

где c_e – эквивалентная жесткость линии передач каждого двигателя, определенная для линеаризованной статической характеристики муфты.

На рисунке 5 приведена амплитудно-частотная характеристика линии передач каждого двигателя для случая, когда резинокордные оболочки и гидropневматические аккумуляторы сообщены общим трубопроводом, как показано на рисунке 1.

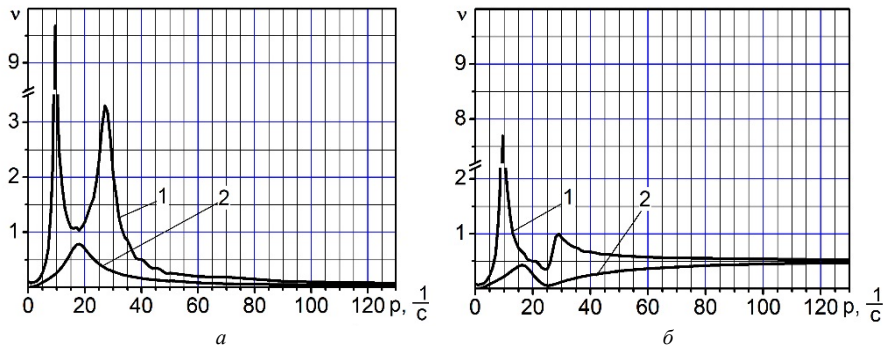


Рисунок 5 – Амплитудно-частотная характеристика:

а – для двигателей; б – для муфт 1; v – динамический коэффициент; p – частота возмущения колебаний; 1,2 – коэффициенты затухания колебаний $\mu=2 \cdot 10^4$ Н·м·с и $\mu=8 \cdot 10^5$ Н·м·с соответственно

Из рисунка 5 следует, что:

– амплитудно-частотные характеристики каждой линии передач одинаковы и при наложении совпадают, что указывает на равномерное распределение динамической нагрузки между ними. В приводах с независимыми муфтами, в резонансном режиме, вся динамическая нагрузка воспринимается одной линией передач с амплитудой в два раза большей [5, 8];

– возможность управлять диссипацией энергии колебаний в муфтах с резинокордными оболочками, позволяет ограничивать максимальные динамические нагрузки до безопасной величины, и равномерно распределять их между линиями передач каждого двигателя.

Выводы:

1. Применение гидropневмобаллонных упругих муфт в приводах барабанных мельниц позволяет снизить жесткость механических передач, обеспечить заданную диссипацию энергии колебаний, что способствует более равномерному распределению статической и снижению динамических нагрузок.

2. Соединение резинокордных оболочек муфт общим трубопроводом, кроме того, позволяет равномерно распределять статическую и динамическую нагрузку, ограничивать динамическую нагрузку в резонансном режиме.

Список литературы: 1. А.С.743720 СССР МПК В02С 17/24 Двухдвигательный периферийный привод барабанной мельницы / *Б.В. Виноградов, В.И. Зайченко.* №2592504/29-33; заявл. 21.03.78; опубл. 30.06.80. Бюл.№24. 2. А.С.710635 СССР МПК В02С 17/24, F15В 11/25. Двухдвигательный периферийный привод барабанной мельницы / *Б.В. Виноградов, В.И. Зайченко.* – №2489018/29-33; заявл. 24.05.77; опубл. 25.01.80. Бюл.№3. 3. А.С. 470662 СРСР МПК F15В 11/22. Двухдвигательный привод / *Д.К. Крюков, В.И. Зайченко.* №1785067/24-6; заявл. 16.05.72; опубл. 15.05.75. Бюл.№18. 4. Пат. №96521 Украина, МПК В02С 17/24. Двухдвигательный синхронный привод барабанного млина [Текст] / *Виноградов Б.В., Емельяненко В.И.*; Государственный высший навчальний заклад "Український державний хіміко-технологічний університет" – №а201007858; заявл. 23.06.2010; Опубл. 10.11.2011. Бюл.№21. 5. *Виноградов Б.В.* Статика и динамика двухдвигательных приводов барабанных мельниц // [Текст]: *Б.В. Виноградов* // *Наук. вісн.*

НГУ. – 2012. – №2. – С.75-80. 6. *Виноградов Б.В.* Динаміка барабаних млинів [Текст]: монографія / *Б.В. Виноградов.* – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2004. – 127с. 7. *Виноградов Б.В.* Динамическая модель привода барабанной мельницы в установленном режиме работы // *Б.В. Виноградов* // *Научн. вестн. НГУ.* – №3 – 2010. – С.72-76. 8. *Виноградов Б.В.* Вынужденные колебания двухдвигательных синхронных приводов барабанных мельниц / *Б.В. Виноградов, А.В. Христенко* // *Наук. вісн. НГУ.* – 2012. – №6. – С.72-76. 9. *Виноградов Б.В.* Гидропневмобаллонная упруговязкая система / *Б.В. Виноградов* // *Вібрації в техн. та технологіях.* – 2011. – №1(61). – С.15-19. 10. *Годжаев З.А.* Исследование характеристик пневматического упругого элемента рукавного типа в зависимости от давления воздуха, хода и формы поршня / *З.А. Годжаев, А.А. Поповский, С.В. Гончаренко* // *Вісник СевНТУ: зб. наук. пр.* – Севастополь, 2011. – №120. – С.306-311.

