

Slovenska, Košice, 4-A/2007, ročník 11, s.75-80, ISSN 1335-2393. 3. *Kadnár, M. - Rusnák, J. - Kučera, M. - Malý, V.* (2010): Využitie tribologických skúšok v automobilovom priemysle. In: 51. Medzinárodná vedecká konferencia katedier častí a mechanizmov strojov. Košice SR 2010, s.99-102, ISBN 978-80-970-294-1-8. 4. *Kučera, M. - Malý, V.* (2002): Možnosti inovácie zariadenia na meranie napätí. In: Zborník z medzinárodnej vedeckej konferencie "Nové trendy v konštruovaní a v tvorbe technickej dokumentácie 2002", 27. máj 2004, Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita, 2002, s.59-63. ISBN 80-8069-025-1. 5. *Petranský, I. et. al.* 2004. Skúšobné stavy pre životnostné skúšky hydrostatických prevodníkov. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, 2004. s.109-116. ISBN 80-8069-343-9. 6. *Rusnák, J.* 2005. Štúdium tribologických vlastností materiálov nanosených na povrch nekonvenčnými technológiami. Monografia. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, 2005. 63s. ISBN 80-8069-485-0. 7. *Vanya, A. - Hudákov Á.M. - Božanský, M.* (2011): Duplex Treated CrN Coating Properties Evaluation on Different Types of Structural Steels, University of Novi Sad, Machine Design Vol.3(2011) No.4, p.297-300, Novi Sad 2011, ISSN 1821-1259. 8. *Vanya, A. - Božanský, M. - Tőkölly, P.* (2010): Determination of the hardened layer thickness with reference to the gear geometry. In Mechanical Engineering 2010: 13th international conference on the occasion of the 70th anniversary of the beginning of education of mechanical engineering students at the Slovak University of Technology in Bratislava. Bratislava, 21.10. 2010. Proceedings of the papers. Bratislava: Slovak University of Technology in Bratislava, 2010, s.6-73. ISBN 978-80-227-3304-5.

Поступила в редколлегию 02.05.12

УДК 539.3

Н.Н. ТКАЧУК, м.н.с. каф. КГМ им. А.А. Морозова НТУ "ХПИ", Харьков;
Н.Б. НЕГРОБОВА, преподаватель-стажер каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";
Н.А. ТКАЧУК, д.т.н., проф., зав. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНТАКТНЫХ ЗОН И ДАВЛЕНИЙ ПРИ КОНТАКТЕ ТЕЛ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ ПО ПОВЕРХНОСТЯМ БЛИЗКОЙ ФОРМЫ

Для случая контакта тел с близкими радиусами кривизны вдоль одного из главных направлений предложена общая постановка контактной задачи. Осуществлена параметризация задачи относительно геометрических размеров контактирующих тел и величины прижимающего усилия. Значения максимальных контактных давлений и длины полуосей контактного пятна получены аналитическими и численными методами.

Для випадку контакту тіл з близькими радіусами кривизни вздовж одного з головних напрямків запропоновано загальну постановку контактної задачі. Здійснено параметризацію задачі відносно геометричних розмірів контактуючих тіл та величини притисного зусилля. Значення максимальних контактних тисків та довжини напівосей контактної плями отримані аналітичним і чисельним методами.

General formulation of contact problem was proposed for the bodies with the close radius of curvature along one of the main directions. Geometric dimensions of the contacting bodies and the pressing force were parameterized. The maximum contact pressure and the length of the semiaxes of the contact patches were obtained analytical and numerical methods.

Введение. Как известно, контактное взаимодействие – один из основных способов передачи механического воздействия между деталями машин в процессе эксплуатации [1]. Соответственно характер распределения контактного давления зачастую является определяющим для нагрузочной способности элементов

машин, находящихся в механическом контакте. Существует огромное множество методов определения контактных давлений и контактных площадок в сопряжениях контактирующих деталей, что порождает при проектировании новых изделий проблему выбора рациональной системы анализа и синтеза. Каждому из методов свойственны свои преимущества и недостатки [2]. Аналитические методы, в большинстве своем, принимают определенные допущения и приближения относительно полей напряжений и перемещений внутри контактирующих тел, вместе с тем, предоставляют точные в рамках этих допущений решения и, зачастую, в замкнутой форме. Метод граничных элементов (МГЭ) отличается сложностью применения для тел произвольной формы и из неоднородных материалов. Метод конечных элементов (МКЭ) характеризует громоздкость модели и трудоемкость определения границ зон контакта в случаи их сложной формы и малости [3]. В связи с этим в работе предложено использовать все три упомянутых метода с учетом их преимуществ и недостатков.

