$$\left\{S - 2E\xi^3\sqrt{3}\left(\frac{b_1}{a}\right)\left(\frac{h_1}{h}\right)^3\left(\frac{\partial^5 W}{\partial \theta^5} + \frac{\partial^3 W}{\partial \theta^3} + \frac{\partial W}{\partial \theta}\right) + \frac{dq_n}{d\theta}\right\}_{x=0} = 0.$$
 (20)

Из граничных условий получаем систему уравнений для определения коэффициентов  $C_{ki}(i = 1, 2, 3, 4)$  в формуле (15). При деформации зубчатого венца гибкого колеса, по торцу, оболочке передается касательное усилие S.

Напряженное состояние оболочки рассчитываются по формулам:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h}; \qquad \sigma_\theta = \frac{N_\theta}{h} + \frac{12M_\theta z}{h^2}; \qquad \tau = \frac{S}{h}, \tag{21}$$

где  $\sigma_x, \sigma_{\theta}, \tau$  – нормальные и касательные напряжения.

Выводы. Растягивающие напряжения  $\sigma_{\theta}$  принимают максимальные значения в момент прохождения большой оси генератора волн, максимальные сжимающие напряжения о возникают в момент прохождения малой оси генератора волн, на угол 40...45° нормальные напряжения проходят через нулевое значение.

Снижение максимальных значений нормальных напряжений изгиба  $(\sigma_{\theta})_{max}$  до уровня максимальных касательных напряжений кручения  $\tau_{max}$ , способствует улучшению напряженно-деформированного состояния гибкого колеса, что повышает нагрузочную способность и ресурс работы крупных высоконагруженных волновых редукторов.

Список литературы: 1. Гинзбург Е.Г. Волновые зубчатые передачи. – Л.: Машиностроение, 1969. – 160с. 2. Ковалев Н.А. Общие основы теории передач гибкими колесами // Машиноведение. – 1977. – №5. – С.59-65. 3. Волков Д.П., Крайнев А.Ф. Волновые зубчатые передачи. – К.: Техника, 1976. – 224с. 4. Цейтлин Н.И., Михеев М.Б. Определение податливости диафрагмы гибкого колеса - стакана волновой зубчатой передачи // Волновые передачи: Сб. тр. – М.: Станкин, 1978. – Вып.4. – С.153-165. 5. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. – М.: Высшая школа, 1981. – 184с. 6. Шувалов С.А., Горелов В.Н. Исследование напряжений в гибком зубчатом венце методом конечных элементов // Вестник машиностроения. - 1983. - №1. - С.10-12. 7. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. – М., Л.: Гостехиздат, 1949. – 784с. 8. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. - М.: Машиностроение, 1977. - 486с. 9. Колкунов Н.В. Основы расчета упругих оболочек. – М.: Высшая школа, 1963. – 278с.

Поступила в редколлегию 31.03.2013

## УЛК 621.833

Представление гибкого колеса волновой передачи в виде цилиндрической оболочки, защемленной по торцам / В.Н. Стрельников, Г.С. Суков, М.Г. Суков // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.165-170. – Бібліогр.: 9 назв.

Розглянуто напружено-деформований стан оболонки гнучкого колеса. Силові чинники в перетинах оболонки координатними площинами і зміщення вздовж координатних ліній представлені через похідні функції напружень В.З. Власова, яка виражається через функції Крилова. З граничних умов отримуємо систему рівнянь для визначення коефіцієнтів, що входять у вираз функції напружень.

Ключові слова: гнучке колесо, оболонка, напружений стан, функція напружень, силові фактори.

The stress-strain state of a shell of a flexible wheel is observed. Power factors in shell cross-sections and displacement along coordinate lines are presented by co-ordinate planes through V.Z. Vlasov stress arbitrary functions of which is expressed through Krylov's functions. From boundary conditions we gain the equations system for definition of the factors entering into expression of stress functions.

Keywords: flexible wheel, envelope, stress state, stress functions, power factors. УДК 621.833

Ю.В. СТРЕЛЬНИКОВ, инженер БГТУ им Шухова, Белгород, Россия

## ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ ПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

Разработан новый метод определения энергетических потерь и к.п.д. зубчатого зацепления передачи с упругими промежуточными телами качения. К.п.д. зубчатого зацепления определяется в виде отношения работ вращающих моментов, приложенных к ведомому и ведущему валам редуктора с промежуточными телами качения. Учитывая, что величина потерь в зацеплении изменяется циклически, в соответствии с углом поворота ведущего вала, вращающий момент, приложенный к ведущему валу, разобьем на ряд частей в пределах цикла, и в каждом интервале считаем этот момент постоянным. К.п.д. зубчатого зацепления определяется в виде среднего значения дискретных величин.

