

**П.Л. НОСКО**, д.т.н., проф., зав. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск;  
**А.И. ПАВЛОВ**, д.т.н., профессор каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;  
**В.И. ВЕРБИЦКИЙ**, к.ф.-м.н., ХНАДУ "ХАДИ"

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД СОЗДАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ

Изложен геометрический метод проектирования зубчатых зацеплений.

Наведений геометричний метод проектування зубчастих зацеплень.

Geometric method of gearing project in this auricle is brought.

**Постановка вопроса.** В теории зубчатых зацеплений, наиболее полно представленной в монографии Ф.Л.Литвина [1], рассматриваются наиболее широко распространенное эвольвентное и неприменяемое в силовых передачах циклоидальное зацепления. Однако базы, объединяющей эти зацепления, не приводится.

**Анализ последних достижений и публикаций.** Автором [2-8] разработан метод синтеза зацеплений, основанный на построении Бобилье [9-12]. При этом записано дифференциальное уравнение зацепления, путем решения которого получено семейство эволютных зацеплений. Как частные случаи эволютных зацеплений являются упомянутые выше эвольвентное и циклоидальное зацепления.

**Постановка задачи.** Цель работы – на основе геометрических исследований показать общность современной теории зацеплений и привести результаты этих исследований.

**Основная часть.** В монографии [1] описано построение Бобилье (см. рисунок), являющееся геометрическим описанием любого зацепления. С его помощью записано дифференциальное уравнение

$$y'' = \frac{y'(1+y'^2)}{k(x)+x}, \quad (1)$$

где  $y(x)$ ,  $y'$ ,  $y''$  – функция, описывающая профиль зуба инструментальной рейки, и ее производные;  $k(x)$  – расстояние от мгновенного центра скоростей шатуна четырехзвенного механизма в построении Бобилье до межцентровой линии, вдоль которой направлена ось абсцисс. Начало координат помещено в полюсе передачи.

Величина расстояния  $k(x)$  названа коэффициентом разновидности, так как от нее зависит вид зацепления. Для того, чтобы происходило одновременное контактирование в двух и более точках, принадлежащих одной или нескольким парам зубьев в зацеплении, это расстояние должно быть постоянным. Это положение является достаточным условием для синтеза обкатных зубчатых зацеплений, на которое в теории зацеплений ссылок нет.

Линию, являющейся геометрическим местом точек контакта сопряженных поверхностей в плоскости зацепления, обычно называют линией зацепления. Из стилистических соображений ее надо называть, например, линией сопряжения. К примеру, в английском языке она называется линией взаимодействия (line of action). Получить уравнение линии сопряжения  $z(x)$  можно путем решения уравнения

$$z = \frac{x}{y'}. \quad (2)$$

После дифференцирования (2) и подстановки значения  $y''$  из (1) получим дифференциальное уравнение линии сопряжения

$$z' = \frac{k(x)z - x}{x(k(x) + z)}. \quad (3)$$

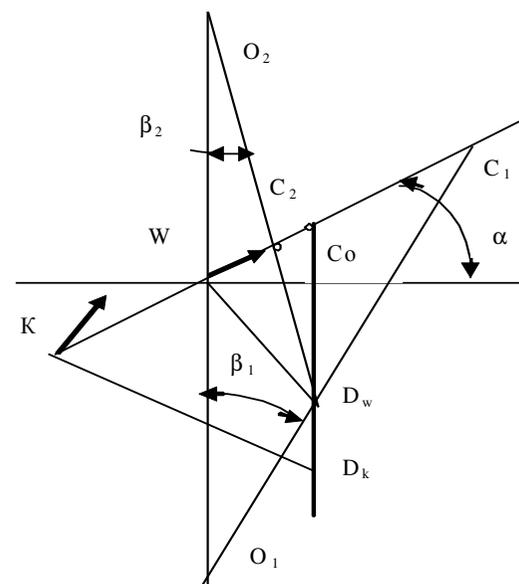


Рисунок – Построение Бобилье

эвольвентном зацеплении, необходимо выполнить условие

$$k \leq r \sin \alpha \cos \alpha, \quad (4)$$

где  $r$  – радиус делительной окружности шестерни;  $\alpha$  – угол зацепления в полюсе передачи.

