

А.П. ПОПОВ, д.т.н., проф., заведующий каф. механики и конструирования машин НУК им. адм. Макарова, Николаев;
Л.А. ПОПОВА, научный сотрудник НУК им. адм. Макарова

КОНТАКТНАЯ ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С КОНИЧЕСКО-ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ КОЛЕСАМИ

Представлены материалы по новой зубчатой передаче с пространственной точечной системой зацепления прямых эвольвентных зубьев коническо-цилиндрических зубчатых колес. В указанной передаче зубья шестерни повернуты на малый угол θ относительно зубьев колеса, в связи с чем шестерня с учетом поворота её зубьев на указанный угол является конической, в то время как колесо остается цилиндрическим. При этом оси вращения шестерни и колеса рассматриваемой зубчатой передачи, характеризуемой высокой нагрузочной способностью по контактным напряжениям, остаются параллельными друг другу. Предлагаемая зубчатая передача создана на основе новой теории контактной прочности, разработанной проф. А.П. Поповым.

Ключевые слова: зубчатая передача, напряжения, нагрузочная способность, повернутые зубья, конус.

Постановка проблемы. Роль зубчатых передач исключительно велика в современном редукторостроении. Однако традиционные зубчатые передачи с плоской линейной системой зацепления зубьев практически исчерпали свои возможности, так как они уже не в состоянии удовлетворить постоянно возрастающим требованиям высокой нагрузочной способности по контактным напряжениям, существенного снижения весогабаритных показателей и улучшения виброакустических характеристик путем снижения уровня вибрации и шума.

Для получения зубчатых передач, отвечающих предъявляемым к ним требованиям, в настоящее время осуществляются поиски новых технических решений, среди которых бесспорное место занимают зубчатые передачи с пространственной точечной системой зацепления зубьев [1, 2], использование которых по мнению специалистов ряда стран (Украина, Россия, Голландия, Германия, Китай, Канада и т.д.), послужит мощным толчком в развитии редукторостроения.

Анализ последних исследований. Наиболее полно исследования по данной проблеме изложены в [1, 2]. Указанные исследования как уже упоминалось, базируются на основе новой теории контактной прочности упруго сжатых тел, разработанной проф. А.П. Поповым, а так же на новых технических решениях, защищенных патентами на изобретения [3-10].

Цель работы. Доказательство уникальности точечной системы зацепления зубьев на примере созданной новой зубчатой передачи с коническо-цилиндрическими колесами. Основа доказательства построена на впервые выполненных теоретических исследованиях предлагаемой зубчатой передачи [10].

Изложение основного материала. При расчете традиционной зубчатой передачи с плоской линейной системой зацепления эвольвентных зубьев на контактную прочность в полюсе зацепления в качестве расчетной выступает модель двух упруго сжатых цилиндров 1 и 2 с радиусами $\rho_1 = mz_1 \sin \alpha_w / 2$ и $\rho_2 = mz_2 \sin \alpha_w / 2$, где m – модуль зацепления; z_1, z_2 – числа зубьев шестерни и колеса; $\alpha_w = 20^\circ$ – угол зацепления.

Если цилиндр 1 повернуть относительно цилиндра 2 на угол θ , то в этом случае получим пространственное точечное касание указанных цилиндров в

точке 0 (рисунок 1,а). В этом случае повернутый на угол θ цилиндр 1 будет характеризоваться относительно цилиндра 2 в направлении линии, параллельной линии Oy_1 (рисунок 1,а) двумя радиусами кривизны ρ_{01} и ρ_{02} так называемых эквивалентных цилиндров.

Таким образом, в плоскости zOx имеет место, как уже говорилось, модель контакта двух цилиндров с радиусами ρ_1 и ρ_2 в точке 0, а в плоскости, перпендикулярной плоскости zOx , в той же самой точке 0 наблюдается модель внешнего контакта так же двух так называемых эквивалентных цилиндров с радиусами ρ_{01} и ρ_{02} . В процессе нагружения указанных цилиндров точечный контакт, как известно, перерождается в эллиптическую площадку размером tab , где a и b – соответственно малая и большая полуоси эллипса.