Ключевые слова: зубчатое зацепление, энергетические потери, к.п.д., сателлит.

Актуальность задачи. Механический привод осуществляет функциональную связь двигателя с рабочими органами машины, преобразуя кинематические и силовые параметры присоединенных звеньев до заданных величин. Процесс сопровождается потерей механической энергии, относительная величина которой служит важной технической характеристикой качества механического привода [1-3].

Основу главных механических приводов тяжелых машин составляют редукторы, потери в которых во многом определяют общие энергетические потери машин и агрегатов. При крупных единичных мощностях машин и оборудования, вопрос об энергетических потерях в редукторах приобретает особую актуальность, т. к. он связан не только с большими финансовыми издержками, но и техническими требованиями охлаждения смазки и отвода тепла.

Основными задачами данного исследования являются:

 – анализ силовых и кинематических факторов влияющих на потери энергии в передачах с упругими звеньями;

 – определение энергетических потерь в зацеплении передачи с упругими промежуточными телами качения в зависимости от геометрических параметров элементов зацепления;

– определение экспериментальных зависимостей к.п.д. редукторов с упругими звеньями от эксплуатационных характеристик;

 – разработка рекомендаций по снижению энергетических потерь в высших кинематических парах передач с упругими звеньями в зацеплении.

Постановка задачи. Как показывает геометрический анализ, предпочтительные условия работы передачи с промежуточными телами качения наблюдаются в зацеплении с внецентренным контактом. В отверстиях сепараторов смонтированы демпферы, в которые установлены ролики. Зубья центрального колеса соосны роликам, радиальный зазор между ними равен разности радиусов образующей зуба и ролика. Ролики имеют четыре степени свободы в некотором пространстве, ограниченном размерами радиальной податливости демпферов, и располагают возможностью свободно обкатываться по зубьям центрального колеса и сателлита [4].

**Материалы исследования.** Относительные перемещения элементов зацепления сопровождаются потерями энергии и износом. Установим количественную связь изменения углов, определяющих положения точек контакта на профилях зубьев сателлита  $\Delta\Theta_1$  и солнечного колеса  $\Delta\Theta_2$ , от угла поворота ведущего вала. Разность приращений углов  $\chi = \Delta\Theta_1 - \Delta\Theta_2$  определяет угловой интервал скольжения нулевого ролика в зацеплении  $\chi$  до переключения и после переключения на

© Ю.В. Стрельніков, 2013

Таблица 1 – Отн	юсительные і	перемещен	ия элеме	нтов заце	пления

Интервалы из- менения угла ф°	$\Delta \Theta_1{}^{\circ}$	$\Delta \Theta_2{}^{\circ}$	χ°	$\Delta \Theta_1 {}^{\boldsymbol{*} \circ}$	$\Delta \Theta_2^{*\circ}$	<b>χ*°</b>
02,4	0,5405	0,4417	0,0988	-2,2686	-2,3780	0,1094
2,44,8	1.4781	1,3854	0,0927	-1,3859	-1,4918	0,1059
4,87,2	2,3554	2,2662	0,9892	-0,4350	-0,5374	0,1024

первый ролик  $\chi^* = \Delta \Theta_1^* - \Delta \Theta_2^*$ , (таблица 1).

Рассмотрим равновесное состояние сателлита с приложенной

системой внешних сил и опорных реакций. На оси сателлита в центре  $O_1$  приложена равнодействующая  $\overline{R}_1$  системы сходящихся сил со стороны подшипников, установленных на эксцентриковой шейке входного вала. Со стороны выходного вала на сателлит действует главный вектор  $R_2$ , приложенный на оси редуктора в центре  $O_2$  и главный момен<u>т</u> M сил сопротивления. В зацеплении сателлита действует нормальная реакция N со стороны ролика и сила трения  $F_{mp}$ , возникающая в результате скольжения ролика относительно зуба. Направление сил трения можно установить по рисунку, где точка K зуба сателлита соответствует исходному положению точки контакта, а сила трения  $F_{mp}$  в точке контакта M, действующая на зуб сателлита со стороны ролика, имеет одинаковое направление с возможным скольжением ролика по зубу сателлита. Сила трения  $F_{mp}$  направлена противоположно относительному скольжению.

