

**Н.И. ВЕЛИЧКО**, к.т.н., доцент каф. "ДВС и машиноведение" ВНУ им. В. Даля, Северодонецк;  
**П.Л. НОСКО**, д.т.н., проф., заведующий каф. "ДВС и машиноведение" ВНУ им. В. Даля;  
**Д.Н. МАРЧЕНКО**, д.т.н., проф., заведующий каф. "Кибернетика и компьютерные системы" ВНУ им. В. Даля;  
**П.В. ФИЛЬ**, к.т.н., доцент каф. "ДВС и машиноведение" ВНУ им. В. Даля

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ И ОЦЕНКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ ВИНТОВЫХ ПЕРЕДАЧ

В статье рассматривается построение обобщенной математической модели зубчатых передач, составленных из цилиндрических колес. Сопряженные поверхности колес описаны в виде огибающих инструмента реечного типа при параметрическом задании формы исходного контура. Построенная модель позволяет исследовать эксплуатационное зацепление приближенных гиперболоидных передач, полученных при использовании жесткой неконгруэнтной пары исходных контуров для шестерни и колеса. Исследовано влияние степени локализации контакта на положение активных действующих линий, выполнен численный анализ критериев работоспособности винтовых зубчатых передач с различной геометрией производящего реечного контура, приведены практические рекомендации по выбору параметров кругового контура.

**Ключевые слова:** исходный контур, станочное зацепление, винтовая передача.

**Введение.** Гиперболоидные передачи, широко применяемые в современном машиностроении, позволяют проектировать и создавать компактные пространственные схемы приводных устройств. В приводах автомобильных, тракторных и авиационных двигателей, в приводах центрифуг и сепараторов, в приборостроении получили распространение разновидности гиперболоидных передач – винтовые зубчатые передачи, составленные из эвольвентных косозубых цилиндрических колес. Область применения передач ограничивается несущей способностью, основным видом разрушения, лимитирующим передаваемые усилия, является прогрессивный износ вследствие заедания активных поверхностей зубьев. Предельно допускаемые нагрузки можно повысить как применением противозадирных смазочных материалов, поверхностным упрочнением материалов колес, так и совершенствованием геометрии зубчатых колес.

**Анализ последних исследований и литературы.** Внедрение метода зуботочения при изготовлении зубчатых колес позволило синтезировать винтовые глобидные передачи с повышенными эксплуатационными свойствами [1, 2]. Рациональная геометрия активных поверхностей зубьев позволила снизить контактные напряжения, улучшены условия образования смазочного слоя, в зацеплении исключается интерференция зубьев, локализация пятна контакта зубьев позволяет компенсировать отдельные виды технологических погрешностей.

Широкому внедрению зубчатых передач с подобной геометрией и технологией изготовления препятствует ограниченное распространение зубообрабатывающего оборудования с "жесткими" кинематическими цепями инструмент-заготовка, весьма ограниченная номенклатура зуборезных долбляков.

**Цель статьи.** В работе построена модель эксплуатационного зацепления винтовой зубчатой пары, совмещенная с процессами формообразования сопря-

женных поверхностей шестерни и колеса в станочных зацеплениях с инструментом реечного типа (при обобщенном параметрическом задании исходного контура). На базе полученной модели решена обратная задача теории зацеплений, произведена сравнительная оценка работоспособности передач с различной геометрией исходного контура, обоснована возможность применения приближенных передач, обеспечивающих ускоренную приработку.

**Постановка задачи.** Поставлены задачи моделирования и численного анализа эксплуатационных показателей работоспособности винтовых передач с цилиндрическими зубчатыми колесами с целью выбора оптимальной геометрии исходного контура.

**Материалы исследований.** Исходные контуры производящих реек для шестерни и колеса образуют жесткую неконгруэнтную пару (рисунок 1), в нормальном сечении реек  $x_p O_p y_p$  исходные контуры шестерни и колеса описываются уравнениями [1]:

$$x_p = f_1(\lambda_1); y_p = f_2(\lambda_1) \quad \text{и} \quad x_p = \phi_1(\lambda_2); y_p = \phi_2(\lambda_2). \quad (1)$$

