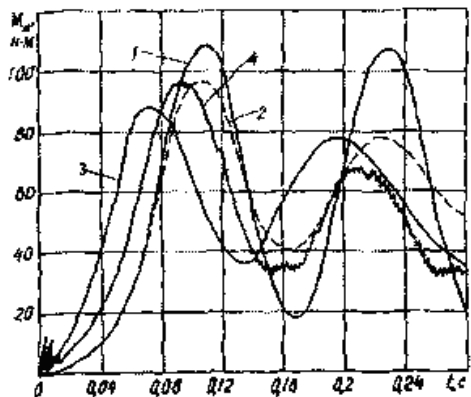


Рисунок 2 – Изменение упругого момента в гибком колесе при пуске двигателя:

1 – момент, рассчитанный без учета диссипации энергии; 2 – момент, рассчитанный с учетом диссипации энергии; 3 – момент, рассчитанный с учетом механической характеристики; 4 – экспериментальное значение момента для параметров, соответствующих рассмотренному примеру

**3. Параметрические исследования. Сравнение методик расчета.** Как показано выше, для определения динамических нагрузок в силовой волновой герметичной передаче в пусковых режимах можно применить различные методики, в которых по-разному учитываются моменты двигателя и диссипации энергии.

С целью определения влияния параметров системы на динамические нагрузки и выбора методики расчета, которая дает наибольшее приближение к эксперименту, проведены параметрические исследования. Определены также границы применения полученных формул.

Параметрические исследования проводились для привода, показанного на рисунках 3, 4.

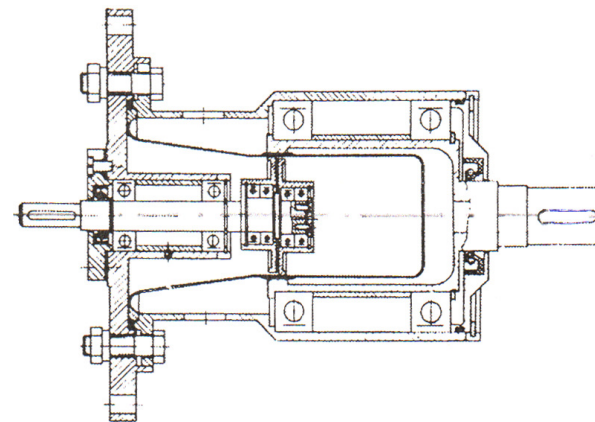


Рисунок 3 – Опытный двухволновой силовой герметичный редуктор (ДВГР)

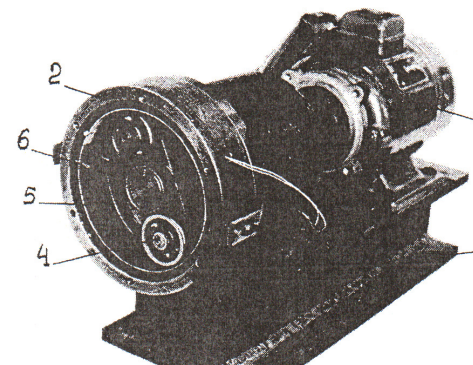


Рисунок 4 – Общий вид привода с ДВГР:

1 – рама; 2 – корпус ДВГР; 3 – электродвигатель УЛ-061; 4 – генератор волн; 5 – сменные гибкие колеса; 6 – штифты

Параметры расчетной схемы менялись в следующих пределах:

момент инерции ведущей массы –  $I_q=3,2...10,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ;

момент инерции ведомой массы –  $I_7=1,3...3,9 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ;

полный коэффициент жесткости системы –  $C_n=0,8 \times 10^3...2,1 \times 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$ ;

момент нагрузки –  $M_H=0...450 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;

коэффициент диссипации системы  $\mu_{12}=5...40 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$ .

При исследовании влияния какого-либо параметра он изменялся, а остальные оставались постоянными.

Определение упругих моментов производилось: при расчете с учетом диссипации энергии, без учета диссипации энергии; при расчете с учетом механической характеристики электродвигателя по исходным дифференциаль-

ным уравнениям (3).

Влияние момента инерции и ведомой масс, момента нагрузки, коэффициента жесткости системы. Характер изменения упругого момента в переходном режиме при изменении отдельных параметров системы при расчете с учетом механической характеристики двигателя (уравнение 3) показаны на рисунках 5, 6. Во всех случаях максимальное значение упругого момента достигается в первой полуволне колебаний. Затем его колебания затухают.