Рассмотрим условия равновесия сателлита, воспринимающего постоянную нагрузку с ведомого вала  $M_2$  (см. рисунок),





 $\sum M_{02} = 0, \ M_1 + R_1 \cdot h^* - N \cdot h_1 - Fh_2 = 0. \ (1)$ 

Момент силы  $\overline{R}_1$  относительно центра  $O_2$  равен вращательному моменту  $M_1$  на ведущем валу редуктора,

$$M_1 = R_1 \cdot h^*, \qquad (2)$$

а сила трения скольжения F=fN, где f – коэффициент трения скольжения.

Подставим значения (2) в равенство (1), получим:

$$M_2 - M_1 - N(h_1 + fh_2) = 0$$
, (3)

и определим сумму работ моментов сил, действующих на сателлит в пределах некоторого малого угла поворота ведущего вала Дф, соответствующего зацеплению нулевого ролика:

$$M_1 \Delta \varphi - M_2 \Delta \psi - f r_1 \chi N = 0. \qquad (4)$$

После переключения зацепления на 1-й ролик, в выражении (4) изменятся значения входящих в него линейных и угловых параметров,

$$h_1 \rightarrow h_1^*; h_2 \rightarrow h_2^*; \Delta \psi \rightarrow \Delta \psi^*; \chi - \chi^*.$$
(5)

Рассматривая совместно выражения

(3) и (4), исключим силу N и установим соотношение между вращающими моментами на ведущем и ведомом валах редуктора для зацепления нулевого ролика:

$$\frac{M_1 + M_2}{M_1 \cdot \Delta \varphi - M_2 \Delta \psi} = \frac{h_1 + fh_2}{f_1 \chi} \,. \tag{6}$$

Из соотношения (6) определим вращающий момент на ведущем валу редуктора через момент сил сопротивления, когда в зацеплении участвует нулевой ролик,

$$M_1 = \frac{f_{l_1}\chi + (h_1 + fh_2)\Delta\psi}{(h_1 + fh_2)\Delta\phi - f_{l_1}\chi} \cdot M_2.$$
<sup>(7)</sup>

После переключения зацепления на первый ролик соотношение (7) преобразуется с учетом условий (5),

$$M_{1} = \frac{fr_{1}\chi^{*} + (h_{1}^{*} + fh_{2}^{*})\Delta\psi^{*}}{(h_{1}^{*} + fh_{2}^{*})\Delta\varphi + fr_{1}\chi^{*}} \cdot M_{2}.$$
(8)

Величина потерь в зацеплении изменяется циклически, в соответствии с углом поворота ведущего вала  $2\pi/Z_2$ . Уровень потерь определяет отношение работ вращающих моментов  $M_1 \neq \text{const}$  и  $M_2 = \text{const}$ . Разобьем крутящий момент  $M_1$  на *n* частей в пределах значения угла  $\varphi = 0...2\pi/Z_2$  с интервалом  $\Delta \varphi = 2\pi/nZ_2$ . В каждом интервале  $\Delta \varphi$  считаем  $M_1 = \text{const}$ .

Работу  $A_1$  вращающего момента  $M_1$  за цикл изменения угла  $\phi = 0...2\pi/Z_2$ , определяем суммированием работ на каждом интервале  $\Delta \phi$ ,

$$A_1 = \sum_{i=1}^n M_{1i} \Delta \varphi \,. \tag{9}$$

Работа А2 вращающего момента М2, приложенного к ведомому валу,

$$A_2 = M_2 \frac{2\pi}{uZ_2}.$$
 (10)

К.п.д. редуктора определяется отношением работ  $A_2$  и  $A_1$ ,

$$\eta = \frac{n \cdot M_2}{U \sum_{i=1}^n M_{1i}}.$$
(11)

С учетом значений (7) и (8) определяем к.п.д. кругового зацепления редуктора за цикл, соответствующий углу поворота ведущего вала  $2\pi/Z_2$ ,

$$\eta = \frac{n}{2U} \left\{ \sum_{i=1}^{n/2} \left[ \frac{\left(\tilde{h}_{1i} + fh_{2i}\right)\Delta\phi + fr_1\chi_i}{fr_1\chi_i + \left(\tilde{h}_{1i} + f\tilde{h}_{2i}\right)\Delta\phi_1} \right] + \sum_{i=n/2}^n \left[ \frac{\left(\tilde{h}_{1i}^* + fh_{2i}^*\right)\Delta\phi + fr_1\chi_i^*}{fr_1\chi_i^* + \left(\tilde{h}_{1i}^* + f\tilde{h}_{2i}^*\right)\Delta\phi_2^*} \right] \right\}.$$
 (12)