Для решения задачи, зная расчетные модели контакта в двух взаимно перпендикулярных плоскостях zOx и zOy , необходимо найти функцию $W(x,y)$, которая характеризует изменение контактных деформаций в направлении осей x и y . При этом в плоскости zOx наблюдается, несмотря на поворот зубьев, модель контакта, как уже говорилось, цилиндров 1 и 2 с радиусами кривизны ρ_1 и ρ_2 . Под радиусом ρ_1^* (рисунок 1,б) подразумевается условный радиус повернутого на угол θ цилиндра 1. Но так как величина угла θ мала, то практически можно считать, что $\rho_1^* = \rho_1$.

В действительности сечение 3 кругового цилиндра с радиусом ρ_1^* (рисунок 1,б) представляет сечение эллиптического цилиндра с малой полуосью $a = \rho_1 \cos \theta$ и большой полуосью $c = \rho_1$. Однако при малых величинах угла θ сечение эллипса 3 можно заменить сечением круга 4, полагая $\rho_1^* = a = b$, что и сделано на рисунке 1,б, где сечение 4 представляет сечение кругового цилиндра 2 (рисунок 1,а).

Из рисунка 1,а следует, что при повороте цилиндра 1 относительно цилиндра 2 на угол θ точка a займет положение точки b , тогда, учитывая малую величину угла θ , запишем

$$ab = y \operatorname{tg} \theta = y \theta, \quad (1)$$

где y – текущая координата.

На основании малой величины угла θ примем повернутый цилиндр 1 (рисунок 1,а) в плоскости zOy без изменения с той лишь разницей, что центр окружности цилиндра 1 сместился вследствие его поворота из точки 0 в положение точки O_1 на величину $ab = O_1c$. При этом точки a и b (рисунок 1,а) оказались спроектированными в точки 0 и c .

Из рисунка 1,б следует, что

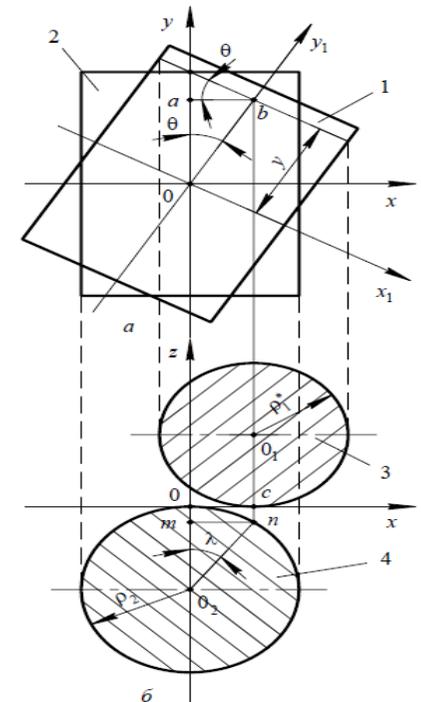


Рисунок 1 – Схематическое изображение поворота цилиндров:
 a – относительно друг друга;
 b – относительно их сечений

$$\sin \lambda = \frac{mn}{O_2 n} = \frac{ab}{O_2 n} = \frac{y\theta}{\rho_2}, \quad (2)$$

где λ – угол, заключенный между отрезками $O_2 m$ и $O_2 n$.

Полагая, что $\sin \lambda = \lambda$ при малых углах λ , представим уравнение (2) в виде

$$\lambda = \frac{y\theta}{\rho_2}. \quad (3)$$

Приняв равенство отрезков $O_2 m = cn$ (рисунок 1, б), каждый из которых является функцией переменной величины y , запишем на основании выражений (1)–(3) следующее уравнение

$$S(y) = O_2 m + cn = \rho_2 - \rho_2 \cos \lambda = \rho_2 (1 - \cos \lambda) = \rho_2 \left(1 - \cos \frac{y\theta}{\rho_2} \right). \quad (4)$$

Разложим функцию $\cos(y\theta/\rho_2)$, учитывая малую величину $y\theta/\rho_2$, в ряд, воспользовавшись первым и вторым слагаемыми указанного ряда, в результате запишем уравнение

$$\cos \frac{y\theta}{\rho_2} = 1 - \cos \frac{y^2 \theta^2}{2\rho_2^2}. \quad (5)$$

Объединив выражения (4) и (5), получим в окончательном виде зависимость

$$S_1(y) = \frac{y^2}{2\rho_{01}},$$

где $\rho_{01} = \rho_2/\theta^2$ – радиус первого эквивалентного цилиндра.