Поскольку радиус делительной окружности шестерни зависит от числа зубьев, то коэффициент разновидности ограничен числом зубьев шестерни и углом зацепления в полюсе передачи. Величина угла зацепления в эвольвентной передаче определяет приведенный радиус кривизны, поэтому стремятся его увеличивать. Но с увеличением угла зацепления возрастает сила в зацеплении, что не позволяет получить какого-либо выигрыша при передаче одного и того же крутящего момента. Уменьшение угла зацепления приведет к

возрастанию коэффициента перекрытия, что может привести к трехпарному зацеплению в момент времени, когда одна из пары зубьев будет контактировать в полюсе. В этом случае нагрузка на зуб уменьшится примерно в три раза, что благоприятно скажется на напряжениях и в целом на прочности передачи.

Однако уменьшение угла зацепления не беспредельно. Если угол зацепления достигает значения, при котором  $\operatorname{tg} \alpha$  станет равным или меньше коэффициента трения скольжения, в передаче возникнет заедание, что приведет к значительному износу зубьев.

Геометрические исследования проведены и для других характеристик передачи. Коэффициент перекрытия возрастает с уменьшением угла зацепления. Приведенный радиус кривизны мало зависит от изменения угла зацепления, но зависит от коэффициента разновидности.

Зависимость приведенного радиуса кривизны от коэффициента разновидности приводит к тому, что в отдельных точках могут появиться отдельные "выбросы", что указывает на особые аномальные места для контактных напряжений.

Прочность передачи, как известно, определяется контактными и изгибными напряжениями. Геометрическое моделирование зоны контактных напряжений позволило получить инженерные формулы расчета этих напряжений, в том числе, и для эволютных зацеплений [16]. Применение геометрических исследований к видам пространственных передач [17] для последних определена их оптимальная форма. Ею оказалась гиперболическая передача.

В результате проведенных исследований получены два вида зацеплений [18, 19], на которые получены патенты. Передача, в которой зацепление происходит от точки входа в зацепление до полюса, названа передачей с односторонним зацеплением. Если же контактируют передачи на всем участке линии зацепления, названы такие передачи дозаполосными. Такое наименование передачи использовано в передачах Новикова.

#### **Выводы:**

1. Геометрическими методами показана возможность синтеза обкатного зацепления с выпукло-вогнутым контактом.

2. С помощью замены зацепления четырехзвенным механизмом путем построения Бобилье записано дифференциальное уравнение зацеплений.

3. Получено достаточное условие обкатности зацепления.

**Список литературы:** 1. *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука. – 1968. – 584с. 2. *Павлов А.И.* Развитие геометрической теории зубчатых зацеплений // Вестник Харьк. гос. политехн. ун-та. – Харьков, 2000. – Вып.116. – С.104-107. 3. *Павлов А.И.* Совершенствование зубчатых зацеплений с выпукло-вогнутым контактом // Вестник Харьковского национального университета "ХПИ". – Харьков, 2001. – Вып.6. – С.181-184. 4. *Павлов А.И.* Особенности зацеплений с выпукло-вогнутым контактом для силовых зубчатых передач // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков, 2002. – Вып.6, т.1. – С.43-45. 5. *Павлов А.И.* Контактное взаимодействие выпуклой и вогнутой поверхностей в зубчатом зацеплении // Вестник Харьковского национального технического университета "ХПИ". – Харьков. – 2002. – Вып.10, т.2. – С.99-102. 6. *Павлов А.И.* Качественные характеристики эволютного зацепления // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Харьков, 2003. – №4. – С.19-20. 7. *Павлов А.И.* Эволютное зацепление и его характеристики // Вестник национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2003. – Вып.5. – С.103-106. 8. *Павлов А.И.* Сопряженные обкатные поверхности для зубчатых зацеплений // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Харьков, 2004. – №4. – С.22-24. 9. *Ки-*

