

А.В. КРИВОШЕЯ, к.т.н., старший научный сотрудник ИСМ НАНУ, Киев;
В.Е. МЕЛЬНИК, младший научный сотрудник ИСМ НАНУ;
Ю.М. ДАНИЛЬЧЕНКО, д.т.н., проф., зав. каф. ПМ НТУУ "КПИ", Киев;
Д.Т. БАБИЧЕВ, д.т.н., профессор каф. "Прикладная механика" ТюмГНГУ,
 Тюмень, Россия;
М.Г. СТОРЧАК, к.т.н., научный сотрудник ИМВ ШУ, Штуттгарт, Германия

ОСОБЕННОСТИ ПРЯМОГО И ОБРАТНОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С МОДИФИЦИРОВАННЫМ ПРОФИЛЕМ У ВЕРШИНЫ ЗУБА

В статье на конкретном примере раскрыты особенности прямого и обратного формообразования модифицированных эвольвентных цилиндрических зубчатых колес.

У статті на конкретному прикладі розкриті особливості прямого і зворотного формоутворення модифікованих евольвентних циліндрових зубчастих коліс.

In the article on a concrete example the features of direct and reverse forming of modified involute of cylindrical gear-wheels are exposed

Постановка проблемы. Зубчатые цилиндрические передачи, как составная часть большинства машин и механизмов, являются в то же время одними из самых сложных и трудоемких деталей в технологии машиностроения. Поэтому самое широкое распространение в механизмах машин имеют цилиндрические зубчатые передачи с эвольвентным профилем зубьев, как наиболее технологичные. В последнее годы наметилась тенденция к применению цилиндрических зубчатых передач с более сложной, с точки зрения технологии их изготовления, формой профиля, а именно, с модифицированной формой профиля у вершины зуба колеса и шестерни [1-3]. Такая модификация обеспечивается зубообрабатывающими инструментами также с модифицированной формой профиля у ножки зуба.

Модификация профиля у вершины эвольвентного цилиндрического зубчатого колеса позволяет уменьшить динамические нагрузки при пересопрежении зубьев и снизить шум в зубчатой передаче, при необходимости позволяет устранить интерференцию в зубчатой передаче, улучшить условия резания на последующих чистовых операциях [5]. Однако, для обеспечения оптимальных параметров модификации, как профиля зубчатого колеса, так и зубообрабатывающего инструмента, приходится многократно решать прямую и обратную задачи формообразования.

Однако, решение прямой и обратной задачи теоретического формообразования, а также изготовление цилиндрических эвольвентных зубчатых передач с модифицированной формой профиля у вершины зуба представляет собой сложную научную и техническую задачу и является актуальной народно-хозяйственной проблемой.

Анализ литературы. Наиболее распространенными методами теоретического формообразования цилиндрических зубчатых колес являются методы их

формообразования обкатом речными исходными формообразующими контурами, а наиболее распространенными операциями чернового формообразования (или чистового при 8-9 степени точности зубчатых колес) при обработке являются операции зубофрезерования червячными фрезами, профиль нормального сечения которых соответствует исходному формообразующему контуру.

В основу проектирования цилиндрических эвольвентных зубчатых передач с модифицированным профилем положен исходный модифицированный речный контур по ГОСТ 13755-81, а зубообрабатывающих инструментов речного типа – исходный формообразующий модифицированный речный контур, который определяется, как контршаблон исходного контура с учетом или без учета радиального зазора (см. рисунки 1 и 2).

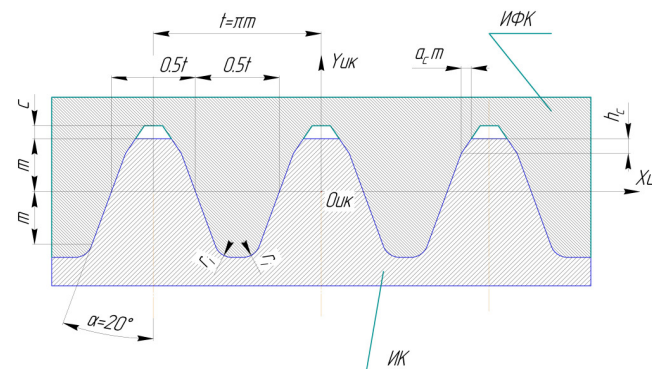


Рисунок 1 – Стандартные исходный и исходный формообразующий модифицированные контура с учетом радиального зазора