Bibliography (transliterated): 1. А.С.743720 SSSR МПК В02С 17/24 Dvuhdvigatel'nyj periferijnyj privod barabannoj mel'nicy / *B.V. Vinogradov, V.I. Zajchenko.* – No2592504/29-33; yayavl. 21.03.78; opubl. 30.06.80. Byul.No24. 2. А.С.710635 SSSR МПК В02С 17/24, F15В 11/25. Dvuhdvigatel'nyj periferijnyj privod barabannoj mel'nicy / *B.V. Vinogradov, V.I. Zajchenko.* – No2489018/29-33; yayavl. 24.05.77; opubl. 25.01.80. Byul.No3. 3. А.С. 470662 SRSR МПК F15В 11/22. Dvuhdvigatel'nyj privod / *D.K. Kryukov, V.I. Zajchenko.* No1785067/24-6; yayavl. 16.05.72; opubl. 15.05.75. Byul.No18. 4. Пат. No96521 Ukraine, МПК В02С 17/24. Dvodvigunovij sinhronnij privod barabanogo mlina [Tekst] / *Vinogradov B.V., Emel'yanenko V.I.*; Derzhavnij visshij navchal'nij zaklad "Ukrains'kij derzhavnij himiko-tehnologichnij universitet" – No a201007858; yayavl. 23.06.2010; Opubl. 10.11.2011. Byul.No21. 5. *Vinogradov B.V.* Statika i dinamika dvuhdvigatel'nyh privodov barabannyh mel'nic // [Tekst]: *B.V. Vinogradov* // *Nauk. visn. NGU.* – 2012. – No2. – P.75-80. 6. *Vinogradov B.V.* Dinamika barabannyh mliniv [Tekst]: monografija / *B.V. Vinogradov.* – Dnipropetrovs'k: UDHTU, 2004. – 127p. 7. *Vinogradov B.V.* Dinamicheskaya model' privoda barabannoj mel'nicy v ustanovivshemsja rezhime raboty // *B.V. Vinogradov* // *Nauchn. vestr. NGU.* – No3. – 2010. – P.72-76. 8. *Vinogradov B.V.* Vynuzhdennye kolebaniya dvuhdvigatel'nyh sinhronnih privodov barabannyh mel'nic / *B.V. Vinogradov, A.V. Hristenko* // *Nauk. visn. NGU.* – 2012. – No6. – P.72-76. 9. *Vinogradov B.V.* Hidropnevmballonnaya uprugovjzskaya sistema / *B.V. Vinogradov* // *Vibracii v tehn. ta tehnologiyah.* – 2011. – No1(61). – P.15-19. 10. *Godzhaev Z.A.* Issledovanie harakteristik pnevmaticheskogo uprugogo elementa rukavnogo tipa v zavisimosti ot davlenniya vozduha, hoda i formy porshnya / *Z.A. Godzhaev, A.A. Popovskij, S.V. Goncharenko* // *Visnik SevNTU: zb. nauk. pr. Sevastopol', 2011.* – №120. – P.306-311.

Поступила (received) 21.05.2015

УДК 621.833.6

А.В. ШЕХОВ, старший преподаватель каф. теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем НАКУ "ХАИ", Харьков

УСЛОВИЯ ПРОЧНОСТИ И ОЦЕНКА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО МАССЕ КОНСТРУКЦИИ ПРОСТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА АІ

Рассмотрена методика оценки несущей способности оптимальной по массе конструкции простого планетарного механизма типа АІ с учетом различных условий прочности. Методика основана на исследовании экстремальных свойств целевых функций аналога массы и коэффициента несущей способности конструкции механизма. Целевые функции задают как функции передаточного отношения механизма и параметров его конструкции. В качестве параметров конструкции механизма принимаются число сателлитов, коэффициент приведения массы эпицикла, число зубьев центрального подвижного зубчатого колеса и коэффициент параметров прочности внешнего зубчатого зацепления. Аналог массы конструкции механизма определяют для трех условий прочности внешнего зубчатого зацепления – контактной, изгибной, контактной и изгибной равнопрочности.

Ключевые слова: простой планетарный механизм типа АІ, условия прочности, несущая способность, конструкция оптимальная по массе, аналог массы, контактная и изгибная равнопрочность.

Введение. Актуальность задачи. Практика проектирования и создания приводов систем управления летательных аппаратов показывает, что требование обеспечения наименьшей массы конструкции привода и требование к его

© А.В. Шехов, 2015

нагрузочной способности могут быть не совместимы. Иногда такие требования могут быть взаимно противоречивыми. Разрешение такого противоречия быть выполнено двумя различными подходами. При первом подходе критерий минимума массы считается основным, а оценка несущей способности выполняется по найденным параметрам оптимальной по массе конструкции. Для второго подхода условие обеспечение заданной несущей способности учитывается при оптимизации массы конструкции привода. Оба подхода имеют свои плюсы и минусы. Поэтому оценка несущей способности конструкции вышеназванных приводов, имеющих минимальную массу, является актуальной задачей.

