

Заключення. Показано застосування двохуровневого методу розрахунку міцності для вибору оптимального вмісту дисперсного наповнювача при виготовленні композитних зубчастих коліс. Таким чином, реалізується концепція комп'ютерного дизайну матеріалів. Це дозволяє розширити використання мікро- і нанокompозитів для виготовлення відповідних деталей машин і елементів конструкцій, підвищить ефективність проектування і нових технічних рішень в машинобудуванні.

Список літератури: 1. *Старжинский В.Е., Шалобаев Е.В., Шилько С.В. и др.* Элементы привода приборов. Расчет, конструирование, технологии / Под общ. ред. Ю.М. Плескачевского. – Минск: Беларуская навука. – 2012. – 784с. 2. *Бура А.И., Молчанов Б.И.* Трение и изнашивание полиамида-6 и углеродпластика на его основе // Трение и износ. – 1992. – Т.13, №5. – С.900-904. 3. *Сытар В.И., Кузьяев И.М., Бура А.И. и др.* Оптимизация состава композиции по комплексу триботехнических характеристик // Трение и износ. – 2004. – Т.25. – №2. – С.219-222. 4. *Черноус Д.А., Шилько С.В., Панин С.В.* Анализ механического поведения дисперсно-армированного нанокompозита. Метод расчета эффективных упругих характеристик // Физическая мезомеханика. – 2010. – Т.13, №4. – С.85-90. 5. *Шилько С.В., Черноус Д.А., Панин С.В.* Анализ механического поведения дисперсно-армированного нанокompозита. Ч.2. Оценка локальной прочности включения, межфазного слоя и приграничного объема матрицы // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т.14, №1. – С.67-73.

Поступила в редакцию 30.04.12

УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, д.т.н., професор каф. машинознавства СХУ ім. В. Даля, Луганськ;
П.М. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машинознавства СХУ ім. В. Даля;
Т.Є. ЖУРАВЛОВА, аспірант каф. машинознавства СХУ ім. В. Даля;
О.Ю. ЧАЛА, асистент каф. прикладної математики СХУ ім. В. Даля

ГЕОМЕТРИЯ ТВІРНОЇ ПОВЕРХНІ ЦИЛІНДРИЧНИХ КОСОЗУБИХ ПЕРЕДАЧ ЗМІШАНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

В статті проведено теоретичне дослідження внутрішньої геометрії твірної поверхні, спрофілюваної несиметричним вихідним контуром, для циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення. У загальному вигляді отримано рівняння поверхонь зубців інструментальної рейки, за допомогою яких розглянуто основні характеристики цієї твірної поверхні, а саме квадратичні форми і нормальні кривизни в заданих напрямках.

В статье проведено теоретическое исследование внутренней геометрии производящей поверхности, спрофилированной несимметричным исходным контуром, для цилиндрических косозубых передач. В общем виде получены уравнения поверхностей зубьев инструментальной рейки, с помощью которых рассмотрены основные характеристики этой образующей поверхности, а именно квадратичные формы и нормальные кривизны в заданных направлениях.

In a paper theoretical research of internal geometry of a produced surface, delineated by an asymmetrical initial contour, for cylindrical transmissions with a helical tooth is executed. In a general view the equations of surfaces of tool with which help the basic performances of this produced surface surveyed, namely quadratic forms and normal curvatures in the given directions are obtained.

Постановка проблеми. Серед продукції, що випускається підприємствами машинобудівної галузі, зубчасті передачі займають одне із провідних місць, тому що входять до складу приводів більшості машин. Тому завдання підвищення якості і надійності зубчастих передач є актуальним і може бути вирішено зокрема синтезом геометрії зубців за критеріями працездатності. Тому його можна віднести до наукової проблеми багатокритеріальної оптимізації машинобудівних конструкцій [1].