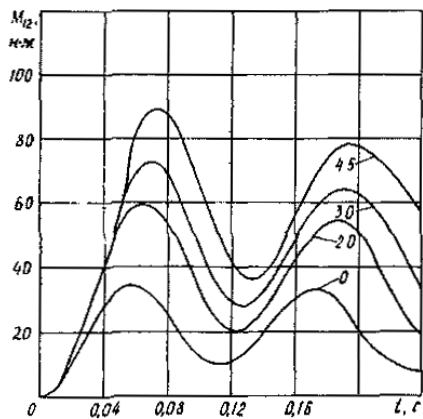


Рисунок 5 – Влияние момента нагрузки на динамические нагрузки

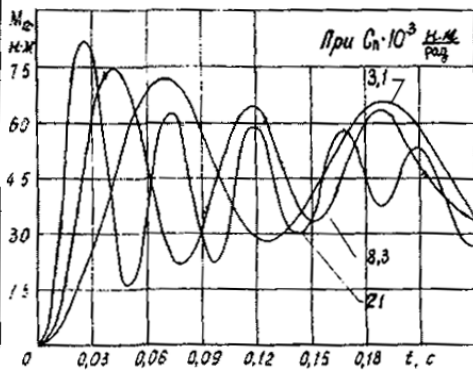


Рисунок 6 – Влияние коэффициента жесткости на динамические нагрузки

Изменения упругого момента при расчете по формуле (5) по характеру близки к показанным на рисунках. Изменения упругого момента, рассчитанного по формуле (4), представляют собой незатухающие колебания, что вносит большие погрешности при определении, как максимальных нагрузок, так и времени переходного процесса.

Изменение величины максимального значения упругого момента в зависимости от изменения параметров системы для второго случая нагружения показаны на рисунках 7-8.

Анализ полученных зависимостей показывает, что увеличение момента инерции ведомого звена, увеличение момента нагрузки и уменьшение момента инерции ведущего звена приводит к увеличению динамического упругого момента при пуске двигателя.

Исследования влияния момента инерции ведущей массы, рисунок 9, позволили установить, что конструкция генератора в силовых волновых передачах практически не влияет на динамические нагрузки ввиду малой величины его момента инерции по сравнению с моментом инерции двигателя. У исследуемого редуктора, например, момент инерции дискового генератора составил около 1% от момента инерции двигателя, а у равнозначного ему генератора принудительной деформации около 5%, что привело к уменьшению динамического момента на 3%.

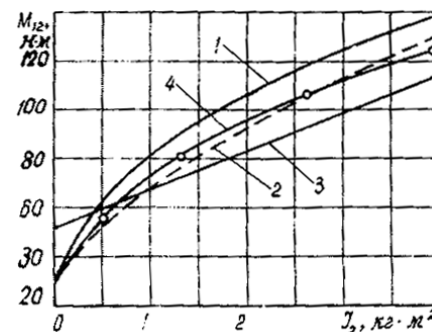


Рисунок 7 – Влияние момента инерции ведомого звена на максимальное значение динамических нагрузок:  
1 – момент, рассчитанный по формуле (4);  
2 – момент, рассчитанный по формуле (5);  
3 – момент, рассчитанный по уравнениям (3);  
4 – экспериментальное значение момента  $M_{max}$  Н·м

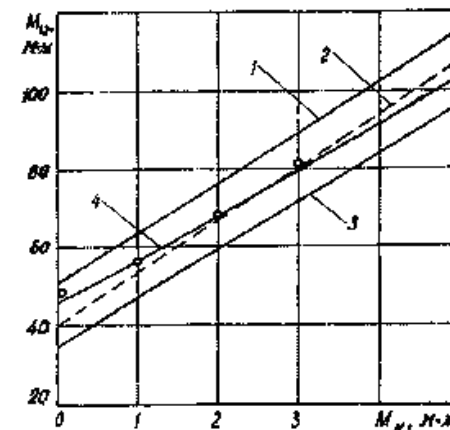


Рисунок 8 – Влияние момента нагрузки на максимальное значение динамических нагрузок:  
1 – момент, рассчитанный по формуле (4);  
2 – момент, рассчитанный по формуле (5);  
3 – момент, рассчитанный по уравнению (3);  
4 – экспериментальное значение момента