При исходном контуре, очерченном дугой окружности радиусом  $\rho$ , и равенстве  $\lambda_1 = \lambda_2 = \alpha$  для профильных углов в полюсе  $O_p$  функции (1) имеют вид:

$$f_1 = \rho_1(\sin \lambda_1 - \sin \alpha); f_2 = \rho_1(\cos \lambda_1 - \cos \alpha); \phi_1 = \rho_2(\sin \lambda_2 - \sin \alpha); \phi_2 = \rho_2(\cos \lambda_2 - \cos \alpha),$$

причем  $\rho_1 \geq \rho_2$  (при равенстве радиусов формируются сопряженные поверхности с постоянным передаточным числом, при  $\rho \rightarrow \infty$  получим стандартный исходный контур и эвольвентные зубчатые колеса). При коэффициенте высоты головки зуба  $h^*$  центральные углы  $\lambda_i$  изменяются в

интервале с граничными значениями  $\lambda_{i \max, i \min} = \arcsin(\sin \alpha \pm h^* \cdot m / \rho_i)$ . Производящие поверхности получены перемещением нормального исходного контура вдоль оси  $O_p z_p$ , текущее положение контура характеризуется координатой  $\mu$ .

При угле наклона зубьев  $\beta_1$  (см. рисунок 2), поверхности зубьев шестерни описаны как огибающие косозубой производящей рейки. Уравнение производящей рейки описано в подвижной системе координат  $x_{p1} y_{p1} z_{p1}$ , ось  $O_{p1} y_{p1}$  которой направлена перпендикулярно к оси мгновенного винтового движения винтовой передачи и проходит через полюс  $p$  эксплуатационного зацепления:

$$x_{p1} = f_1(\lambda_1); y_{p1} = f_2(\lambda_1) \cos \beta_1 + \mu_1 \sin \beta_1; z_{p1} = \mu_1 \cos \beta_1 - f_2(\lambda_1) \sin \beta_1.$$

Начальный цилиндр шестерни радиусом  $r_1$  перекачивается без скольжения по начальной плоскости рейки, в подвижной системе координат  $x_1 y_1 z_1$ , уравнения поверхностей зубьев имеют вид:

$$x_1 = (f_1 - r_1) \cos \varphi_1 + \Omega_1 \cos \beta_1 \sin \varphi_1; \quad y_1 = (f_1 - r_1) \sin \varphi_1 + \Omega_1 \cos \beta_1 \cos \varphi_1; \\ z_1 = -f_2 \sin \beta_1 - (\Omega_1 + f_2) \operatorname{ctg} \beta_1 \cos \beta_1 - r_1 \varphi_1 \operatorname{ctg} \beta_1, \quad (2)$$

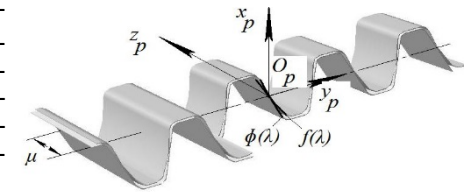


Рисунок 1 – Производящие поверхности

где  $\Omega_1 = f_1 f_1' / f_2'$  – вспомогательная функция, а на параметры исходного контура и огибания налагается дополнительное уравнение связи  $F(\varphi_1, \lambda_1, \mu_1) = 0$ ,

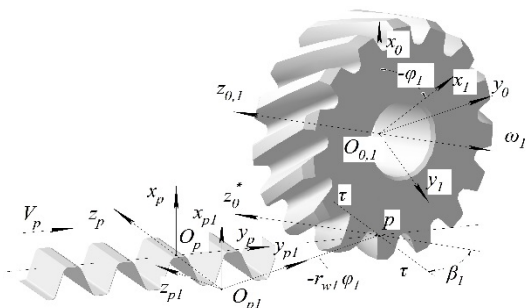


Рисунок 2 – Станочное зацепление шестерни

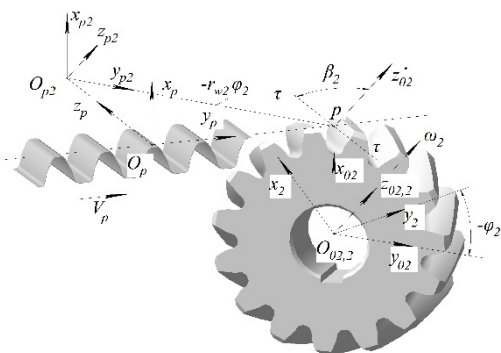


Рисунок 3 – Станочное зацепление колеса

полученное кинематическим методом теории зацеплений. Например, для среднего торцового сечения поверхностей (1) уравнение связи преобразуется к виду:  $\varphi_1 = -(\Omega_1 + f_2) \cos \beta_1 / r_1$ . Уравнение связи позволяет перейти от параметризации поверхностей зубьев рейки семействами координатных линий  $\lambda_1, \mu_1$  к линиями  $\lambda_1, \varphi_1$  путем исключения  $\mu_1$ .