Аналіз літератури. Для передач руху між паралельними осями валів значного поширення набули циліндричні косозубі передачі завдяки більшій навантажувальній здатності та плавності роботи. Більшість серед них становлять передачі з евольвентними профілями зубців коліс, які є найбільш вивченими, наприклад [2], тому стали вважатися традиційними. Але вони мають обмеження за навантажувальною здатністю через контакт опуклих поверхонь. Значного розвитку за останні десятиріччя набули також і альтернативні види зачеплень. Серед них найбільш дослідженим є зачеплення Новікова [3], в якому реалізовано точковий контакт опуклих і ввігнутих поверхонь, та як наслідок – більшу навантажувальну здатність. Але вони не мають профільного переспряження зубців, отже є більш віброактивними. Перспективним напрямом удосконалювання зубчастих зачеплень є синтез геометрії вихідного контуру різального інструменту за якісними показниками працездатності [4]. Такий синтез реалізовано для більшості сучасних передач зачепленням, отримано велику кількість вихідних контурів, але їхнє масове поширення стримується складністю виготовлення інструменту, спрофілюваного складною кривою. В роботі [5] запропоновано зручний спосіб побудови профілів, на основі якого створено новий тип зачеплення з опукло-ввігнутим контактом – еволютне. Переваги таких передач підтверджено, наприклад, в роботі [6], але таке зачеплення реалізовано для прямозубих передач. Майже усі альтернативні передачі ([4-6] та ін.) мають фази зачеплення, в яких переваги перед традиційними досить незначні. виправити такі недоліки можна застосовуючи змішані зачеплення, які виключатимуть вади різних видів зачеплень.

Таким чином, дослідження, спрямовані на створення косозубих передач змішаного зачеплення, які поєднують переваги різних видів зачеплення, а саме високу навантажувальну здатність, плавність роботи та меншу металомісткість, є актуальними й відповідають вимогам сучасного машинобудування.

Мета статті. Дослідження внутрішньої геометрії твірної поверхні, спрофілюваної несиметричним вихідним контуром, для циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення.

Розглянемо несиметричний вихідний контур для випадку лінійного контакту зубців зубчастої пари (рисунк 1).

Будемо розглядати вихідний контур у системі координат $Y_k O_k Z_k$, яка пов'язана з одним з профілів вихідного контуру. Вісь $O_k Y_k$ спрямована по початковій прямій (на рисунку 1 позначена "п.п."). Відносно цієї системи координат рівняння профілю узагальненого вихідного контуру задамо в параметричному вигляді:

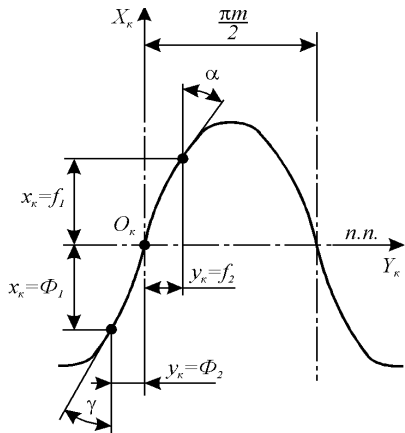


Рисунок 1 – Несиметричний вихідний контур

$$\text{для головки: } \begin{cases} x_k = f_1(\lambda); \\ y_k = f_2(\lambda), \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{для ніжки: } \begin{cases} x_k = \Phi_1(\lambda); \\ y_k = \Phi_2(\lambda). \end{cases} \quad (2)$$

Тут $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$, $\Phi_1(\lambda)$, $\Phi_2(\lambda)$ – довільні, необхідну кількість разів диференційовані функції, λ – параметр (далі вказуватися не буде).

Задамо поздовжню форму зубців твірної поверхні у вигляді прямої, яка розташована в площині $Y_n O_n Z_n$ і описана радіус-вектором $\bar{r}_0(\mu)$:

$$x_0 = 0; y_0 = y_0(\mu); z_0 = z_0(\mu),$$

де μ – параметр.

Рівняння цієї прямої для косозубої рейки має вигляд:

$$x_0 = 0; y_0(\mu) = \mu \sin \beta; z_0(\mu) = \mu \cos \beta, \quad (3)$$

де $\beta = \text{const}$ – значення кута нахилу зубців рейки.