Если цилиндр 2 повернуть на угол θ по часовой стрелке до совпадения его с положением цилиндра 1, а затем снова вернуть в исходное положение, то в этом случае, по аналогии с функцией $S_1(y)$, найдем выражение функции $S_2(y)$, а именно:

$$S_2(y) = \frac{y^2}{2\rho_{02}},$$

где $\rho_{02} = \rho_1/\theta^2$ – радиус второго эквивалентного цилиндра.

На основании выражений $S_1(y)$ и $S_2(y)$ запишем функцию

$$S(y) = S_1(y) + S_2(y) = \frac{y^2}{2\rho_0}, \quad (6)$$

где $\rho_0 = \rho_{01}\rho_{02}/(\rho_{01} + \rho_{02})$ – приведенный радиус кривизны в точке контакта эквивалентных цилиндров.

Уравнение (6) характеризует форму зазора повернутых относительно друг друга цилиндров на угол θ в направлении оси y . На основании сказанного и исходя из эллиптического закона изменения деформаций в направлении оси y , представим функцию $W(y)$ с учетом $\rho_0 = \rho_{01}\rho_{02}/(\rho_{01} + \rho_{02}) = \rho_w/\theta^2$ в виде [2]:

$$W(y) = \frac{b^2}{2\rho_0} \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}} = \frac{b^2 \theta^2}{2\rho_w} \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}}, \quad (7)$$

где $\rho_w = \rho_1\rho_2/(\rho_1 + \rho_2)$ – приведенный радиус кривизны в полюсе зацепления в плоскости zOx ; b – большая полуось эллипса эллиптической площадки контакта.

В плоскости zOx функция контактных деформаций $W(x)$ имеет вид [2]:

$$W(x) = -\frac{a^2}{2\rho_w} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}, \quad (8)$$

где b – малая полуось эллиптической площадки контакта.

Имея выражения функций (7) и (8), запишем выражение функции $W(x, y)$, которая характеризует закон изменения контактных деформаций в направлении осей x и y [2]:

$$W(x, y) = \frac{a^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)} = \frac{b^2 \theta^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)}. \quad (9)$$

Для интегрирования в дальнейшем уравнения (9) заменим эллиптическую площадку контакта tab равной ей по величине прямоугольной площадкой контакта со сторонами $2a$ и $2b_m$. Исходя из равенства $tab = 4ab_m$, получим выражение $b_m = \pi b/4$. С учетом выражения параметра b_m представим функцию (9) следующим образом

$$W(x, y) = \frac{a^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_m^2}\right)} = \frac{b^2 \theta^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_m^2}\right)}. \quad (10)$$

При $x=0$ и $y=0$ функции (7) и (8) характеризуются равными друг другу величинами контактных деформаций в одной и той же точке O , характеризующей начало координат, в связи с чем запишем $a^2/2\rho_w = b^2\theta^2/2\rho_w$. Из данного равенства имеем $a/b = \theta$.

Имея функцию (10), перейдем к определению второй равнозначной ей функции $W(x, y)$, воспользовавшись обобщенным законом Гука и гипотезой Винклера. Гипотеза Винклера, как известно, в общем случае характеризует зависимость между просадкой кромки упругого основания и интенсивностью его реакции которая является функцией одной переменной величины x .

В книге [2] проф. А.П. Поповым гипотеза Винклера впервые разработана применительно к упруго сжатым телам с первоначальным точечным контактом, при котором осадка упругого основания и интенсивность его реакций является функцией двух переменных x и y . В связи с этим рецензент книги [2] в предисловии указал на то, что в дальнейшем озвученную гипотезу следует именовать как гипотезу Винклера – Попова. В соответствии со сказанным запишем [2]:

$$W(x, y) = B \cdot \sigma(x, y), \quad (11)$$

где B – коэффициент подушки, $\text{мм}^3/\text{Н}$; $\sigma(x, y)$ – функция контактных напряжений.

В соответствии с [2] коэффициент B определяется как произведение эллиптической площадки контакта tab на сумму контактных податливостей сопряженной пары зубьев $\delta_{к1} + \delta_{к2}$, измеряемой в $\text{мм}/\text{Н}$. В соответствии со сказанным перейдем к нахождению коэффициента B , исходя из равенства между собой величин контактных деформаций в двух взаимно перпендикулярных плоскостях функций (7) и (8). В этом случае, полагая $a/b = \theta$, запишем

$$\frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zy}} = \frac{L_x}{L_y} = \frac{2a}{2b} = \frac{a}{b} = \theta, \quad (12)$$

где L_x, L_y – условные размеры, характеризующие малую a и большую b полуоси эллиптической площадки контакта.