Анализ литературы. Минимизации массы планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [3-5]. Однако в этих работах не рассматриваются вопросы оценки несущей способности этих механизмов применительно к их оптимальным конструкциям. В работах [6-7] рассмотрены методики оценки несущей способности оптимальной по массе конструкции многоступенчатых планетарных механизмов типа $n \times AI$. Эти методики относятся к первому подходу решения вышеназванной проблемы. Оценка несущей способности простого планетарного механизма типа AI рассмотрена в работе [2]. Но и в этой работе нет исследования этой оценки применительно для конструкции механизма с наименьшей массой.

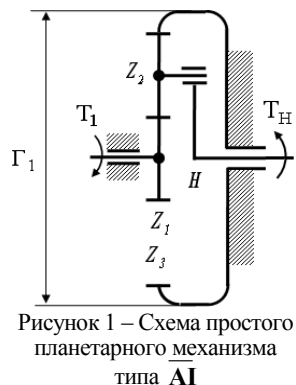


Рисунок 1 – Схема простого планетарного механизма типа AI

Цель статьи. Разработка методики оценки несущей способности оптимальной по массе конструкции двухступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$.

Материалы исследований. На рисунке 1 приведена схема рассматриваемого планетарного механизма типа AI . Моменты, действующие на входе и выходе механизма, обозначены, как T_1 и T_H соответственно. Символом G_1 указан диаметральный габарит механизма. Суммарную массу M_{AI} простого планетарного механизма типа AI определим в виде [5]

$$M_{AI} = \frac{\pi \rho_1}{4} \cdot b_1 d_1^2 \cdot \left(1 + k \cdot \left(\frac{u-2}{2} \right)^2 + n_M \cdot \frac{u^2}{4} \right) = \frac{\pi \rho_1}{4} b_1 d_1^2 \cdot A, \quad (1)$$

где ρ_1 , b_1 , d_1 – плотность материала, ширина зубчатого венца и диаметр делительной окружности центрального зубчатого колеса z_1 ; k – число сателлитов z_2 механизма; n_M – коэффициент приведения масс корпуса, водила и неподвижного зубчатого колеса z_3 к массе условного диска, диаметр которого равен удвоенному межосевому расстоянию внешнего зацепления z_1 - z_2 , а ширина равна ширине b_1 зубчатого венца центрального подвижного зубчатого колеса z_1 ; $u = u_{1H}^3$ – передаточное отношение механизма; $A = 1 + k \cdot \left(\frac{u-2}{2} \right)^2 + n_M \cdot \frac{u^2}{4}$ – безразмерный коэффициент.

Формула (1) получена в предположении, что материалы всех зубчатых колес одинаковы и одинаковы их ширины зубчатых венцов. При заданных значениях параметров k , n_M и передаточного отношения u суммарная масса меха-

низма определяется массой условного объема $0,25\pi b_1 d_1^2$ центрального подвижного зубчатого колеса z_1 .

Условный объем $0,25\pi b_1 d_1^2$ центрального подвижного зубчатого колеса z_1 может быть найден из различных условий прочности. Введем в рассмотрение коэффициент массы C_{ic}

$$C_{ic} = \frac{\pi \rho_1}{4} \cdot (b_1 d_1^2)_{ic}. \quad (2)$$

В формуле (2) нижний индекс "ic" указывает на обозначение критерия прочности, из которого находят соответствующую величину $(b_1 d_1^2)_{ic}$.

С учетом (2) формулу (1) перепишем в безразмерном виде

$$\overline{M}_{ic} = \frac{M_{AI}}{C_{ic}}. \quad (3)$$

Рассмотрим контактную прочность внешнего зацепления простого планетарного механизма AI .

Для внешнего зацепления z_1 - z_2 условие контактной прочности имеет вид [1]

$$(\sigma_H)_{12} = 0,418 \sqrt{\frac{4 \cdot T_1 \cdot (\Omega_H K_{H\beta} K_{H\alpha} E_{np})_{12}}{b_1 d_1^2 \cdot k \cdot \cos^2(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw12})} \cdot \frac{u}{u-2}} \leq (\sigma_{HP})_{12}, \quad (4)$$

где $(\sigma_H)_{12}$ – контактное напряжение в полюсе зацепления зубчатых колес z_1 и z_2 ; T_1 – вращающий момент на входе механизма; $u = u_{1H}^3 = 1 + z_3/z_1 = 1 + p$ – передаточное отношение механизма; $E_{np} = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$ – приведенный модуль упругости материалов зубчатых колес z_1 и z_2 ; $K_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий; $K_{H\alpha}$ – коэффициент, учитывающий внутреннюю динамическую нагрузку; α_t – делительный угол профиля в торцовом сечении; α_{tw12} – угол внешнего зацепления зубчатых колес z_1 и z_2 ; Ω_H – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между сателлитами z_2 при расчете на контактную прочность; k – число сателлитов z_2 ; $(\sigma_{HP})_{12}$ – допускаемое контактное напряжение для зацепления зубчатых колес z_1 и z_2 .