Тоді на основі (3) з урахуванням (1) і (2) рівняння твірної поверхні отримуємо у вигляді:

$$\begin{cases} \text{для головки:} \\ \begin{cases} x_n = f_1; \\ y_n = \mu \sin \beta + f_2 \cos \beta; \\ z_n = \mu \cos \beta - f_2 \sin \beta; \end{cases} \\ \text{для ніжки:} \\ \begin{cases} X_n = \Phi_1; \\ Y_n = \mu \sin \beta + \Phi_2 \cos \beta; \\ Z_n = \mu \cos \beta - \Phi_2 \sin \beta. \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

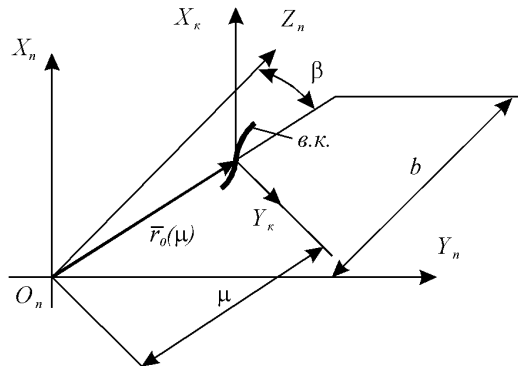


Рисунок 2 – Параметри узагальненої твірної поверхні

Визначимо основні геометричні характеристики поверхні зубців інструментальної рейки. Такими характеристиками є: нормаль та її проекції на осі системи координат $X_n Y_n Z_n$, коефіцієнти квадратичних форм, нормальні кривизни в заданих напрямках.

Вектор нормалі поверхні дорівнює векторному добутку:

$$\bar{N} = [\bar{r}^\lambda \times \bar{r}^\mu], \quad (6)$$

де \bar{r}^λ й \bar{r}^μ – проекції довільних векторів з координатами (4) і (5) по λ і μ відповідно.

Диференціюючи (4) і (5) по λ і μ відповідно, отримуємо проекції векторів \bar{r}^λ і \bar{r}^μ на осі системи координат $X_n Y_n Z_n$:

$$r_{xn}^\lambda = f_1'; \quad r_{xn}^\mu = 0;$$

$$\text{для головки: } r_{yn}^\lambda = f_2' \cos \beta; \quad r_{yn}^\mu = |r_0'| \cdot y_0' \cdot f_2 \cdot K \cdot \sin \beta = 0; \quad (7)$$

$$r_{zn}^\lambda = f_2' \sin \beta; \quad r_{zn}^\mu = |r_0'| \cdot z_0' \cdot f_2 \cdot \cos \beta = 0;$$

$$r_{xn}^\lambda = \Phi_1'; \quad r_{xn}^\mu = 0;$$

$$\text{для ніжки: } r_{yn}^\lambda = \Phi_2' \cos \beta; \quad r_{yn}^\mu = |r_0'| \cdot y_0' \cdot \Phi_2 \cdot K \cdot \sin \beta = 0; \quad (8)$$

$$r_{zn}^\lambda = \Phi_2' \sin \beta; \quad r_{zn}^\mu = |r_0'| \cdot z_0' \cdot \Phi_2 \cdot \cos \beta = 0.$$

Тут $|r_0'| = \sqrt{y_0'^2 + z_0'^2} = 1$ – модуль похідної вектора \bar{r}_0 ; $K = (\ddot{z}\ddot{y} - \ddot{z}\ddot{y}) / \sqrt{(y^2 + z^2)^3} = 0$ – кривизна кривої з координатами y_0 і z_0 .

Зі співвідношень (6) – (8) з використанням [7] знайдемо проекції вектора нормалі твірної поверхні в системі координат $X_n Y_n Z_n$.

Оскільки модуль вектора нормалі дорівнює:

$$\text{для головки: } |\bar{N}_n| = |r_0'| \cdot (1 + K \cdot f_2) \cdot \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2} = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2},$$

$$\text{для ніжки: } |\bar{N}_n| = |r_0'| \cdot (1 + K \cdot \Phi_2) \cdot \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2} = \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2},$$

то проекції одиничного вектора нормалі твірної поверхні дорівнюють:

$$\text{для головки: } e_{xn} = \frac{f_2'}{n_f}; \quad e_{yn} = \frac{-f_1' \cdot \cos \beta}{n_f}; \quad e_{zn} = \frac{f_1' \cdot \sin \beta}{n_f}, \quad (9)$$

$$\text{для ніжки: } e_{xn} = \frac{\Phi_2'}{n_\Phi}; \quad e_{yn} = \frac{-\Phi_1' \cdot \cos \beta}{n_\Phi}; \quad e_{zn} = \frac{\Phi_1' \cdot \sin \beta}{n_\Phi}, \quad (10)$$

де $n_f = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$ та $n_\Phi = \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2}$ – модуль вектора нормалі профілю головки та ніжки відповідно.