Из уравнения (12) вытекает, что $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy}/\theta$ и $\varepsilon_{zy} = \theta\varepsilon_{zx}$. Используя выражения относительных деформаций ε_{zx} и ε_{zy} , а также зависимость [2]

$$\sigma_z = \sigma_{zy} = \frac{(\varepsilon_{zy} + \nu\varepsilon_{zx})E}{1 - \nu^2},$$

и полагая при этом $\nu_1 \neq \nu_2$ и $E_1 \neq E_2$, запишем выражения контактных напряжений σ_1 и σ_2 , действующих при нагружении на рабочих поверхностях сопряженной пары зубьев:

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_{zx}(\theta + \nu_1)E_1}{1 - \nu_1^2}; \quad \sigma_2 = \frac{\varepsilon_{zx}(\theta + \nu_2)E_2}{1 - \nu_2^2}.$$

Далее, исходя из выражений σ_1, σ_2 и соотношений $\varepsilon_{zx} = \Delta L_{zx}/L_x$ и $L_x = 2a$, найдем два равнозначных выражения упругих перемещений (деформаций) зубьев:

$$\left. \begin{aligned} W &= 2C_{m1}\sigma_1 = C_{m1} \frac{\Delta L_{zx}(\theta + \nu_1)E_1}{(1 - \nu_1^2)a}; \\ W &= 2C_{m2}\sigma_2 = C_{m2} \frac{\Delta L_{zx}(\theta + \nu_2)E_2}{(1 - \nu_2^2)a}; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где C_{m1}, C_{m2} – размерные параметры шестерни и колеса, измеряемые в мм/МПа.

Приняв $W = \Delta L_{zx}$ в уравнениях (13), найдем зависимости размерных параметров:

$$C_{m1} = \frac{(1 - \nu_1^2)a}{(\theta + \nu_1)E_1}; \quad C_{m2} = \frac{(1 - \nu_2^2)a}{(\theta + \nu_2)E_1}.$$

Зависимость средних по величине контактных напряжений в рассматриваемой задаче выглядит так:

$$\sigma_m = \frac{F_n}{2ab},$$

где F_n – нормальная сила, действующая на сопряженную пару зубьев.

В соответствии с выражениями C_{m1}, C_{m2} и σ_m , приведенными выше, найдем уравнения контактной податливости каждой сопряженной пары зубьев:

$$\delta_{k1} = \frac{C_{m1}\sigma_m}{F_n} = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi(\theta + \nu_1)E_1 a}; \quad \delta_{k2} = \frac{C_{m2}\sigma_m}{F_n} = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi(\theta + \nu_2)E_2 a}.$$

Исходя из размера площадки контакта πab и выражений δ_{k1} и δ_{k2} , найдем в окончательном виде зависимости коэффициента подушки, а именно:

$$B = \pi ab(\delta_{k1} + \delta_{k2}) = \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right] a. \quad (14)$$

С учетом выражения (14), а также найденных и равнозначных друг другу функций (10) и (11) представим уравнение объемного напряженно-деформированного со-

стояния сопряженной пары зубьев, нагруженных нормальной силой F_n , в виде:

$$\begin{aligned} B \int_{-b_m}^{b_m} \int_{-a}^a \sigma(x, y) dx dy &= BF_n = \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right] a F_n = \\ &= \frac{a^2}{2\rho_w} \int_{-b_m}^{b_m} \int_{-a}^a \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_m^2}\right)} dx dy = \frac{\pi^2 a^3 b_m}{8\rho_w}. \end{aligned}$$

Выразим в последнем уравнении параметр b_m через большую полуось эллипса b , то есть $b_m = \pi b/4$, и решив указанное уравнение относительно малой полуоси a эллипса, получим:

$$a = 1,0113 \sqrt[3]{\theta \rho_w \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right] F_n}. \quad (15)$$

Используя уравнение (15) и соотношение $b = a/\theta^2$, найдем выражение большой полуоси эллипса

$$b = 1,0113 \sqrt[3]{\frac{\rho_w}{\theta^2} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right] F_n}. \quad (16)$$