В формуле (4) размерности величин T_1 , E_{np} , b_1 и d_1 такие, как в работе [1].

Из (4) получим наименьшее значение параметра $(b_1 d_1^2)_{H \min}$ из расчета на контактную прочность внешнего зацепления механизма

$$(b_1 d_1^2)_{H \min} = \frac{0,7 T_1 (\Omega_H E_{np} K_{H\beta} K_{H\alpha})_{12}}{k (\sigma_{HP})_{12} \cdot \cos^2(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw12})} \cdot \frac{u}{u-2}. \quad (5)$$

С учетом формулы (5) массу условного объема $0,25\pi b_1 d_1^2$ центрального подвижного зубчатого колеса z_1 при расчете на контактную прочность запишем в виде

$$\frac{\pi\rho_1}{4} \cdot b_1 d_1^2 = \frac{\pi\rho_1}{4} \cdot \frac{0,7T_1(\Omega_H E_{np} K_{H\beta} K_{Hv})_{12}}{k(\sigma_{HP}^2)_{12} \cdot \cos^2(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw12})} \cdot \frac{u}{u-2} = C_H \cdot \frac{u}{k(u-2)}, \quad (6)$$

где $C_H = \frac{\pi\rho_1}{4} \cdot \frac{0,7T_1(\Omega_H E_{np} K_{H\beta} K_{Hv})_{12}}{(\sigma_{HP}^2)_{12} \cdot \cos^2(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw12})}$ – коэффициент массы при расчете на контактную прочность.

Аналог массы \bar{M}_H простого планетарного механизма типа \overline{AI} при расчете на контактную прочность внешнего зацепления z_1-z_2 находим по формуле

$$\bar{M}_H = \frac{M_{\overline{AI}}}{C_H} = \frac{A}{k(u-2)} = \frac{1+k \cdot \left(\frac{u-2}{2}\right)^2 + n_M \cdot \frac{u^2}{4}}{k(u-2)}. \quad (7)$$

При заданных значениях параметров k и n_M конструкции механизма аналог его массы \bar{M}_H является функцией передаточного отношения механизма u , т.е. $\bar{M}_H = \bar{M}_H(u)$. На рисунке 2 приведены графики этой функции. Из представленных графиков видно, что функция аналога массы \bar{M}_H планетарного механизма типа \overline{AI} при расчете на контактную прочность его внешнего зацепления имеет явный минимум. При этом с увеличением числа спутников k или с уменьшением значения параметра n_M значение этого минимума уменьшается.

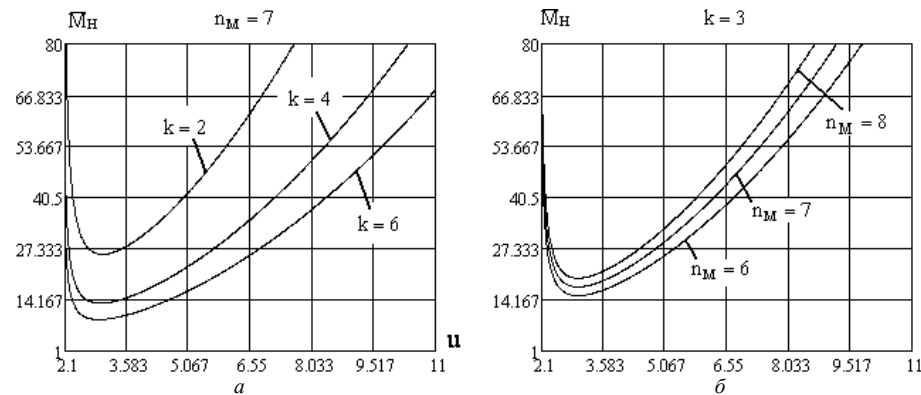


Рисунок 2 – График зависимости функции аналога массы $\bar{M}_H = \bar{M}_H(u)$ при различных значениях: a – параметра k ; b – параметра n_M

Значение передаточного отношения механизма u_{optH} , при котором значение аналога массы \bar{M}_H будет минимальным, находим из решения следующего уравнения

$$\frac{\partial \bar{M}_H}{\partial u} = 0 \Rightarrow (k + n_M) \cdot u^3 - (5k + 3n_M) \cdot u^2 + 8k \cdot u - 4 \cdot (1+k) = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) – кубическое уравнение, которое можно решить численным методом или с помощью формулы Кардана. Например, если $k=3$ и $n_M=7$, то

$u_{optH} = 2,974$. При значениях $k=6$ и $n_M=7$ находим $u_{optH} = 2,908$.

Из формулы (4) находим значение допускаемого момента на входе механизма $[T_1]_H$

$$[T_1]_H = \frac{(\sigma_{HP}^2)_{12}}{0,418^2 \cdot 4} \cdot \frac{k}{\Omega_H} \cdot \frac{\cos^2(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw12})}{(E_{np} K_{H\beta} K_{Hv})_{12}} \cdot \frac{u-2}{u} \cdot b_1 d_1^2. \quad (9)$$

Полученная формула (9) подобна той, что приведена в [2], если сделать такие замены: величину передаточного отношения u поменять на параметр $p = u - 1$; ввести коэффициент $[k_0]$ согласно [1].