Взаимное положение нарезаемого колеса и производящей рейки 2, а также параметры процесса огибания представлены на рисунке 3. Поверхности зубьев колеса являются огибающими рейки; при начальном цилиндре  $r_2$  в подвижной системе координат  $x_2, y_2, z_2$ , жестко связанной с колесом, уравнения сопряженных поверхностей:

$$\begin{aligned} x_2 &= (\varphi_1 + r_2) \cos \varphi_2 + \Omega_2 \cos \beta_2 \sin \varphi_2; & y_2 &= (\varphi_1 + r_1) \sin \varphi_2 + \Omega_2 \cos \beta_2 \cos \varphi_2; \\ z_2 &= -\varphi_2 \sin \beta_2 - (\Omega_2 + \varphi_2) \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \beta_2 + r_2 \varphi_2 \operatorname{ctg} \beta_2. \end{aligned} \quad (3)$$

Путем векторно-матричных преобразований с использованием уравнения связи параметров получены уравнения ортов нормалей к поверхностям зубьев шестерни:

$$\begin{aligned} e_{1x1} &= (f_2' \cos \varphi_1 + f_1' \cos \beta_1 \sin \varphi_1) \sin \varphi_1 / n_1; & e_{1y1} &= (f_2' \sin \varphi_1 - f_1' \cos \beta_1 \cos \varphi_1) / n_1; \\ e_{1z1} &= f_1' \sin \beta_1 / n_1. \end{aligned}$$

Здесь  $n_1$  – нормирующий множитель,  $n_1 = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$ . Аналогично, для поверхностей зубьев колеса в подвижной системе координат:

$$\begin{aligned} e_{2x2} &= (\varphi_1' \cos \varphi_2 + \varphi_1' \cos \beta_2 \sin \varphi_2) \sin \varphi_2 / n_2; & e_{2y2} &= (\varphi_1' \sin \varphi_2 - \varphi_1' \cos \beta_2 \cos \varphi_2) / n_2; \\ e_{2z2} &= \varphi_1' \sin \beta_2 / n_2. \end{aligned}$$

Для исследования эксплуатационного зацепления поверхностей зубьев шестерни и колеса винтовой пары достаточно совместить схемы станочных зацепле-

ний (после совмещения совпадают т. p на рисунках 2 и 3). Оси в передаче скрещиваются, межосевой угол  $\Sigma = \beta_1 + \beta_2$ ; в частном случае при  $\beta_1 = -\beta_2$  модель позволяет исследовать цилиндрическую косозубую передачу. Оценка эксплуатационных свойств винтовой передачи выполняется в следующей последовательности:

1. Сопряженные винтовые передачи получают при использовании общей производящей поверхности, исходные контуры (1) совпадают. В парах рейка-шестерня и рейка-колесо контакт линейный, касание же зубьев шестерни и колеса происходит в точках пересечения соответствующих линий  $\varphi_i = \text{const}$ , причем  $\varphi_1 = u \varphi_2$ . Множество точек контакта в неподвижной системе координат  $x_{p0}, y_{p0}, z_{p0}$  образуют линию зацепления, а в системах  $x_{p1}, y_{p1}, z_{p1}$  и  $x_{p2}, y_{p2}, z_{p2}$  – активные действующие линии на сопряженных поверхностях.

2. При использовании пары неконгруэнтных реек винтовая передача переходит в разряд приближенных, заданное передаточное отношение выполняется только в полюсе. Угловое положение колеса характеризуется координатой  $\varphi_2^* = \varphi_2 + \Delta \varphi_2$ . В качестве начальных приближений для определения линии зацепления и активных действующих линий удобно воспользоваться значениями параметров  $\lambda_i, \varphi_i$  для сопряженных передач, которые уточняются в процессе решения обратной задачи.