Законом изменения контактных напряжений идентичен закону изменения контактных деформаций (10), в связи с чем запишем

$$\sigma(x, y) = \sigma_{\max} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_m^2}\right)}, \quad (17)$$

где σ_{\max} – максимальные контактные напряжения в точке $x = y = 0$

Приняв в выражениях (10) и (17) переменные величины $x = 0$ и $y = 0$, получим $W(x, y) = W_{\max} = a^2/2\rho_w$ и $\sigma(x, y) = \sigma_{\max}$. Далее, подставив значение $W_{\max} = a^2/2\rho_w$ и σ_{\max} в формулу (11), запишем $a^2/2\rho_w = B\sigma_{\max}$, откуда найдем

$$\sigma_{\max} = \frac{a^2}{2\rho_w B}. \quad (18)$$

На основе уравнений (14) и (15) выражение максимальных контактных напряжений (18) представим в развернутом виде:

$$\sigma_{\max} = 0,506 \sqrt[3]{\frac{\theta F_n}{\rho_w \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right]^2}}. \quad (19)$$

При изготовлении зубчатых колес из одинаковых, например из стальных материалов, имеем $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$ и $E_1 = E_2 = E$, в связи с чем уравнения (15), (16) и (19) примут более упрощенный вид:

$$a = 1,234 \sqrt[3]{\frac{\theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu)E}}; \quad (20) \quad b = 1,234 \sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{\theta^2 (\theta + \nu)E}}; \quad (21)$$

$$\sigma_{\max} = 0,3393 \sqrt[3]{\frac{\theta(\theta + \nu)^2 E^2 F_n}{\rho_w^2}}. \quad (22)$$

В силу очень больших величин радиусов кривизны ρ_{01} и ρ_{02} эквивалентных цилиндров, достигающих нескольких сотен метров, большая ось эллипса $2b$ эллиптической площадки контакта может достигать длины зубьев b_w , в связи с чем имеем условие $2b \leq b_w$. При $2b = b_w$ угол θ является оптимально-минимальной величиной.

Для определения оптимальной величины угла θ примем в уравнении (15) величину $b = b_w/2$. Затем, разделив правую часть указанного уравнения на $b_w/2$, получим трансцендентное уравнение для нахождения оптимальной величины угла θ , которое имеет вид:

$$\frac{2,468}{b_w} \sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{\theta^2 (\theta + \nu) E}} = 1. \quad (23)$$

Таким образом, при значениях угла θ , найденного путем решения уравнения (23), максимальные контактные напряжения в соответствии с уравнением (22), будут минимальными по своей величине. Однако по мере увеличения угла θ напряжения σ_{\max} будут возрастать до величин напряжений $\sigma_H = 0,418 E F_n / \rho_w b_w$ в соответствии с формулой Герца. Для получения равенства $\sigma_{\max} = \sigma_H$ необходимо приравнять друг к другу правые части уравнений σ_H и σ_{\max} , в связи с чем найдем ещё одно трансцендентное уравнение, а именно:

$$\theta(\theta + \nu)^2 = \frac{1,874}{b_w} \sqrt{\frac{\rho_w F_n}{E b_w}}. \quad (24)$$

С учетом выполненных исследований шестерня 1 с повернутыми на угол θ зубьями 2 приведена на рисунке 2,а. На рисунке 2,б изображено зубчатое колесо 3 с неповернутыми зубьями 4, которые находятся в зацеплении с зубьями 2 шестерни.

Из рисунка 2 очевидно, что при зацеплении повернутых зубьев 2 с неповернутыми зубьями 4 радиальный зазор c изменяется в сторону его уменьшения.

Для сохранения минимальной величины зазора $c = 0,25m$ необходимо в рассматриваемой зубчатой передаче при высоте головки зуба $h_a = m$ принимать высоту ножки зуба $h_f = 1,25m + 0,5b_w\theta$, в связи с чем высота зуба $h = h_a + h_f = 2,25m + 0,5b_w\theta$ окажется увеличенной на $0,5b_w\theta$.