Значение допускаемого момента нагрузки механизма $[T_H]_H$ находим из (9)

$$[T_H]_H = [T_1]_H \cdot u = \frac{(\sigma_{HP}^2)_{12}}{0,418^2 \cdot 4} \cdot \frac{k}{\Omega_H} \cdot \frac{\cos^2(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw12})}{(E_{np} K_{H\beta} K_{Hv})_{12}} \cdot (u-2) \cdot b_1 d_1^2. \quad (10)$$

Перепишем формулу (10) следующим образом

$$[T_H]_H = \frac{(\sigma_{HP}^2)_{12}}{0,7} \cdot \frac{k}{\Omega_H} \cdot \frac{\cos^3(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw12})}{(E_{np} K_{H\beta} K_{Hv})_{12} \cdot \cos(\alpha_{tw12})} \cdot \frac{(p-1)}{p^3} \cdot \Psi_{bd12} d_3^3, \quad (11)$$

где $\Psi_{bd12} = b_1/d_{w1}$ – коэффициент ширины зубчатого венца относительно диаметра для внешнего зубчатого зацепления механизма.

Представим соотношение (11) так, как это сделано в [2]

$$[T_H]_H = K_{\overline{AI-H}} \cdot \frac{d_3^3}{50\Omega_H} \cdot \frac{(\sigma_{HP}^2)_{12} \cdot \cos^3(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw12})}{0,7 \cdot (E_{np} K_{H\beta} K_{Hv})_{12} \cdot \cos(\alpha_{tw12})}, \quad (12)$$

где $K_{\overline{AI-H}}$ – коэффициент, характеризующий несущую способность механизма при расчете на контактную прочность его внешнего зацепления,

$$K_{\overline{AI-H}} = \begin{cases} \frac{50k\Psi_{bd12}(p-1)}{p^3}, & p \geq 3; \\ \frac{25k\Psi_{bd12}(p-1)^2}{p^3}, & p < 3. \end{cases}$$

В формуле (12) учтено замечание, приведенное в [2] относительно величины параметра Ψ_{bd12} .

При заданных значениях $K_{H\beta}$, K_{Hv} , α_t , α_{tw12} , E_{np} , σ_{HP} для внешнего зацепления механизма и значении диаметра эпицикла d_3 несущая способность механизма зависит от значения коэффициента $K_{\overline{AI-H}}$. На рисунке 3 приведен график зависимости коэффициента $K_{\overline{AI-H}}$ от величины параметра p . При этом значение параметра Ψ_{bd12} было принято равным 0,7 [2]. При увеличении значения параметра Ψ_{bd12} свыше 0,7 до 1,4 значение коэффициента $K_{\overline{AI-H}}$ тоже растет. Однако при этом увеличивается осевой размер механизма.

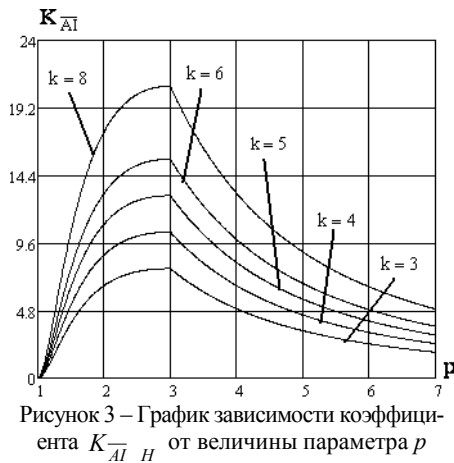


Рисунок 3 – График зависимости коэффициента K_{AI-H} от величины параметра p

Анализ графиков, приведенных на рисунках 2 и 3, показывает, что значение передаточного отношения механизма u_{max} , при котором его несущая способность будет наибольшей, больше значения передаточного отношения u_{optH} , когда его масса будет наименьшей. Например, если $k=3$, $n_M=7$ и $\psi_{bd12}=0,7$, то $u_{optH}=2,974$ ($p=1,974$), а $u_{max}=4$ ($p=3$). При этом $M_H(u=u_{optH})=17,496$, $M_H(u=u_{max})=21,333$, $K_{AI}(u=u_{optH})=6,645$ и $K_{AI}(u=u_{max})=7,778$.

Таким образом, несущая способность конструкции простого планетарного механизма типа AI , имеющая наименьшее значение аналога массы при расчете на контактную прочность, на 16% меньше максимально возможной несущей способности этого механизма.

Рассмотрим изгибную прочность внешнего зубчатого зацепления простого планетарного механизма AI .

Для внешнего зацепления z_1-z_2 условие изгибной прочности имеет вид [1]

$$(\sigma_F)_1 = \frac{2 \cdot T_1 \cdot (\Omega_F K_{FB} K_{Fv})_1 \cdot (Y_{FS})_1 \cdot z_1}{b_1 d_1^2 \cdot k} \leq (\sigma_{FP})_1; \quad (13) \quad (\sigma_F)_2 = (\sigma_F)_2 \cdot \frac{(Y_{FS})_2}{(Y_{FS})_1} \leq (\sigma_{FP})_2, \quad (14)$$

где $(\sigma_F)_i$ – расчетное местное напряжение при изгибе ($i=1,2$); $(Y_{FS})_i$ – коэффициент, учитывающий форму зуба и концентрацию напряжений; $(\sigma_{FP})_i$ – допускаемые напряжения при изгибе зубьев.