3. В подвижной системе координат  $x_{p2}, y_{p2}, z_{p2}$ , жестко связанной с колесом, определяются уравнения идеальных поверхностей, огибающих поверхностей зубьев шестерни. Определение уравнений идеальных поверхностей зубьев цилиндрического колеса непосредственно в виде огибающих рейки для шестерни позволяет значительно упростить зависимости. При совпадении осей мгновенного относительного движения  $\tau - \tau$  идеальные поверхности зубьев колеса, полученные огибанием рейки, полностью идентичны поверхностям, выполненным в виде огибающих шестерни. Задавая доворот на угол  $\Delta \varphi_2$  для реальной поверхности определяют координаты точек на поверхностях, в которых обеспечиваются условия физического контакта реальной и идеальной поверхностей, а, тем самым, контакт шестерни и колеса.

4. Исследуется эксплуатационное зацепление шестерни и колеса. С этой целью получены уравнения для определения ряда геометрических и кинематических характеристик поверхностей в точках контакта.

**Результаты исследований.** Выполнено численное моделирование процессов станочного и эксплуатационного зацепления винтовых цилиндрических колес с различной геометрией исходного контура. Исследовано положение активных действующих линий (а.д.л.) на поверхностях зубьев, коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\gamma$  сопряженных передач с различными параметрами (числа зубьев шестерни, передаточное отношение, углы наклона зубьев). Определены рациональные значения параметров исходных контуров шестерни и колеса, обеспечивающие высокую плавность и приемлемую степень локализации контакта. На рисунке 4 показан пример а.д.л. для передачи с параметрами:  $z_1 = z_2 = 15$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = 10m$ ; на вершинах зубьев показаны углы поворота колес, соответствующие моментам пересопряжения зубьев.

Следует отметить, что в приближенных передачах а.д.л. располагаются примерно в той же части поверхностей зубьев, но линии имеет меньшую протяженность и, что особенно важно, кромочный контакт зубьев отсутствует.

**В.В. ВЛАХ**, аспірант Української академії друкарства, Львів

## МЕТОДОЛОГІЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ЕКСПОРТУ ДАНИХ, ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ТА ФОРМУВАННЯ 3D-МОДЕЛІ МЕХАНІЗМУ У СПЕЦІАЛІЗОВАНІЙ РОЗРАХУНКОВІЙ СИСТЕМІ

В статті розглядаються методи, за допомогою яких утворюється візуалізація механізмів та виконується передача даних з спеціалізованого програмного забезпечення в середовище AutoCAD. Пропоноване програмне забезпечення створювалось в середовищі Embarcadero Rad Studio Delphi методами об'єктно-орієнтованого програмування. Це значної мірою дало змогу реалізувати експорт кінематичної схеми механізму та сформувати код програми мовою AutoLISP, яка описує тривимірну модель.

**Ключові слова:** Delphi, об'єктно-орієнтоване програмування, AutoLISP, AutoCAD, 3D-модель.

**Вступ.** Просторові важільні механізми є важливою складовою сучасної техніки і виробничих технологій. Такі механізми застосовуються майже в усіх машинах. Конструювання таких технічних об'єктів здійснюється сьогодні з використанням САПР. Будь-який конструктор, що створює виріб з рухомими ланками, завжди хоче побачити, як він буде працювати, ще до його виготовлення. Йому важливо відстежити траєкторії руху точок, перевірити, чи не стикаються окремі частини механізму між собою чи з оточуючими елементами.

**Актуальність задачі.** Моделювання динамічних характеристик механізмів і виконавчих пристроїв машин різного призначення на стадії їх проектування є досить актуальним завданням для проектувальників. Можна стверджувати, що сьогодні існує багато видів САПР, які дозволяють проводити кінематичний та динамічний аналіз механізмів. Це переважно великі потужні системи, які дорого коштують, складні в користуванні, потребують додаткових знань та великих апаратних ресурсів робочого комп'ютера. Тому вважається, що створення простої в користуванні, багатofункціональної САПР, з високими можливостями візуалізації для кінематичного, кінетостатичного аналізу та динамічного синтезу механізмів, яка не потребувала би великих апаратних ресурсів робочого комп'ютера є актуальним.

**Аналіз останніх досліджень.** Автором статті був проведений аналіз матеріалів, які розміщені в мережі Internet. Лідер розробки таких систем Autodesk розробив безкоштовний мобільний додаток Force Effect Motion, який може бути корисним для студентів машинобудівних спеціальностей. В країнах СНД над вирішенням проблеми автоматизації розрахунку механізмів займалися в 2000-х роках, але великих результатів досягнуто не було. Тому через малу платоспроможність більшість вітчизняних вчених та інженерів використовують для розрахунків універсальні програми, такі як Excel. У Європі та США також займалися над вирішенням даного питання. Створити програмний інструмент вузької спеціалізації не вдалося, але було розроблено багато рішень, які можна інтегрувати в потужні системи для удосконалення проектування.