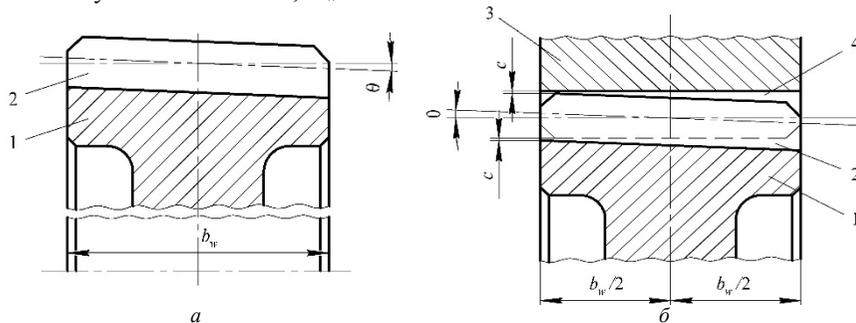


Рисунок 2 – Конструкция передачи:

а – шестерня 1 с повернутыми на угол θ зубьями 2;

б – колесо 3 с неповернутыми зубьями 4, находящимися в зацеплении

Для подтверждения эффективности предлагаемого нового технического решения выполним расчет зубчатой передачи с коническо-цилиндрическими колесами, исходя из следующих данных: $z_1 = 44$; $z_2 = 66$; $m = 5$ мм; $\alpha_w = 20^\circ$; $b_w = 150$ мм; $F_n = 4 \cdot 10^4$ Н; $\nu = 0,3$; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа. С этой целью по общеизвестным и приведенным формулам определяем $\rho_1 = 37,62$ мм; $\rho_2 = 56,43$ мм; $\rho_w = 22,573$ мм; $\sigma_H = 666$ МПа и $a = 0,255$ мм.

Затем, задавшись значениями угла $\theta = (5 \dots 15) \cdot 10^{-3}$ рад, определим путем решения трансцендентного уравнения (24) минимальную величину угла $\theta = 7,9 \cdot 10^{-3}$ рад. Далее исходя из значения угла $\theta = 7,9 \cdot 10^{-3}$ рад, по формулам (20)–(22) вычислим $a = 0,593$ мм; $b = b_w/2 = 75$ мм; $\sigma_{\max} = 466,3$ МПа; $\rho_{01} = 904 \cdot 10^3$ мм; $\rho_{02} = 603 \cdot 10^3$ мм и $\rho_0 = 361,72 \cdot 10^3$ мм.

Сравнивая между собой величины напряжений σ_H и σ_{\max} отметим, что нагрузочная способность предлагаемой зубчатой передачи с пространственной точечной системой зацепления выше в $(\sigma_H/\sigma_{\max})^3 = (666/466,3)^3 = 2,914$ раза по сравнению с таковой традиционной зубчатой передачи с плоской линейной системой зацепления зубьев.

При возрастании угла θ напряжения σ_{\max} возрастают и при значении угла $\theta = 36,32 \cdot 10^{-3}$ рад, вычисленном по формуле (24), их величина совпадает величиной $\sigma_H = 666$ МПа. Дальнейшее увеличение угла θ приводит к росту напряжений σ_{\max} , которые превышают напряжения σ_H , то есть $\sigma_{\max} > \sigma_H$. Для подтверждения сказанного, выполним расчет σ_{\max} при углах $\theta = 3^\circ$ и 5° , которым соответствуют $0,0523 \cdot 10^{-3}$ рад и $0,0873 \cdot 10^{-3}$ рад.

По формуле (22) при углах поворота цилиндров $\theta = 0,0523 \cdot 10^{-3}$ рад и $\theta = 0,0873 \cdot 10^{-3}$ рад находим величины $\sigma_{\max} = 956$ МПа и 1209 МПа, которые значительно выше напряжений $\sigma_H = 666$ МПа. Из приведенного анализа расчетных данных напряжений следует, что любая конкретная зубчатая передача с коническо-цилиндрическими колесами характеризуется минимально-оптимальным значением угла θ , определяемым при использовании уравнения (23), при котором максимальные контактные напряжения σ_{\max} в зацеплении зубьев достигают минимального значения.

Выводы:

1. Разработана новая зубчатая передача с пространственной точечной системой зацепления зубьев коническо-цилиндрических колес, характеризуемая высокой нагрузочной способностью по контактным напряжениям.
2. В основу указанной зубчатой передачи положена коническая шестерня, характеризуемая очень малой величиной конусности, достигаемой за счет поворота зубьев шестерни относительно зубьев колеса на угол $0 < \theta \leq 2^\circ$.
3. Для определения максимальных величин контактных напряжений в рассматриваемой зубчатой передаче решена сложная пространственная контактная задача, предусматривающая не только нахождение контактных напряжений, но и размеров эллиптической площадки контакта, а также минимальных значений угла поворота θ зубьев шестерни относительно зубьев колеса.