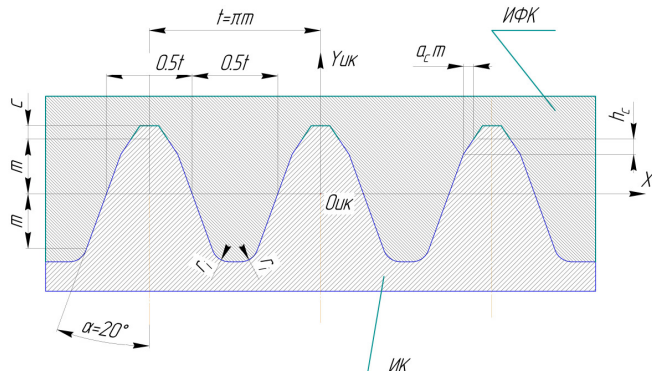


Рисунок 2 – Стандартные исходный и исходный формообразующий модифицированные контура без учета радиального зазора.

Так, для формообразования зубчатого колеса модулем 20мм и числом зубьев 26 возьмем стандартный модифицированный исходный речный контур с параметрами профильной модификации: коэффициент высоты модификации $h_g^* = 0,2m$, коэффициент глубины модификации $\Delta^* = 0,2m$ и постро-

им ему соответствующий исходный формообразующий реечный контур без учета радиального зазора, который является контршаблоном исходного контура (см. рисунок 2).

Исходный формообразующий контур без учета радиального зазора применяется крайне редко и используется для полнопрофильной обработки зубчатых колес, т.е. с учетом обработки и вершинной поверхности зуба.

Как отмечалось выше, при оптимальном проектировании цилиндрических зубчатых передач и зубообрабатывающих инструментов зачастую необходимо неоднократно решать прямую и обратную задачи формообразования. Прямая задача формообразования – при которой контур зубчатого колеса формообразует реечный исходный формообразующий контур. Обратная задача формообразования – при которой исходный формообразующий реечный контур формообразует контур зубчатого колеса.

Цель работы. Определение особенностей прямого и обратного формообразования цилиндрических зубчатых колес с модифицированным профилем.

Для достижения поставленной цели необходимо:

- разработать математическую модель прямого и обратного формообразования цилиндрических зубчатых передач с модифицированным профилем;
- при математическом моделировании определить особенности прямого и обратного моделирования цилиндрических зубчатых передач с модифицированным профилем.

В соответствии с принятой во всем мире системой при теоретическом формообразовании цилиндрических зубчатых колес решается обратная задача формообразования. Для ее решения используем стандартный исходный формообразующий контур без учета радиального зазора (см. рисунок 2).

Для разработки математической модели обратного формообразования необходимо математически описать

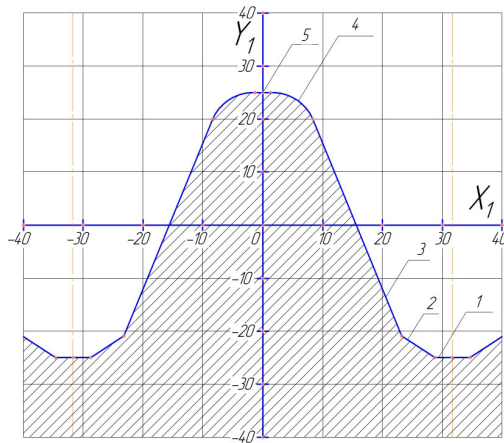


Рисунок 3 – Теоретический профиль зуба исходного формообразующего реечного контура с модифицированным профилем у ножки зуба рейки (контршаблон исходного контура)

каждый участок профиля зуба исходного формообразующего модифицированного реечного контура в собственной системе координат X_1Y_1 . Учитывая, что профиль формообразующего модифицированного реечного контура симметричный, можно рассматривать только его половину, т.е. пять участков профиля (см. рисунок 3):

- 1 – участок впадины исходного формообразующего контура (ИФК);
- 2 – участок модификации ИФК;
- 3 – участок главного профиля ИФК;

4 – участок закругления на вершине ИФК;

5 – участок вершины ИФК.