где  $\tilde{h}_{1i} = 0.5(h_{1(i-1)} + h_{1i}), \ \tilde{h}_{2i} = 0.5(\tilde{h}_{2(i-1)} + h_{2i}), \ \tilde{h}_{1i}^* = 0.5(h_{1(i-1)}^* + h_{1i}^*), \ \tilde{h}_{2i}^* = 0.5(h_{2(i-1)}^* + h_{2i}^*)$  – средние значения плеча нормальной реакции N и плеча силы трения  $F_{mp}$ , соответствующие каждому углу поворота ведущего вала  $\Delta \varphi = 2\pi/nZ_2$ .

ISSN 2079-0791. Вісник НТУ "ХПІ". 2013. № 40 (1013)

Определим текущие значения плеч  $h_{1i}, h_{2i}, h_{1i}^*, h_{2i}^*$ :

$$h_{1i} = R_3 \sin \Theta_{1i} + e \cdot \sin(\Theta_i - \varphi). \quad (13) \qquad h_{2i} = R_3 \cos \Theta_{1i} + \cos(\Theta_i - \varphi) - r_1. \quad (14)$$

$$h_{1i}^* = R_3 \sin \Theta_{1i} + e \sin \left( \frac{\pi}{z_2} - \varphi + \Theta_i^* \right).$$
(15) 
$$h_{2i}^* = R_3 \cos \Theta_{1i} + e \cos \left( \frac{\pi}{Z_2} - \varphi + \Theta_i^* \right) - r_1.$$
(16)

Определим энергетические потери в зацеплении экспериментального ре-

Таблица 2 – Текущие значения плеч моментов сил, приложенных к сателлиту относительно общей оси передачи

φ°	<i>h</i> <sub>1<i>i</i></sub> , мм	<i>h</i> <sub>2<i>i</i></sub> , мм	$h_{1i}^*$ , мм	$h_{2i}^{*}$ , мм
0	58,336	51,336	62,634	46,675
2,4	58,786	50,881	60,363	49,437
4,8	60,161	49,444	58,885	50,780
7,2	62,336	47,022	58,336	51,336

дуктора ПК-165, линейные размеры в мм: r=7,  $r_1=7,25$ ,  $\varepsilon=3,3$ ,  $R_1=77,7$ ,  $R_2=82,5$ ,  $R_3=79,377$ . Число зубьев  $z_1=24$ ,  $z_2=25$ ; коэффициент трения скольжения f=0,1; шаг угла поворота входного вала  $\Delta \varphi=2,4^\circ$ . По формулам (13)-(16) определим значения плеч  $h_{1i}$ ,  $h_{2i}$ ,  $h_{1i}^*$ ,  $h_{2i}^*$  (таблица 2). Средние значения плеч (мм):  $\tilde{h}_{11}=58,561$ ,

Средние значения плеч (мм):  $h_{11}$ =58,561,  $\tilde{h}_{12}$ =59,474,  $\tilde{h}_{13}$ =61,249,  $\tilde{h}_{21}$ =51,109,  $\tilde{h}_{22}$ =50,162,  $\tilde{h}_{23}$ =48,233,  $\tilde{h}_{11}^*$ =61,498,  $\tilde{h}_{12}^*$ =59,624,  $\tilde{h}_{13}^*$ =58,611,  $\tilde{h}_{21}^*$ =48,056,  $\tilde{h}_{22}^*$ =50,109,  $\tilde{h}_{23}^*$ =51,058.

Приращения углов поворота сателлита  $\Delta \psi_i$  (град):  $\Delta \psi_1$ =0,09895,  $\Delta \psi_2$ =0,09271,  $\Delta \psi_3$ =0,08915,  $\Delta \psi_1^*$ =0,10931,  $\Delta \psi_2^*$ =0,10589,  $\Delta \psi_3^*$ =0,10244.

Коэффициент полезного действия, учитывающий потери на трение в зубчатом зацеплении с промежуточными телами качения, определяется выражением (12).

Если принимать во внимание только потери на трение скольжение в зубчатом зацеплении с промежуточными телами качения, то к.п.д. передачи составит η=0,99. Здесь не учтены потери в подшипниках, а также на преодоление сопротивления смазки при ее перемешивании, потери на трение роликов о сепараторы, проскальзывание роликов из-за возможного перекоса их осей. Не учтены потери на трение качения роликов в зубчатом зацеплении с промежуточными телами качения, т.к. они слишком малы в сравнении с потерями, приходящихся на преодоление трения скольжения роликов в зацеплении.