Коефіцієнти першої квадратичної форми в загальному вигляді дорівнюють [7]:

$$\begin{cases} E_n = (x_n^\lambda)^2 + (y_n^\lambda)^2 + (z_n^\lambda)^2; \\ F_n = x_n^\lambda x_n^\mu + y_n^\lambda y_n^\mu + z_n^\lambda z_n^\mu; \\ G_n = (x_n^\mu)^2 + (y_n^\mu)^2 + (z_n^\mu)^2. \end{cases} \quad (11)$$

Підставивши (7) і (8) в (11), для твірної поверхні отримуємо:

$$\text{для головки: } E_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\lambda = (f_1')^2 + (f_2')^2; \quad F_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\mu = 0; \quad G_n = \bar{r}^\mu \cdot \bar{r}^\mu = 1,$$

для ніжки: $E_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\lambda = (\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2$; $F_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\mu = 0$; $G_n = \bar{r}^\mu \cdot \bar{r}^\mu = 1$.
Коефіцієнти другої квадратичної форми [7]:

$$\begin{cases} L_n = \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda^2} \cdot e_{xn} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda^2} \cdot e_{yn} + \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda^2} \cdot e_{zn}; \\ M_n = \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda \partial \mu} \cdot e_{xn} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda \partial \mu} \cdot e_{yn} + \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda \partial \mu} \cdot e_{zn}; \\ N_n = \frac{\partial^2 x_n}{\partial \mu^2} \cdot e_{xn} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial \mu^2} \cdot e_{yn} + \frac{\partial^2 z_n}{\partial \mu^2} \cdot e_{zn}. \end{cases} \quad (12)$$

Знайдемо другі похідні радіус-вектора твірної поверхні по λ і по μ :

$$\text{для головки: } \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda^2} = f_1''; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda^2} = f_2'' \cos \beta; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda^2} = -f_2'' \sin \beta; \end{cases} , \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \end{cases} , \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \mu^2} = 0, \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{для ніжки: } \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda^2} = \Phi_1''; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda^2} = \Phi_2'' \cos \beta; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda^2} = -\Phi_2'' \sin \beta; \end{cases} , \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \end{cases} , \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \mu^2} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Підставляючи (13) і (14) в (12) отримуємо коефіцієнти другої квадратичної форми:

$$\text{для головки: } L_n = \frac{1}{n_f} (f_2' f_1'' - f_1' f_2''); \quad M_n = 0; \quad N_n = 0,$$

$$\text{для ніжки: } L_n = \frac{1}{n_\Phi} (\Phi_2' \Phi_1'' - \Phi_1' \Phi_2''), \quad M_n = 0, \quad N_n = 0.$$

Нормальна кривизна твірної поверхні в загальному вигляді може бути визначена залежністю [7]:

$$K = \frac{L_n d\lambda^2 + 2M_n d\lambda d\mu + N_n d\mu^2}{E_n d\lambda^2 + 2F_n d\lambda d\mu + G_n d\mu^2},$$

де $d\lambda$ й $d\mu$ – диференціали координатних ліній λ і μ .

При $\mu = \text{const}$ ($d\mu = 0$) у нормальному перерізі твірної поверхні маємо:

$$\text{для головки: } K_{n\mu} = \frac{L_n}{E_n} = \frac{f_1' \cdot f_2'' - f_1'' \cdot f_2'}{n_f^3}, \quad (15)$$

$$\text{для ніжки: } K_{n\mu} = \frac{L_n}{E_n} = \frac{\Phi_1' \cdot \Phi_2'' - \Phi_1'' \cdot \Phi_2'}{n_\Phi^3}, \quad (16)$$

що дорівнює кривизнам кривих, якими обкреслено профіль вихідного контуру.