Список литературы: 1. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов [Текст] / А.П. Попов. – Николаев: Изд-во НУК, 2008с. – 580с. 2. Попов А.П. Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев [Текст] / А.П. Попов. – Николаев: Изд-во Атолл, 2010. – 774с. 3. Патент № 76881 на винахід. Україна. Зубчаста передача з модифікованими ніжками зубів / Попов О.П. – а2004210; заявл. 14.12.04; опубл. 15.09.06. Бюл. №9. 4. Патент № 77304 на винахід. Україна. Зубчаста передача з криволінійними твірними зубів / Попов О.П. – а2004121281; заявл. 14.02.04; опубл. 15.11.06. Бюл. №11. 5. Патент № 77634 на

винахид. Україна. Зубчасте зачеплення / Попов О.П. – а20041210280; заявл. 14.12.04; опубл. 15.12.06. Бюл. №12. 6. Патент № 79810 на винахид. Україна. Передача Новикова з еліптичними зубами / Попов О.П., Попова Л.О. – а200501586; заявл. 21.02.05; опубл. 25.07.07. Бюл. №11. 7. Патент № 81008 на винахид. Україна. Зубчаста передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зачеплення евольвентних зубів / Попов О.П. – а200507850; заявл. 08.08.05; опубл. 26.11.07. Бюл. №19. 8. Патент № 84606 на винахид. Україна. Зубчаста передача з рівномірним зачепленням евольвентних зубів / Попов О.П. – а200611795; заявл. 09.11.06; опубл. 10.11.08. Бюл. №21. 9. Патент № 90054 на винахид. Україна. Малошумна косозуба зубчаста передача / Попов О.П. – а200812840; заявл. 03.11.08; опубл. 25.03.10. Бюл. №6. 10. Патент № 65777 на винахид. Україна. Зубчаста передача з конічно-циліндричними колесами / Попов О.П., Попова Л.О. – u201103736; заявл. 28.03.11; опубл. 25.11.11. Бюл. №22.

Bibliography (transliterated): 1. Popov A.P. Kontaknaya prochnost' zubchatykh mekhanyzmov [Tekst] / A.P. Popov – Nykolaev: Yzd-vo NUK, 2008. – 580p. 2. Popov A.P. Zubchatye mekhanyzmy s tochechnym kontaktom zub'ev [Tekst] / A.P. Popov. – Nykolaev: Yzd-vo Atoll, 2010. – 774p. 3. Patent No 76881 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z modyfykovanyimi nizhkamy zubiv / Popov O.P. – a2004210; zayavl. 14.12.04; opubl. 15.09.06. Byul. No9. 4. Patent No 77304 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z kryvoliniynymy tvimymy zubiv / Popov O.P. – a2004121281; zayavl. 14.02.04; opubl. 15.11.06. Byul. No11. 5. Patent No 77634 na vynakhid. Ukrayina. Zubchaste zacheplennya / Popov O.P. – a20041210280; zayavl. 14.12.04; opubl. 15.12.06. Byul. No12. 6. Patent No 79810 na vynakhid. Ukrayina. Peredacha Novikova z eliptychnymy zubamy / Popov O.P., Popova L.O. – a200501586; zayavl. 21.02.05; opubl. 25.07.07. Byul. No11. 7. Patent No 81008 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha Popova O.P. z tochkovoyu i dvoparnoyu systemoyu zacheplennya evol'ventnykh zubiv / Popov O.P. – a200507850; zayavl. 08.08.05; opubl. 26.11.07. Byul. No19. 8. Patent No 84606 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z rivnomirnym zacheplennym evol'ventnykh zubiv / Popov O.P. – a200611795; zayavl. 09.11.06; opubl. 10.11.08. Byul. No21. 9. Patent No 90054 na vynakhid. Ukrayina. Maloshumna kosozuba zubchasta peredacha / Popov O.P. – a200812840; zayavl. 03.11.08; opubl. 25.03.10. Byul. No6. 10. Patent No65777 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z konichno-tsylindrychnymy kolesamy / Popov O.P., Popova L.O. – u201103736; zayavl. 28.03.11; opubl. 25.11.11. Byul. No22.