Кроме вычислительных особенностей, существуют также и физические факторы, влияющие на выбор того или иного метода моделирования в силу специфики исследуемого объекта. В первую очередь это следующие особенности:

- конечность размеров контактирующих тел (как в плане, так и на глубину);
- стремление сблизить формы поверхностей контакта с целью уменьшения действующего контактного давления (от случая конгруэнтных поверхностей, т.е. полного совпадения по площадкам контакта – случай *I*, до совпадения вдоль некоторой линии – случай *II*; при этом и в первом, и во втором случае возможна модификация формы поверхностей, случаи *I'* и *II'* соответственно, как правило, приводящая к точечной локализации первоначального контакта);
- быстрое прогрессирование площадок контакта на первых этапах роста нагружающих усилий контактирующих тел случаи *I'* и *II'* (см. выше), а также естественное ограничение на их размеры при конечности площадок контакта в плане;
- наличие факторов, искажающих модель контакта гладких тел идеальной формы (погрешности изготовления, базирования, влияние НДС в удаленной от зоны контакта области тела, шероховатость, микро- и макронеровности, скругления кромок и т.п).

В силу этих факторов важно также учесть адекватность и применимость тех или иных математических моделей и методов. Как указывалось выше, наиболее употребляемыми являются модель Герца, МКЭ и МГЭ. Также часто применяются и другие аналитические модели [4]. При этом необходимо отметить следующие особенности:

- значимые ограничения для применимости модели Герца (соизмеримость площади пятна контакта с размерами поверхностей контакта, близость формы контактирующих тел, наличие шероховатости, микронеровностей и т.п.);
- осязательные расхождения результатов, получаемых при использовании различных моделей и методов, что вызывает ситуацию противоречивости и сомнительности получаемых результатов расчетов, а значит и неопределенности при принятии решений на их основе.

Таким образом, можно констатировать значительную актуальность и важность в научном и практическом плане задачи создания адекватных, точ-

ных, оперативных методов анализа взаимодействия тел конечных размеров по поверхностям близкой формы.

Общий подход к решению задачи. Одним из направлений решения поставленной задачи является подход, предложенный в работе [2] для сложно-профильных тел (СПТ) с кинетически генерируемыми поверхностями (КГП). В данном случае под кинетически генерируемыми поверхностями подразумеваются те, которые дают возможность сопряженным телам совершать взаимное движение с сохранением непрерывного контакта. Для таких случаев все указанные выше проблемы и факторы являются такими же значительными и актуальными. Таким образом, основными источниками проблем при исследовании контактного взаимодействия сложнопрофильных тел с близкими по форме поверхностями являются следующие факторы: на начальной стадии проектирования необходим умеренно точный, но очень оперативный инструмент определения напряженно-деформированного состояния; на этапе оптимизации конструкции необходим точный метод определения контактных нагрузок в локальной области контакта и оперативный инструмент определения напряженно-деформированного состояния (НДС) во всем объеме; взаимосвязанность задач определения формы, эксплуатационных режимов и НДС посредством общих параметров (для СПТ, форма которых не может быть описана при помощи элементарных профилей, приходится решать отдельно задачу нахождения их границ).

В ходе изложения в работе предлагается новый подход к решению получаемых связанных задач анализа напряженно-деформированного состояния СПТ и синтеза сопряженных поверхностей, в том числе КГП с локальным контактом.

Данный подход состоит в том, что для решения задач анализа контактного взаимодействия привлекается общая локальная или вариационная постановка. Для дискретизации получаемых задач используются методы конечных элементов и граничных элементов, реализуемые как в универсальных комплексах типа ANSYS, так и в оригинальных авторских программах [2]. Далее для определенного класса тел исследуется путем численного анализа влияние тел или иных факторов и параметров (см. выше). Это дает возможность, во-первых, строить аппроксимационные зависимости для определения контактных зон и контактных давлений, а, во-вторых, получать базовую информацию для оценки адекватности и точности результатов, получаемых с применением других моделей и методов.