*риченко А.Ф., Павлов А.И.* Подальший розвиток теорії зачеплень для побудови силових зубчатих передач // *Машинознавство*. – Львів, 2003. – №10. – С.30-32. 10. *Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В., Павлов А.И.* Аналітичне описання еволютного зачеплення // Вестник Харьковского национального университета "ХПИ". – Харьков, 2003. – Вып.9, т.2. – С.23-26. 11. *Павлов А.И., Кириченко А.Ф.* Уравнение Эйлера-Савари для общего случая зацепления // *Вісник СХУ ім. В. Даля*. Науковий журнал. – Луганськ, 2002. – №3(49). – С.191-192. 12. *Кириченко А.Ф., Павлов А.И., Чайка Э.Г.* Компьютерное построение эволютного зацепления // *Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства*. – Вып.18 "Підвищення надійності відновлюємих деталей машин". – Харків, 2003. – С.160-163. 13. *Павлов А.И., Чайка Э.Г.* Исследование приведенного радиуса кривизны в нормальном сечении зацепления с выпукло-вогнутым контактом обкатной косозубой цилиндрической зубчатой передачи с помощью программного комплекса VISSIM // 36. "Геометричне та комп'ютерне моделювання". – Харків: Харк. держ. акад. техн. та орган. харч, 2002. – Вып.2 – С.108-111. 14. *Кириченко А.Ф., Павлов А.И., Немцев В.В.* Графическое изображение приведенного радиуса кривизны в зацеплении зубчатых передач // "Системні технології". Регіональний міжвузівський збірник наукових праць "Сучасні проблеми геометричного моделювання". – Вып.3(44). – Дніпропетровськ, 2006. – С.41-45. 15. *Кириченко А.Ф., Павлов А.И.* Зависимость между параметрами зацепления в эволютной передаче // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2006. – Вып.22. – С.24-28. 16. *Павлов А.И., Вербицкий В.И.* Геометрическое моделирование зоны контакта при взаимодействии двух упругих цилиндров // 36. "Геометричне та комп'ютерне моделювання". – Харків: Харк. держ. акад. техн. та орган. харч, 2006. – Вып.15. – С.95-99. 17. *Павлов А.И.* Ось зачеплення просторової передачі // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков, 2002. – Вып.7, т.2. – С.58-59. 18. Патент України №68700. Авт. *Павлов А.И.* Зубчаста передача з еволютним одностороннім зачепленням. – Опубл. 16.08.2004. Бюл. №8. 19. Патент України №68725. Авт. *Кириченко А.Ф., Павлов А.И.* Зубчаста передача з еволютним двостороннім зачепленням. – Опубл. 16.08.2004. Бюл. №8.

*Поступила в редколлегию 11.04.12*

УДК 621.833

**П.Л. НОСКО**, д.т.н., проф., зав. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск;  
**А.И. ПАВЛОВ**, д.т.н., профессор каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;  
**С.В. АНДРИЕНКО**, преп. каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ";  
**М.И. СТЕПАНОВ**, студент ХНАДУ "ХАДИ"

### **ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ВЫПУКЛО-ВОГНУТОГО КОНТАКТА В ЗУБЧАТОМ ЗАЧЕПЛЕНИИ**

Рассмотрены условия использования в зубчатых передачах выпукло-вогнутого контакта рабочих поверхностей.

Розглянуто умови застосування в зубчатих передачах опукло-увігнутого контакту робочих поверхонь.

The conditions of using of gearing with convex-concave contact working surfaces are considered.

**Постановка задачи.** В наиболее распространенном эвольвентном зацеплении имеет место контакт двух выпуклых поверхностей. С целью снижения контактных напряжений напрашивается применение выпукло-вогнутого контакта в зубчатом зацеплении. Для определения напряжений в случае контакта двух выпуклых поверхностей используется формула Герца