Поступила (received) 09.04.2015

УДК 539.3

Н.Б. СКРИПЧЕНКО, аспирант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";
Н.Н. ТКАЧУК, к.т.н., докторант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";
А.А. АТРОШЕНКО, аспирант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";
Н.А. ТКАЧУК, д.т.н., проф., заведующий каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЛОЖНОПРОФИЛЬНЫХ ШЕРОХОВАТЫХ ТЕЛ С УЧЕТОМ ПОДАТЛИВОСТИ

В статье описана методика и результаты экспериментального исследования контактного взаимодействия сложнопрофильных тел. Использована технология чувствительных к давлению пленок, которые размещаются между контактирующими телами, они служат индикаторами для определения контактных площадок и датчиками для измерения распределения контактных давлений. Показано соответствие применяемой модели упругому основанию Винклера. В работе экспериментально получена величина податливости промежуточного слоя.

Ключевые слова: контактное взаимодействие, сложнопрофилюное тело, упругое основание Винклера, контактные отпечатки.

Введение. Исследование взаимодействия элементов машиностроительных конструкций зачастую приводит к задачам анализа контактных давлений между сложнопрофильными телами [1]. В этом случае зачастую нарушаются гипотезы, в пределах которых справедлива модель Герца [2]. Например, первоначально точечный контакт таких тел может характеризоваться тем, что за-

зор, образуемый между ними, не может быть описан квадратичной формой двух координат, расположенных в общей касательной плоскости. Кроме того, на жесткость исследуемого узла влияет характер распределения контактных давлений, обусловленных перемещением точек взаимодействующих деталей как гладких или шероховатых упругих тел, точностью изготовления контактирующих деталей и качеством их обработки, наличием волнистости, шероховатости и т.п. Все эти факторы влияют на характер распределения контактных давлений, а также величину их максимальных значений.

Для исследования контактного взаимодействия тел с учетом этих факторов разрабатываются различные аналитические и численные методы. При этом достаточно важной задачей при использовании вновь разработанных, адаптированных или усовершенствованных методов численного исследования является определение самой возможности их применения, а также оценка сходимости и обеспечение точности численных решений при варьировании тех или иных параметров численных моделей.

В данной работе проведен и описан ряд экспериментальных исследований для обоснования применимости разработанного метода граничных интегральных уравнений с учетом наличия податливости промежуточного слоя при моделировании контактного взаимодействия.

Постановка задачи. В работе [3] предложен метод для учета влияния шероховатости на контактное взаимодействие сложнопрофильных тел (рисунок 1). В первом приближении применима модель упругого слоя, жесткостные свойства которого эквивалентны в некотором смысле свойствам шероховатого поверхностного слоя. Исследуемое тело Ω состоит из двух частей: Ω' – гладкое упругое тело и Ω^{\wedge} – покрывающий его шероховатый слой (рисунок 1).

При этом между перемещениями точек u_z^{Σ} поверхности S' , участвующих в описании условий контактного взаимодействия, перемещениями гладкого тела u'_z и шероховатого слоя u_z^{\wedge} существует зависимость

$$u_z^{\Sigma} = u'_z + u_z^{\wedge}. \quad (1)$$

В качестве модели этого слоя использовано основание Винклера [4, 5]:

$$u_z^{\wedge} = \lambda p, \quad (2)$$

где λ – податливость слоя (или слоев), зависящая от свойств материала и качества обработки материала поверхностного слоя исследуемого тела. В большинстве случаев для технических расчетов используют обобщенные значения податливости λ , определяемые экспериментально. Например, в работе [4], приведены ее значения в зависимости от вида обработки сопрягаемых поверхностей контактирующих тел (см. таблицу).

С учетом тако-
кого представления
податливости про-
межуточного ше-
роховатого слоя,

Таблица – Влияние вида обработки на контактную податливость

Вид обработки	Точение	Шлифование	Тонкое шлифование	Притирка
Ra, мкм	1,25...0,63	0,32...0,16	0,16...0,08	0,08...0,04
λ , мкм/МПа	1,3	0,8	0,5	0,2

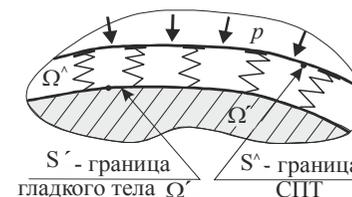


Рисунок 1 – Модель шероховатого сложнопрофильного упругого тела