В формуле (13) с нижним индексом "F" указаны параметры, аналогичные тем, что указаны в формуле (4) соответственно с нижним индексом "H". При записи формул (13) и (14) принято, что $b_1=b_2$.

Из формулы (13) находим наименьшее значение параметра $(b_1 d_1^2)_{F \min}$ из расчета на изгибную прочность внешнего зацепления механизма

$$(b_1 d_1^2)_{F \min} = \frac{2 \cdot T_1 \cdot (\Omega_F K_{FB} K_{Fv})_1 \cdot (Y_{FS})_1 \cdot z_1}{k \cdot (\sigma_{FP})_1}. \quad (15)$$

С учетом формулы (10) массу условного объема $0,25\pi b_1 d_1^2$ центрального зубчатого колеса z_1 при расчете на изгибную прочность запишем в виде

$$\frac{\pi \rho_1}{4} \cdot b_1 d_1^2 = \frac{\pi \rho_1}{4} \cdot \frac{2 \cdot T_1 \cdot (\Omega_F K_{FB} K_{Fv})_1 \cdot (Y_{FS})_1 \cdot z_1}{k \cdot (\sigma_{FP})_1} = C_F \cdot \frac{z_1}{k}, \quad (16)$$

где $C_F = \frac{\pi \rho_1}{2} \cdot \frac{T_1 \cdot (\Omega_F K_{FB} K_{Fv})_1 \cdot (Y_{FS})_1}{(\sigma_{FP})_1}$ – коэффициент массы при расчете на изгибную прочность.

Аналог массы \bar{M}_F простого планетарного механизма типа AI при расчете на изгибную прочность внешнего зацепления z_1-z_2 находим по формуле

$$\bar{M}_F = \frac{M_{AI}}{C_F} = \frac{z_1 A}{k} = \frac{z_1 \cdot \left(1 + k \cdot \left(\frac{u-2}{2} \right)^2 + n_M \cdot \frac{u^2}{4} \right)}{k}. \quad (17)$$

При заданных значениях параметров z_1 , k и n_M конструкции механизма аналог его массы \bar{M}_F является функцией передаточного отношения механизма u , т.е. $\bar{M}_F = M_F(u)$. На рисунке 4 приведены графики этой функции. Из представленных графиков видно, что функция аналога массы \bar{M}_F планетарного механизма типа AI при расчете на изгибную прочность его внешнего зацепления имеет явный минимум. Оптимальное значение передаточного отношения u_{optF} , при котором целевая функция $\bar{M}_F(u)$ принимает минимальное значение, находим из решения следующего уравнения

$$\frac{\partial \bar{M}_F}{\partial u} = 0 \Rightarrow \frac{z_1 \cdot (ku - 2k + n_M u)}{2k^2} = 0 \Rightarrow u_{optF} = \frac{2k}{k + n_M}. \quad (18)$$

Из формулы (18) следует, что для принятых диапазонов изменения параметров k ($k \in [2, 8]$) и n_M ($n_M \in [0,6, 0,8]$), значение передаточного отношения u_{optF} будет в диапазоне $[0,4, 1,143]$. Следовательно, такие значения передаточного отношения u_{optF} не попадают в область возможных значений передаточного отношения простого планетарного механизма типа AI [2]. Поэтому решение о значении передаточного отношения u_{optF} приходится принимать исключительно из конструктивных соображений.

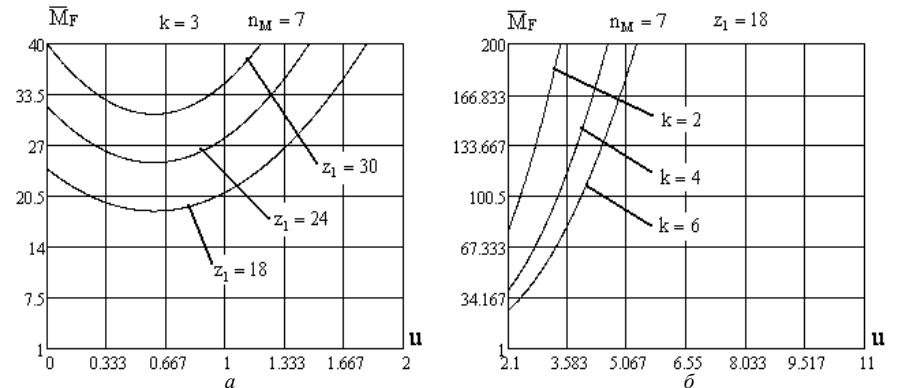


Рисунок 4 – График зависимости функции аналога массы $\bar{M}_F = M_F(u)$ при различных значениях: a – параметра k ; b – параметра z_1

Из графиков, приведенных на рисунке 4 видно, что с увеличением числа сателлитов k или с уменьшением значения параметра n_M или с уменьшением

числа зубьев центрального подвижного зубчатого колеса z_1 значение аналога массы M_F механизма уменьшается.