В соответствии с методикой, изложенной в [8], составим матричные уравнения каждого из пяти участков профиля (1):

$$m_{r1} = \begin{vmatrix} l_1 \cdot \cos \varphi_1 + 0.5 \cdot \pi \cdot m \\ l_1 \cdot \sin \varphi_1 - h_f^* \cdot m \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \text{ при } \varphi_1 = 0; \quad m_{r12} = \begin{vmatrix} l_2 \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) + 0.25 \cdot \pi \cdot m \\ l_2 \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad \alpha = 20^\circ;$$

$$m_{r13} = \begin{vmatrix} R \cdot \cos \varphi_2 + X_C \\ R \cdot \sin \varphi_2 + Y_C \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad R = 0,38 \cdot m;$$

$$m_{r14} = \begin{vmatrix} l_3 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \left(\frac{\Delta^* \cdot m + h_g^* \cdot m \cdot \tg \alpha}{h_g^* \cdot m} \right) \right) + \frac{-h_f^* \cdot m + h_g^* \cdot m}{\cos \alpha} \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) + 0,25 \pi \cdot m \\ l_3 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \left(\frac{\Delta^* \cdot m + h_g^* \cdot m \cdot \tg \alpha}{h_g^* \cdot m} \right) \right) + \frac{-h_f^* \cdot m + h_g^* \cdot m}{\cos \alpha} \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix};$$

$$m_{r15} = \begin{vmatrix} l_5 \cdot \cos \varphi_5 \\ l_5 \cdot \sin \varphi_5 + h_f^* \cdot m \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad \varphi_5 = 0, \quad (1)$$

где X_C, Y_C – координаты центра окружности, дуга которой сопрягает главный профиль с профилем вершины ИФК.

Общее уравнение половины исходного модифицированного формообразующего контура с использованием теории множеств запишется следующим образом (2):

$$m_{rII}(\varphi_z^u) = m_{r15} \cup m_{r14} \cup m_{r13} \cup m_{r12} \cup m_{r11} \quad (2)$$

Полный профиль с использованием матрицы симметрии запишется следующим образом (3):

$$m_{rII}(\varphi_z^u) = \begin{vmatrix} \cos(\pi) & \sin(\pi) & 0 & 0 \\ -\sin(\pi) & \cos(\pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} m_{rII}(\varphi_z^u). \quad (3)$$

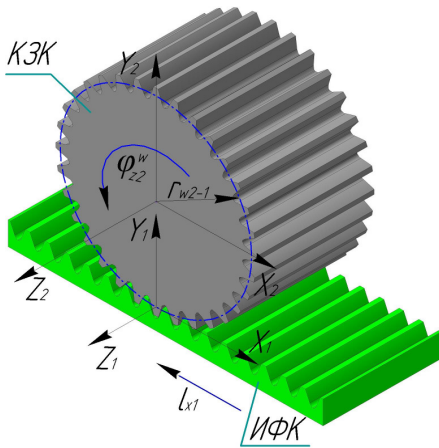


Рисунок 4 – Кинематическая схема обратного формообразования, т.е. относительного движения исходного формообразующего модифицированного реечного контура в системе координат заготовки контура зубчатого колеса (для наглядности изображена объемная модель пары рейка-колесо)

ля ИФК относительно заготовки в системе координат заготовки (4):

$$m_{rПД}(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = m_\varphi(\varphi_z^w) \cdot m(C_y^u) \cdot m_l(\varphi_z^w) \cdot m_{rП1}(\varphi_z^u), \quad (4)$$

где $m_{rП1}(\varphi_z^u)$ – матричное уравнение профиля зуба исходного формообразующего реечного контура собственной системе координат X_1Y_1 ; $m_{rПД}(\varphi_z^w, \varphi_z^u)$ – матричное уравнение движения профиля исходной формообразующей рейки в системе координат контура заготовки X_2Y_2 .