При $\lambda = \text{const}$ ($d\lambda = 0$) маємо:

$$K_{n\lambda} = \frac{N_n}{G_n} = 0. \quad (17)$$

Застосовуючи методи диференціальної геометрії [7], можна визначити нормальну кривизну в будь-якому заданому напрямку на твірній поверхні. Слід відзначити, що кривизни (15)-(17) є головними кривизнами активних поверхонь зубців інструментальної рейки.

При синтезі циліндричних передач виникає необхідність завдання рівняння профілю вихідного контуру у формі:

$$\text{для головки: } x_p = f_1; \quad y_p = f_2(f_1), \quad (18)$$

$$\text{для ніжки: } x_p = \Phi_1; \quad y_p = \Phi_2(\Phi_1). \quad (19)$$

Тоді в отриманих вище співвідношеннях слід прийняти $f_1' = 1, f_1'' = 0$ на головці та $\Phi_1' = 1, \Phi_1'' = 0$ на ніжці. В отриманих при цьому виразах можна зробити заміну:

$$\xi = \sin \alpha; \quad \zeta = \sin \gamma. \quad (20)$$

При такій заміні для профільного кута також справедливими є співвідношення

$$\text{для головки: } \text{tg } \alpha = \frac{f_2'}{f_1'},$$

$$\text{для ніжки: } \text{tg } \gamma = \frac{\Phi_2'}{\Phi_1'}.$$

Вони з урахуванням (20) дозволяють отримати:

$$\text{для головки: } \begin{cases} f_2' = \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}; \\ f_2 = \int \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} df_1; \\ f_2'' = \frac{\xi'}{\sqrt{(1-\xi^2)^3}}, \end{cases} \quad (21)$$

для ніжки:

$$\begin{cases} \Phi'_2 = \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}; \\ \Phi_2 = \int \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} d\Phi_1; \\ \Phi''_2 = \frac{\zeta'}{\sqrt{(1-\zeta^2)^3}}. \end{cases} \quad (22)$$

Використовуючи перші й треті співвідношення рівнянь (21)-(22) та здійснюючи заміну змінних (20) у співвідношеннях (7)-(10) і (13)-(17) отримуємо:
для головки:

$$e_{xn} = \xi; e_{yn} = -\cos \beta \sqrt{1-\xi^2}; e_{zn} = \sin \beta \sqrt{1-\xi^2}, E_n = \frac{1}{1-\xi^2}; F_n = 0; G_n = 1,$$

$$L_n = -\frac{\xi'}{1-\xi^2}; M_n = 0; N_n = 0, K_{n\mu} = \xi'; K_{n\lambda} = 0.$$

для ніжки:

$$e_{xn} = \zeta; e_{yn} = -\cos \beta \sqrt{1-\zeta^2}; e_{zn} = \sin \beta \sqrt{1-\zeta^2}, E_n = \frac{1}{1-\zeta^2}; F_n = 0; G_n = 1,$$

$$L_n = -\frac{\zeta'}{1-\zeta^2}; M_n = 0; N_n = 0, K_{n\mu} = \zeta'; K_{n\lambda} = 0.$$

Висновки:

1. Досліджено внутрішню геометрію узагальненої твірної поверхні циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення, зокрема отримано залежності для визначення коефіцієнтів квадратичних форм та нормальних кривизни в заданих напрямках.

2. Результати цього теоретичного дослідження можна використовувати при визначенні якісних показників працездатності і інших характеристик циліндричних косозубих передач.

Список літератури: 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26-40. 2. Гавриленко В.А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949. – 399с. 3. Павленко А.В., Федякин Р.В., Чесноков В.А. Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. – Киев: Техніка, 1978. – 144с. 4. Шлизов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В.Даля, 2006. – 408с. 5. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 6. Павлов А.И., Ткач П.Н., Ревакина О.А. Сравнение характеристик эвольвентного и эвольвентного зацеплений // *Вісник СНУ ім. В.Даля*. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2007. – №9(115). – С.171-174. 7. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1969. – 176с.

Надійшла до редколегії 25.04.12