**Ціль статті.** Мета статті – показати методи за допомогою яких реалізовано побудову кінематичної схеми механізму, експорт даних та формування 3D-моделі механізму в створеній автором САПР для розрахунку механізмів.

© В.В. Влах, 2015

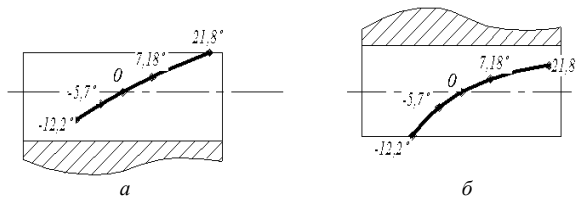


Рисунок 4 – Активные действующие линии на поверхностях зубьев сопряженных передач с круговым исходным контуром:  
а – колеса; б – шестерни

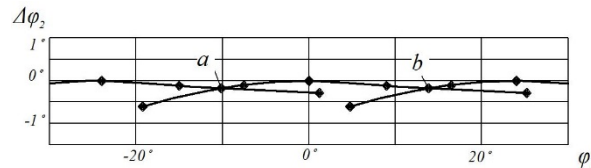


Рисунок 5 – Погрешность углового положения колеса

Для рассмотренной ранее передачи (при  $\rho_2 < \rho_1$ ) на рисунке 5 представлено семейство кривых  $\Delta\varphi_2(\varphi_1)$ , повторяющихся с угловым шагом  $\tau=24^\circ$ . Погрешность углового положения  $\Delta\varphi_2$  достигает максимальных значений в точках геометрического пересопряжения а и б. Без учета упругих деформаций коэффициент перекрытия передачи  $\varepsilon_\gamma$  равен единице, угловые положения шестерни в точках пересопряжения:  $\varphi_{1a}=-10,18^\circ$ ,  $\varphi_{1b}=13,82^\circ$ .

Степень локализации контакта в приближенной передаче характеризуется коэффициентом  $k_p = \rho_2 / \rho_1 = 0,9$ .

Сравнительная оценка нагрузочной способности передач производилась при единичной угловой скорости шестерни по безразмерному коэффициенту [2]:

$$K_T = n_a^3 n_b^3 / [(\Sigma k)^2 V_s^{0,75}],$$

позволяющему оценить влияние геометрии и масштабных факторов на противозадирную стойкость. Здесь  $V_s$  – скорость скольжения зубьев,  $n_a, n_b$  – табличные значения коэффициентов для оценки эллиптичности контакта,  $\Sigma k$  – сумма главных кривизн соприкасающихся поверхностей. Геометрические факторы позволяют прогнозировать повышение нагрузочной способности на 40...50%.

**Выводы.** Построена обобщенная модель станочного и эксплуатационного зацепления передач, составленных из цилиндрических зубчатых колес. Выполненный численный анализ винтовых передач позволил оценить влияние формы исходного контура на геометро-кинематические показатели работоспособности и нагрузочную способность зацепления. Результаты исследований подтвердили преимущества кругового исходного контура, оптимальными (с позиций плавности и нагрузочной способности) являются  $\rho_1 = (8...10)m$ , степень локализации контакта  $k_p = 0,8...0,9$ .

**Список литературы:** 1. Либуркин Л.Я., Трубняков В.А. Увеличение долговечности винтовой зубчатой передачи // Тр. Ленинградского инж.-строит. ин-та. – 1977. – Вып.1(127). – С.120-126. 2. Шихов В.П., Носко П.Л., Величко Н.И., Карпов А.П. Высоконагруженные винтовые зубчатые передачи. – Луганск: изд-во ВНУ им. В.Даля, 2009. – 240с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Liburkin L.Ja., Trubnjakov V.A. Uvelichenie dolgovechnosti vintovoj zubchatoj peredachi // Tr. Leningradskogo inzh.-stroit. in-ta. – 1977. – No1(127). – P.120-126. 2. Shishov V.P., Nosko P.L., Velichko N.I., Karpov A.P. Vysokonagruzhennye vintovye zubchatye peredachi. – Lugansk: izd-vo VNU im. V.Dalja, 2009. – 240p.

Поступила (received) 18.05.2015