В матричном виде уравнение относительного движения запишется следующим образом (5):

$$m_{rПД}(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_{z2}^w) & -\sin(\varphi_{z2}^w) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & l_{x1}^w \\ \sin(\varphi_{z2}^w) & \cos(\varphi_{z2}^w) & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & C_{y12}^u & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x(\varphi_z^u) \\ y(\varphi_z^u) \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Для определения формообразованного профиля зубчатого колеса будем использовать кинематический способ формообразования, при котором в системе координат заготовки точка движущего ИФК будет формообразующей, если вектор нормали в этой точке будет перпендикулярен аналогу вектора относительной скорости этой точки.

Тогда уравнение формообразования можно представить в виде (6):

Кинематическая схема обратного формообразования с использованием теории отображения аффинного пространства изображена на рисунке 4.

Согласно схеме, изображенной на рисунке 4, исходный модифицированный реечный контур движется параллельно оси X_1 с параметром l_{x1} и вместе с системой X_1Y_1 вращается вокруг системы X_2Y_2 с параметром φ_{z2}^w . Между параметрами движения существует связь, так как они происходят одновременно, т.е. $l_{x1} = K_{lx1} \varphi_{z2}^w$, где $K_{lx1} = -r_{w(2-1)}$.

Параметр относительной установки (параметр относительного расположения) систем координат равен: $C_{y12} = -r_{w(2-1)}$.

В соответствии с теорией отображения аффинного пространства запишем уравнение движения профи-

где

$$NV = 0, \quad (6)$$

$$N(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = \frac{d}{d\varphi_z^u} m_{rП}(\varphi_z^w, \varphi_z^u); \quad (7)$$

$$V(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = \frac{d}{d\varphi_z^w} m_{rП}(\varphi_z^w, \varphi_z^u). \quad (8)$$

Решая данное уравнение, найдем для каждой точки профиля ИФК параметр движения, при котором она будет формообразующей. После чего, подставив значение параметра движения в уравнение движения (4), найдем точки формообразованного профиля впадины зубчатого контура.

Следовательно, классическая математическая модель формообразования состоит из уравнения относительного движения ИФК в системе координат заготовки, уравнений связи между параметрами относительного движения (4) и уравнения формообразования (уравнения зацепления) и запишется в соответствии с методикой, изложенной в [4], следующим образом (9).

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{rПД}(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = m_\varphi(\varphi_z^w) \cdot m(C_y^u) \cdot m_l(\varphi_z^w) \cdot m_{rП1}(\varphi_z^u); \\ l_{x1} = K_{lx1} \varphi_{z2}^w; \\ -\frac{\pi}{4} \leq \varphi_{z2}^w \leq \frac{\pi}{4}; \\ K_{lx1} = r_{w(2-1)}; \\ C_{y12} = r_{w(2-1)}; \\ NV = 0. \end{array} \right. \quad (9)$$

Так как в исходном формообразующем контуре присутствуют не формообразующие точки излома [6], то при формообразовании происходит нарушение условий формообразования, т.е. подрезание (см. рисунок 5).

Следовательно, классическое уравнение формообразования не позволяет определить реально формообразованный профиль впадины зубчатого колеса, если происходит нарушение условий формообразования, т.е. подрезание смежными участками профиля ИФК.

При отсутствии особых точек излома на исходном формообразующем звене и при отсутствии нарушений условий формообразования прямая и обратная задача взаимнообратны, т.е. если формообразовать контур цилиндрического зубчатого колеса, то этим контуром колеса можно формообразовать первоначальный исходный формообразующий реечный контур при одних и тех же параметрах относительной установки и параметрах относительного движения. Однако, при наличии на формообразующем звене особых точек излома или при нарушении условий формообразования, эти задачи не всегда взаимнообратны.

По специально разработанному блоку программы на ПЭВМ мы уберем участки профиля, которые не принадлежат профилю впадины формообразованного зубчатого колеса. Тогда мы получим реальный профиль впадины, изображенный на рисунке 6.