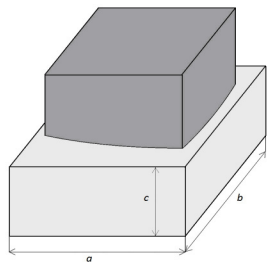


Рисунок 1 – Расчетная схема модельной задачи

Следует заметить, что частично основные элементы математических моделей (Герца, МКЭ, МГЭ) для данных объектов описаны в [2]. В связи с этим в данной статье основное внимание будет уделено постановке, решению и анализу численных результатов, полученных при решении тестовых задач.

Тестовые задачи. Расчетная схема модельной задачи представлена на рисунке 1. Размеры тел: $a=0,015\text{м}$, $b=0,015\text{м}$, $c=0,01\text{м}$. Радиусы кривизны: $R_1=100\text{м}$ и $R_2=10000\text{м}$. Материал: $E=2 \cdot 10^{11}\text{Па}$, $\nu=0,3$. Тела – гладкие. НДС относительно верти-

кальных плоскостей. В связи с этим рассматривается 1/4 конструкции. Варьируемым параметром является величина прижимающего усилия в диапазоне 0,1-5Н.

Контактные задачи были решены разными методами: I – модель Герца для контакта эллиптического параболоида с полупространством [5], II – модель Попова [4], III – метод конечных элементов.

I. Метод Герца дает возможность определить максимальные контактные давления для случая контакта параболоида с полупространством:

$$\sigma_{\max} = \frac{3P}{2\pi ab} \quad (1)$$

где P – величина прижимающего усилия; a, b – большая и меньшая длина полуоси контактного пятна соответственно.

$$a = 1,109 \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot R_1}{E}}; \quad b = 1,109 \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot R_2}{E}}, \quad (2)$$

где R_1, R_2 – радиусы кривизны параболоида в двух главных направлениях.

II. Максимальные контактные давления для модели [4] найдены по формуле:

$$\sigma_{\max}^{\text{II}} = 0,33 \cdot \sqrt[3]{\frac{\alpha \cdot (\alpha + \nu) \cdot E^2 \cdot P}{R_2}}, \quad (3)$$

где $\alpha = \sqrt{R_2/R_1}$.

Длины полуосей контакта для модели [4] равны:

$$a^{\text{II}} = 1,202 \cdot \sqrt[3]{\frac{R_2 \cdot P}{\alpha^2 \cdot (\alpha + \nu) \cdot E}}; \quad b^{\text{II}} = 1,202 \cdot \sqrt[3]{\frac{\alpha \cdot R_2 \cdot P}{(\alpha + \nu) \cdot E}}, \quad (4)$$

где $a^{\text{II}}, b^{\text{II}}$ – большая и меньшая длина полуоси контактного пятна соответственно.

III. Численное решение по методу конечных элементов (МКЭ) проводилось в программном комплексе ANSYS Workbench. С использованием построенной конечно-элементной модели определялись максимальные контактные давления и длины полуосей контактных пятен при изменении величины прижимающего усилия. Картины распределения контактных зон и контактных давлений показаны на рисунке 2.

Во время исследования численное решение по методу конечных элементов сравнивалось с моделями I и II (см. выше). На рисунке 3 представлены зависимости длин меньших полуосей пятен контакта от изменения величины прижимающего усилия. На рисунке 4 представлены зависимости максимальных контактных давлений от изменения величины прижимающего усилия. Видно, что значения длины меньшей полуоси пятна контакта, полученные с помощью модели Герца, выше, чем при применении других рассмотренных методов.

Заключение. Проведенные и описанные в статье результаты численных и аналитических исследований дают основание для следующих выводов:

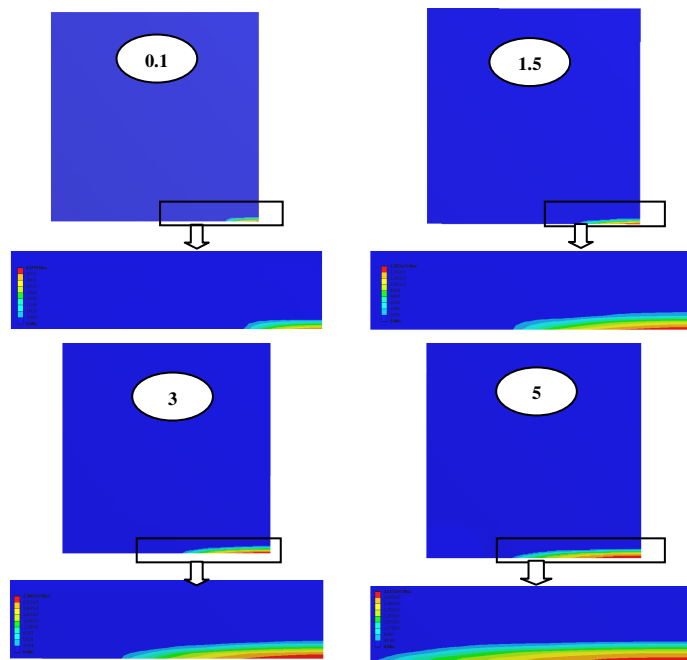


Рисунок 2 – Распределения контактных зон и контактных давлений при различной величине прижимающего усилия (Н)

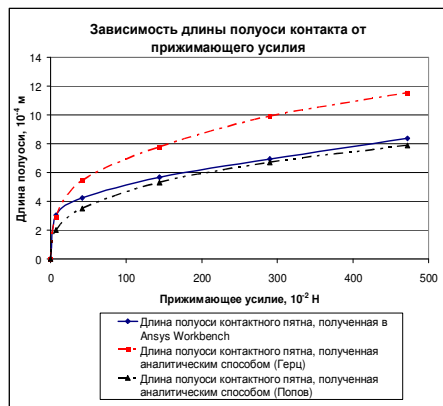


Рисунок 3 – Зависимости длин полуосей пятен контакта от величины прижимающего усилия

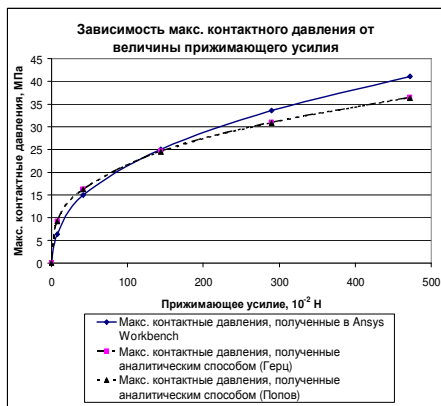


Рисунок 4 – Зависимости максимальных контактных давлений от величины прижимающего усилия

1. Наблюдается существенное отличие результатов, полученных с применением различных моделей.

2. При некоторых диапазонах изменения величины прижимающего усилия наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов.

3. Для случая применения МКЭ численные результаты имеют тенденцию к реализации примерно линейной зависимости максимального контактного давления от величины прижимающего усилия. Это объясняется тем, что в силу конечности площадки возможных областей контакта происходит резкое изменение колокообразного характера распределения контактных давлений по площадке контакта. В связи с этим возрастание интегрального распределения прижимающей силы происходит не за счет роста максимального контактного давления и размеров их площадки контакта, а преимущественно только за счет первого фактора.

Предложенный в статье подход будет использован в дальнейшем для исследования контактного взаимодействия при варьировании радиусов кривизны, размеров взаимодействующих тел.

Список литературы: 1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 509с. 2. Ткачук Н.Н. Анализ контактного взаимодействия сложнопровильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями: Дисс... канд.техн.наук: 05.02.09 / Ткачук Николай Николаевич. – Харьков, 2010 – 203с. 3. Belytschko T., Liu W.K. and Moran B. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures – New York: J. Wiley & Sons. – 2000. – 600pp. 4. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов. – Николаев: НУК, 2008. – 580с. 5. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper. Math. – 1881. – Vol.92. – S.156-171.

Поступила в редколлегию 31.05.12

УДК 621.833.6

А.В. ШЕХОВ, старший научный сотрудник НАКУ "ХАИ", Харьков

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ МНОГУСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА $n \times AI$

В статье рассмотрена методика численного решения задач оптимизации конструкции многоступенчатого планетарного механизма.

В статті розглянуто методіку чисельного знаходження рішення задач оптимального проектування конструкцій багатоступінчатого планетарного механізму.

In article the numeric method of find results tasks of optimizing structure planetary transmission is submitted.

Постановка проблемы. Проектирование любого многоступенчатого зубчатого механизма – комплекс задач, которые должен решить конструктор. Сложность решаемых задач возрастает, если необходимо спроектировать конструкцию механизма, оптимальную по каким-то критериям, например, по минимуму общей массы или габаритов. Степень сложности или трудоемкости оптимального проектирования еще больше возрастает, если параметры кон-