Выполним оценку несущей способности простого планетарного механизма типа AI при расчете на изгибную прочность подобно тому, как это было сделано ранее. Из (13) находим значение допускаемого момента на входе механизма $[T_1]_F$

$$[T_1]_F = \frac{k}{2\Omega_F} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}} \right)_1 \cdot \frac{b_1 d_1^2}{z_1 \cdot (K_{F\beta} K_{Fv})_1}. \quad (19)$$

Величину допускаемого момента нагрузки механизма $[T_H]_F$ получим из формулы (19)

$$[T_H]_F = [T_1]_F \cdot u = [T_1]_F \cdot (p+1) = \frac{k}{2\Omega_F} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}} \right)_1 \cdot \frac{b_1 d_1^2}{z_1 \cdot (K_{F\beta} K_{Fv})_1} \cdot (p+1). \quad (20)$$

Выполним преобразование формулы (20), подобно тому, как это было сделано при выводе формулы (11)

$$[T_H]_F = \frac{k}{2\Omega_F} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}} \right)_1 \cdot \frac{\psi_{bd1} d_1^3 \cdot \cos(\alpha_t)}{z_1 \cdot (K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot \cos(\alpha_{tw12})} \cdot (p+1). \quad (21)$$

С учетом соотношения $d_1 = d_3/p$ получим

$$[T_H]_F = \frac{k \cdot \psi_{bd1} \cdot (p+1)}{p^3} \cdot \frac{d_3^3}{2 \cdot \Omega_F \cdot z_1} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}} \right)_1 \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{(K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot \cos(\alpha_{tw12})}. \quad (22)$$

Формулу (22) представим в виде

$$[T_H]_F = K_{AI_F} \cdot \frac{d_3^3}{100 \cdot \Omega_F \cdot z_1} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}} \right)_1 \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{(K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot \cos(\alpha_{tw12})}, \quad (23)$$

где K_{AI_F} – коэффициент, характеризующий несущую способность механизма при расчете на изгибную прочность его внешнего зацепления,

$$K_{AI_F} = \begin{cases} \frac{50 \cdot k \cdot \psi_{bd1} \cdot (p+1)}{p^3}, & p \geq 3; \\ \frac{25 \cdot k \cdot \psi_{bd1} \cdot (p+1)(p-1)}{p^3}, & p < 3. \end{cases}$$

Заметим, что при записи формулы (23) учтено замечание относительно параметра ψ_{bd1} , сделанное при выводе формулы (12).

При заданных значениях $K_{F\beta}$, K_{Fv} , α_t , α_{tw12} , Y_{FS} и σ_{FP} для внешнего зацепления механизма и значении диаметра эпицикла d_3 несущая способность механизма зависит от значения коэффициента K_{AI_F} . На рисунке 5 приведен график зависимости коэффициента K_{AI_F} от величины параметра p . При этом значение параметра $n_M = 7$, а значение параметра n_M было принято равным 0,7 [2]. При увеличении значения параметра ψ_{bd} свыше 0,7 до 1,4 значение

коэффициента K_{AI_F} тоже растет.

Особенность графиков, приведенных на рисунке 5 в том, что они имеют максимум при одном и том же значении p . Это значение параметра p равно $\sqrt{3} = 1,732$, что соответствует передаточному отношению механизма $u_{max F} = 2,732$. Данное значение превышает величину $u_{opt F}$. С учетом этого можно принять в качестве передаточного отношения $u_{opt F} = u_{max F}$. Например, если $k=3$, $n_M = 0,7$, $z_1 = 18$ и $\psi_{bd} = 0,7$, то получим $M_F = 86,781$ и $K_{AI_F} = 20,207$.

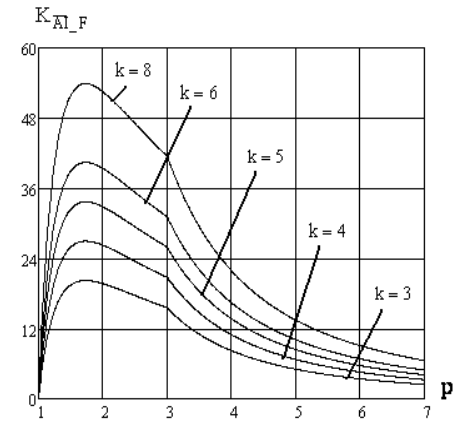


Рисунок 5 – График зависимости коэффициента K_{AI_F} от величины параметра p

Рассмотрим случай контактной и изгибной равнопрочности внешнего зацепления z_1 - z_2 простого планетарного механизма типа AI .