Как видно из рисунка 6, профиль впадины зубчатого колеса имеет особые

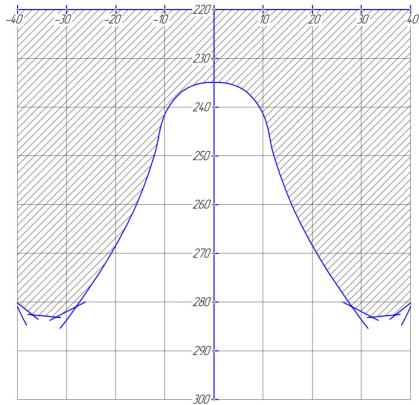


Рисунок 5 – Теоретический контур впадины зубчатого колеса, сформированного исходной формообразующей рейкой с модифицированным профилем у ножки зуба имеющим неформообразующие точки излома

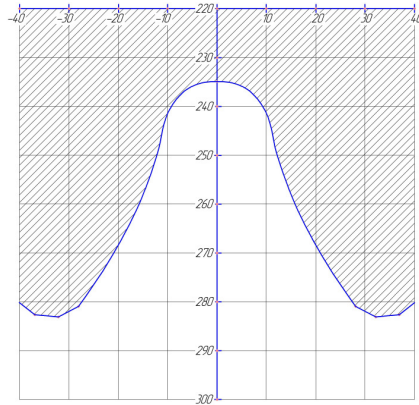


Рисунок 6 – Реальный контур профиля впадины зубчатого колеса, сформированного исходной формообразующей рейкой с модифицированным профилем у ножки зуба

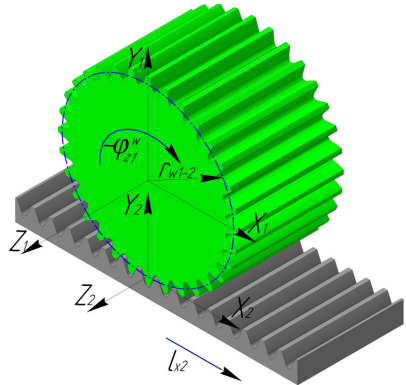


Рисунок 7 – Кинематическая схема прямого формообразования, т.е. формообразования профилем впадины зубчатого колеса профилем зуба исходной формообразующей рейки

точки излома. Однако в соответствии с признаками, установленными в работе [6], эти точки излома при решении прямой задачи формообразования будут формообразующими.

Затем решим задачу прямого формообразования, при которой реальный профиль впадины зуба (см. рисунок 6) формообразует профиль зуба исходной формообразующей рейки. Тогда кинематическая схема прямого формообразования может быть представлена на рисунке 7.

Математическая модель прямого формообразования может быть представлена в виде (10):

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{rII0}(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = m_\varphi(\varphi_z^w) \cdot m(C_y^u) \cdot m_l(\varphi_z^w) \cdot m_{rII1}(\varphi_z^u); \\ -\frac{\pi}{4} \leq \varphi_{z2}^w \leq \frac{\pi}{4}; \\ l_{x1} = K_{lx1} \varphi_{z2}^w; \\ K_{lx1} = r_{w(2-1)}; \\ C_{y12} = r_{w(2-1)}; \\ NV = 0. \end{array} \right. \quad (10)$$

Используя математическую модель, решим задачу прямого формообразования, при которой реальный профиль впадины зуба (см. рисунок 6) формообразует профиль зуба исходной формообразующей рейки. При решении прямой задачи формообразования с использованием математической модели получим разрывы в профиле зуба исходного формообразующего контура (см. рисунок 8).

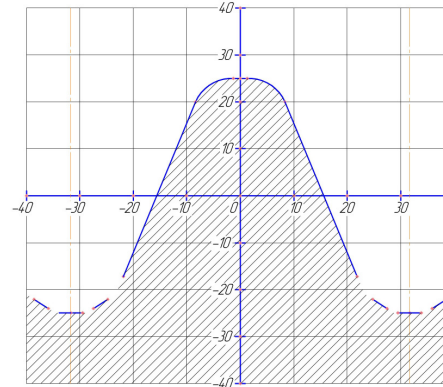


Рисунок 8 – Теоретический контур исходной формообразующей рейки, полученный при решении прямой задачи формообразования

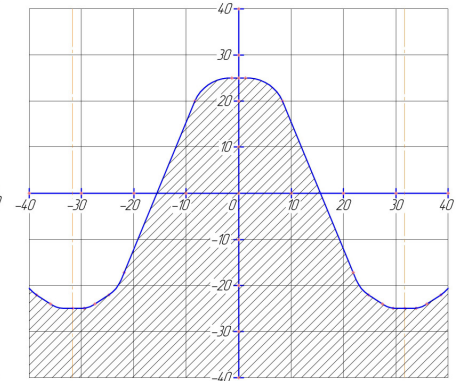


Рисунок 9 – Реальный профиль зуба исходной формообразующей рейки, полученный при решении прямой задачи формообразования

Затем заполним разрывы в профиле траекторией движения особых точек излома и получим полный профиль (см. рисунок 9). Полный профиль может быть получен и с использованием в точках излома "веера" нормалей и скорости внедрения [6].