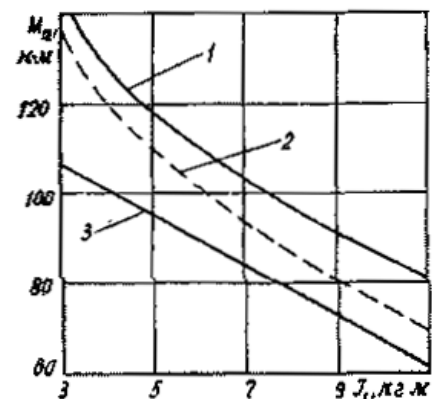


Рисунок 9 – Влияние момента инерции ведущего звена на максимальное значение динамических нагрузок:  
1 – момент, рассчитанный по формуле (4);  
2 – момент, рассчитанный по формуле (5);  
3 – момент, рассчитанный по уравнению (3)

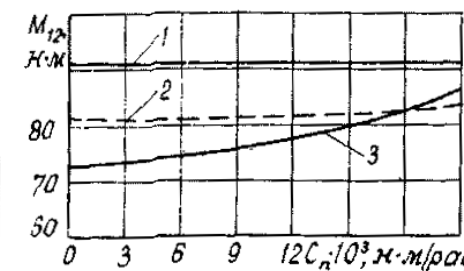


Рисунок 10 – Влияние коэффициента жесткости системы на максимальное значение динамических нагрузок:  
1 – момент, рассчитанный по формуле (4);  
2 – момент, рассчитанный по формуле (5);  
3 – момент, рассчитанный по уравнению (3)

С увеличением коэффициента жесткости системы, рисунок 10, динамические нагрузки возрастают. Для исследуемого редуктора при изменении жесткости системы от  $0,8 \times 10^3$  до  $2,1 \times 10^3$  Н·м/рад, что соответствует частоте

собственных колебаний системы  $f_c=4,2\dots 22,3\text{с}^{-1}$ , динамические нагрузки возрастают на 18%. Было выяснено, что наиболее опасный режим в приводе с асинхронным двигателем наблюдается при частоте собственных колебаний системы  $f_c=50\text{с}^{-1}$ . В этом случае наступает резонанс, связанный с совпадением частоты собственных колебаний системы с колебаниями электромагнитного момента двигателя при его пуске. Такое явление наблюдалось при экспериментальных исследованиях. Но так как колебания электромагнитного момента носят кратковременный характер [1, 2] и волновой редуктор обладает хорошим демпфированием, колебания упругого момента быстро затухают. При изменении частоты собственных колебаний в большую или меньшую сторону этих явлений не наблюдается.

Ввиду того, что у волнового редуктора имеется возможность изменения коэффициента жесткости в широких пределах за счет изменения как толщины гибкого колеса, так и его длины, то для исключения резонанса и уменьшения динамических нагрузок при пуске при проектировании привода необходимо выдержать условие, чтобы  $f_c \neq 50\text{с}^{-1}$ .

**4. Влияние коэффициента диссипации.** Демпфирование в приводе объясняется действием сил неупругого сопротивления – трения, которые ограничивают амплитуды колебаний. Точный учет трения в системе при расчетах крутильных колебаний связан с большими трудностями [1, 2]. Поэтому применяют приближенный метод, основанный на предположении о сравнительно малом демпфирующем сопротивлении.

Рассеяние энергии колебаний в приводе определяется электромагнитным демпфированием в электродвигателе и демпфированием в механических элементах привода, которое происходит в стыках механической системы, в материале деталей и в специально введенных в привод демпфирующих элементах.

Как показали наши исследования, демпфированием электродвигателя можно пренебречь ввиду его малости по сравнению с демпфированием в волновом редукторе. Рассеянием в материале деталей также можно пренебречь, т.к. относительное рассеяние энергии  $\varphi$  в металлах очень мало,  $\varphi=0,01\dots 0,02$  [1, 2]. Основное рассеяние в волновой передаче происходит в зубчатом соединении и генераторе деформации. Экспериментальные исследования показали, что для волновых передач  $\psi=0,8\dots 1,0$ . Это соответствует рассеянию энергии в шлицевых соединениях и значительно выше коэффициента рассеяния для обычных зубчатых передач, у которых  $\varphi=0,21\dots 0,42$  [1, 2]. Такое увеличение относительного рассеяния энергии в приводе с волновым редуктором приводит к снижению динамических нагрузок по сравнению с обычными зубчатыми передачами на 20...30% и обуславливает необходимость учета демпфирования при расчетах.