Выводы. Впервые разработан аналитический метод определения энергетических потерь в передачах с промежуточными телами качения. Поставленные условия задачи осложняются тем, что необходимо учитывать непрерывно изменяющиеся деформации упругих роликов, находящихся в зацеплении, которые оказывают непосредственное влияние на величину и направление сил трения в высших кинематических парах. Положение точек контакта на сопряженных поверхностях, при различной деформации упругих роликов, определяется с учетом условия постоянства заданного передаточного отношения. Полученные результаты позволяют минимизировать энергетические потери в крупных редукторах с упругими промежуточными телами качения на стадии проектирования, обеспечивают высокий научно-технический уровень и конкурентные свойства продукции тяжелого машиностроения.

Список литературы: 1. Фальк Н.И. Теоретическое и экспериментальное определение КПД замкнутых планетарных передач // Механизмы горных машин. – 1966. – №55. – С.40-45. 2. Финогенов В.А. О КПД генераторов волновых передач // Известия вузов. Машиностроение. – 1972. – №6. – С.45-48. 3. Гафаров А.Г. Экспериментальное исследование КПД однорядных планетарных зубчатых механизмов // Известия вузов. Машиностроение. – 1968. – №12. – С.7-21. 4. Стрельников В.Н. Об энергетических потерях в редукторах с промежуточными телами качения и точность выбранных параметров // Проблемы качества механических

передач и редукторов. Точность и контроль зубчатых колес и передач. – Л.: ВАМТ, 1991. – С.76-78.

Поступила в редколлегию 31.03.2013

УДК 621.833

Потери энергии в зубчатом зацеплении передачи с промежуточными телами качения / Ю.В. Стрельников // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.171-175. – Бібліогр.: 4 назв.

Розроблено новий метод визначення енергетичних втрат і к.к.д. зубчастого зачеплення передачі з пружними проміжними тілами кочення. К.к.д. зубчастого зачеплення визначається у вигляді відношення робіт обертаючих моментів, прикладених до веденого і ведучого валів редуктора з проміжними тілами кочення. Враховуючи, що величина втрат у зачепленні змінюється циклічно, відповідно до кута повороту ведучого валу, поводить момент, прикладений до ведучого валу, розіб'ємо на ряд частин у межах циклу, і в кожному інтервалі вважаємо цей момент постійним. К.к.д. зубчастого зачеплення визначається у вигляді середнього значення дискретних величин.

Ключові слова: зубчасте зачеплення, енергетичні втрати, к.к.д., сателіт.

A new method for determining the energy losses and efficiency for the gearing with elastic intermediate rolling bodies was developed. Efficiency of the gearing is defined as ratio the work of the torques applied to the slave and the master gear shafts. The value of losses in the meshing changes cyclically, in accordance with a rotation angle of the master shaft, the torque divided into parts within the cycle. The efficiency of the gearing is determined as the mean of discrete values.

Keywords: gearing, power losses, efficiency, satellite.

УДК 621.833

3. ТКАЧ, к.т.н., проф., кафедра транспорта и управления технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре, Словакия; Ю. РУСНАК, к.т.н., проф., кафедра конструирования машин технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре; М. КАДНАР, к.т.н., доц., кафедра конструирования машин технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре;

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СТАБИЛЬНОСТЬ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

Статья обсуждает геометрическую стабильность скользящего узла в связи с требованиями трибологии. Анализирует форму и размеры скользящей пары (подшипник-вал) с целью ее оптимизации. Изменяя формы вала и концентратора (ослаблением), мы пытались добиться более равномерного распределения напряжений и таким образом и режима работы двигателей отдельных элементов системы трибологии. Таким образом, можно создать большую долговечность и надежность системы.

Ключевые слова: подшипник, концентратор, долговечность.

Введение. Выбранные формы несущих конструкций в условиях кинетических и технологических нужд, во многих случаях противоречивы потребности трибологии. Кроме того, при построении практически не используют меры, которые позволили бы улучшить характеристики трения рабочих поверхностей в эксплуатации. Таким образом, дальнейшие наблюдения должны быть направлены на научные исследования трибологических процессов в подшипниках, форма которых должна соответствовать кинетическим и технологическим нуждам, в целях оптимизации их возможностей.

Решение задачи передачи нагрузки с минимальным износом поверхности трения может быть осуществлено при соблюдении следующих условий:

© З. Ткач, Ю. Руснак, М. Каднар, 2013