При обратном формообразовании профилем зуба исходной формообразующей рейки, изображенном на рисунке 9, будет получен контур зубчатого колеса с модифицированным профилем, изображенном на рисунке 6, т.е. с точками излома. Следовательно, исходной формообразующей рейкой с разными профилями (см. рисунки 3 и 9) при одних и тех же параметрах установки и параметрах относительного движения получен один и тот же профиль зубчатого колеса с модифицированным профилем. Разница в профилях исходных формообразующих реек представлена на рисунке 10.

Как видно из рисунка 10 при формообразовании одного и того же профиля зубчатого колеса разница в профилях исходных формообразующих реечных контуров при прямой и обратной задаче формообразования в зависимости от модуля может достигать 0,5мм. Расположение отрезка профиля в теле исходной формообразующего контура ниже линии АВ не повлияет на форму профиля зубчатого колеса.

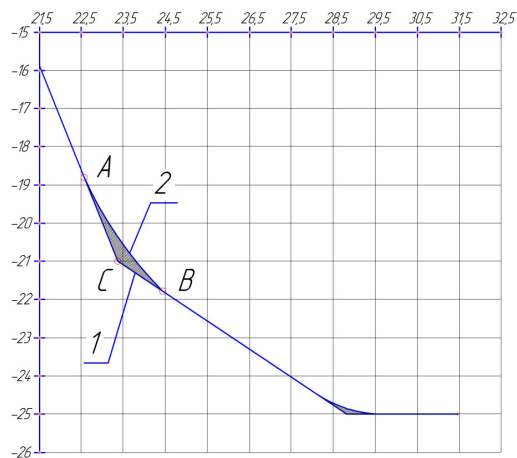


Рисунок 10 – Сравнение первоначального исходного формирующего реечного контура и полученного при прямом формообразовании:
 1 - первоначальный исходный формирующий модифицированный реечный контур;
 2 – исходный формирующий модифицированный реечный контур, полученный при прямом формообразовании

профиля, что значительно увеличит стойкость инструмента.

3. Определена область, в рамках которой можно изменять профиль модифицированной исходной формирующей рейки, не изменяя профиль формируемого зубчатого колеса.

Список литературы: 1. Равська Н.С., Основы формообразования поверхностей при механической обработке / Н.С. Равська, П.Р. Родін, Т.П. Ніколасенко, П.П. Мельничук. – Житомир: ЖГПІ, 2000. – 163с. 2. Перепелица Б.А. Отображение аффинного пространства в теории формообразования поверхностей резанием. – Харьков: Вища шк., 1981. – 107с. 3. Кривошея А.В., Петасюк О.У., Мельник В.Е., Коринец А.В. Методика задания и математического описания исходных формирующих профилей // Сверхтвердые материалы, – Киев, 2004. – Вып.1. – С.52-65. 4. Кривошея А.В., Мельник В.Е., Коринец А.В. Математические модели формообразования звеньев плоских систем зубчатых зацеплений // Сверхтвердые материалы. – Киев, 2003. – Вып.5. – С.60-76. 5. Сухоруков Ю.Н. Модификация эвольвентных цилиндрических зубчатых колес. Справочник. – Киев, Техніка, 1992. – 197с. 6. Бабичев Д.А., Бабичев Д.Т. Серебрянников А.А., Панфилова Е.Б. Универсальное плоское зацепление и типовые плоские профили // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.20-34. 7. Родін П.Р. Основы формообразования поверхностей резанием. – Київ: Изд-во Вища школа, 1977. – 192с. 8. Мельник В.Е. Совершенствование методики математического описания исходных формирующих профилей системы зубчатых зацеплений // Резание и инструмент в технологических системах: Межд. научн.-техн. сборник. – Харьков: НТУ "ХПІ", 2004. – Вып.66. – С.97-108.

Поступила в редколлегию 31.05.12