Параметрические исследования показали, что как по величинам упругих моментов, так и по характеру протекания переходного процесса наилучшие результаты дают формулы (4) и (5) [2]. Было выяснено, что в приводах с вол-

новыми передачами всегда соблюдается условие  $n/p_0 < 10$ . Это позволило получить более простые формулы для определения упругого момента.

При пуске системы с предварительным нагружением максимальный момент необходимо определять по формуле [2]

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + e^{-n \frac{\pi}{p_0}} \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}. \quad (6)$$

При пуске системы без предварительного нагружения максимальный момент необходимо определять по формуле [2]

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + e^{-nt} \left\{ -\frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos p_0 t + \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1 p_0^2}} \sin p_0 t \right\}. \quad (7)$$

При пуске системы без предварительного нагружения упругой связи формулы для определения максимального момента имеют вид:

$$\text{если соблюдается условие } \frac{I_2}{I_1 + I_2} \leq 0,1,$$

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) C_n M_H}{I_1 p_0^2}} e^{-\frac{\pi n}{2 p_0}}, \quad (8)$$

$$\text{если } \frac{I_2}{I_1 + I_2} > 0,1 \text{ то}$$

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + \left[ \frac{(M_g - M_H) I_2}{2(I_1 + I_2)} \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1 p_0^2}} \right] e^{-\frac{\pi n}{2 p_0}}. \quad (9)$$

Погрешность в определении максимального момента по приближенным формулам по сравнению с точным значением не превышает 3...5%.

Время затухания колебаний упругого момента с точностью до 15% определяется формулой [2, 3] окончательно:

$$t_{nep,np} = \frac{1}{n} \ln \frac{M_{12\max}}{1,1 M_H}, \quad (10)$$

а число полных колебаний

$$z = \frac{p_0}{2\pi n} \ln \frac{M_{12\max}}{1,1 M_H}. \quad (11)$$

**5. Влияние величины зазора.** На рисунке 11 показаны рассчитанные по формуле [2]

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} \left[ 1 + \sqrt{\frac{(I_1 + I_2)(2M_g C_n \delta_1 - M_H^2 I_1)}{(M_g I_2 + M_H I_1)}} \right] \quad (12)$$

графики изменения максимального момента в гибком колесе в зависимости от величины приведенного к тихоходному валу зазора.

Как указывалось выше, в волновой передаче люфт практически отсутствует. Поэтому в приводе с волновым редуктором зазоры наблюдаются только в соединительных муфтах.

Конструктивно значение зазора в муфтах может быть сведено до 0,01рад. Тогда зазор в муфте между двигателем и генератором не будет сказываться на величине динамического момента. Зазор в муфте между тихоходным валом редуктора и рабочим органом при соотношении моментов инерции  $I_1/I_2 < 0,15$  приводит к повышению динамического момента на 10...17% и его также можно не учитывать.

**Выводы.** Основные результаты комплексных исследований динамики волновой передачи в пусковых и переходных режимах:

1. На основании анализа конструкции привода с волновым герметичным редуктором разработана расчетная динамическая схема системы.

2. Составлены дифференциальные уравнения движения системы. Получено их решение при воздействии на систему пускового момента двигателя, изменяющегося по разным законам.

3. Проведено сравнение полученных решений. Определена степень их приближения к эксперименту.

4. На основании параметрических исследований найдены пути упрощения полученных зависимостей, что дало возможность вывести формулы, пригодные для проведения практических расчетов динамических нагрузок в пусковых режимах.

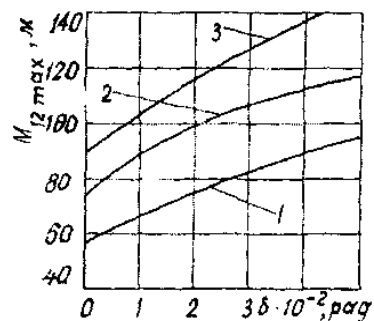


Рисунок 11 – Влияние зазора на величину максимального значения момента  $M_{12}$

**Список литературы:** 1. Швырев Н.П. Исследование привода с волновой герметичной передачей в динамических режимах: Автореф. дисс... канд. техн. наук. – Харьков, 1981. – 22с. 2. Приймаков А.Г., Приймаков Г.А., Швырев Н.П. Расчет и проектирование герметичных силовых волновых зубчатых передач. Монография. – Харьков: Обериг, 2010. – 112с. 3. Полетучий А.И. Волновые зубчатые передачи. Учебное пособие. – Харьков: Изд. ХАИ, 1979. – 166с.

Поступила в редколлегию 20.05.11