Учитываем, что $b_1 = \psi_{bd} \cdot d_1 \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wt})}$ и $d_1 = m \cdot z_1$. Подставив эти соотношения в (5) и (15) и приняв условие равенства значений модулей при расчете на контактную и изгибную прочности, получим

на контактную и изгибную прочности, получим

$$\frac{0,7 \cdot \Omega_H \cdot E_{np} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{Hv}}{\sigma_{HP}^2 \cdot \cos^2(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw})} \cdot \frac{u}{u-2} = \frac{2 \cdot \Omega_F \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv} \cdot Y_{FS} \cdot z_1}{\sigma_{FP}}. \quad (24)$$

В формуле (24) отсутствуют нижние индексы "12" и "1" так, как все величины в этой формуле относятся к внешнему зацеплению z_1 - z_2 механизма.

С учетом формул (6) и (16) соотношение (24) примет вид

$$C_H \cdot \frac{u}{u-2} = C_F \cdot z_1. \quad (25)$$

Выражение (25) есть условие выполнения контактной и изгибной равнопрочности внешнего зацепления z_1 - z_2 механизма применительно к аналогам массы M_H и M_F механизма.

Подобно (7) и (17) введем аналог массы простого планетарного механизма типа AI при расчете на контактную и изгибную равнопрочность внешнего зацепления z_1 - z_2 . Однако этот аналог может быть задан двумя способами. Для обозначения этого аналога задаем два символа. Первый символ будет указывать на аналог контактной или изгибной прочности, а второй символ – на оставшийся аналог. Таким образом, получим

$$\bar{M}_{HF} = \frac{M_{AI}}{C_H^*} = \frac{u^* \cdot A}{k \cdot (u^* - 2)}; \quad \bar{M}_{FH} = \frac{M_{AI}}{C_F^*} = \frac{z_1^* \cdot A}{k}; \quad M_{AI} = \bar{M}_{HF} \cdot C_H^* = \bar{M}_{FH} \cdot C_F^*. \quad (26)$$

В формулах (26) верхним символом "*" обозначены величины, которые

удовлетворяют условию (25).

Задав величины C_H^* и C_F^* из (25), получим следующую зависимость

$$u^* = u^*(z_1^*) = 1 + \frac{C_H^*/C_F^* + z_1^*}{C_H^*/C_F^* - z_1^*} = 1 + \frac{C_{HF} + z_1^*}{C_{HF} - z_1^*}, \quad (27)$$

где $C_{HF} = C_H^*/C_F^*$ – коэффициент.

На рисунке 6 показан график зависимости передаточного отношения $u^* = u^*(z_1^*, C_{HF})$ от величины числа зубьев z_1^* при заданном значении коэффициента C_{HF} . Коэффициент C_{HF} находим по формуле

$$C_{HF} = 0,7 \cdot \frac{\Omega_H \cdot E_{np} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{Hv}}{\sigma_{HP}^2 \cdot \cos^2(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw})} \cdot \frac{\sigma_{FP}}{\Omega_F \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv} \cdot Y_{FS}}. \quad (28)$$

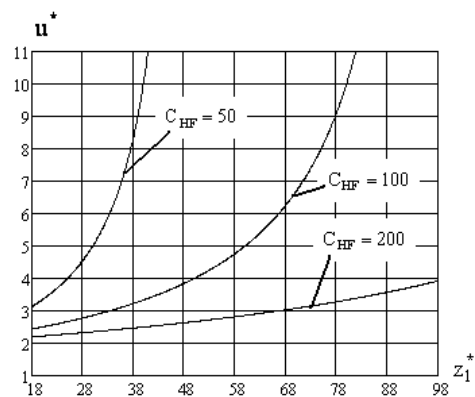


Рисунок 6 – График зависимости $u^* = u^*(z_1^*, C_{HF})$

отношение $(E_{np} \sigma_{FP})/(\sigma_{HP}^2)$, тем больше будет передаточное отношение u^* , и значение числа зубьев z_1^* будет ближе к минимальному числу, равному 18.

На рисунке 7 показаны графики зависимостей аналогов масс \overline{M}_{HF} и \overline{M}_{FH} соответственно от величины числа зубьев z_1^* для случая контактной и изгибной равнопрочности внешнего зацепления z_1 - z_2 простого планетарного механизма типа AI . Вид этих зависимостей такой же, как и на рисунках 2 и 4. Поэтому для нахождения минимума этих зависимостей все справедливо то, что было показано для зависимостей $\overline{M}_H(u)$ и $\overline{M}_F(u)$ соответственно. Например, для данных, которые были приняты при определении оценки величины коэффициента C_{HF} , и параметрах $k=3$ и $n_M=0,7$, получим значения $z_{1optHF}^* \approx 35$, $u_{optHF}^* = 2,898$ и $\overline{M}_{HF} = 3,207$. Но при данных значениях k и z_{1optHF}^* получим значение $z_2 < 18$. Поэтому примем $z_{1optHF}^* = 38$, тогда имеем $z_2 = 19$, $z_3 = 76$, $u_{optHF}^* = 3$ и

$$\overline{M}_{HF} = 3,325.$$

На рисунке 7,б приведена зависимость отношения $\overline{M}_{FH}/\overline{M}_{HF} = C_H^*/C_F^* = z_1^*(u^* - 2)/u^*$. Для данных, приведенных выше, имеем $\overline{M}_{FH}/\overline{M}_{HF} = 12,628$, откуда находим $\overline{M}_{HF} \approx 42$.

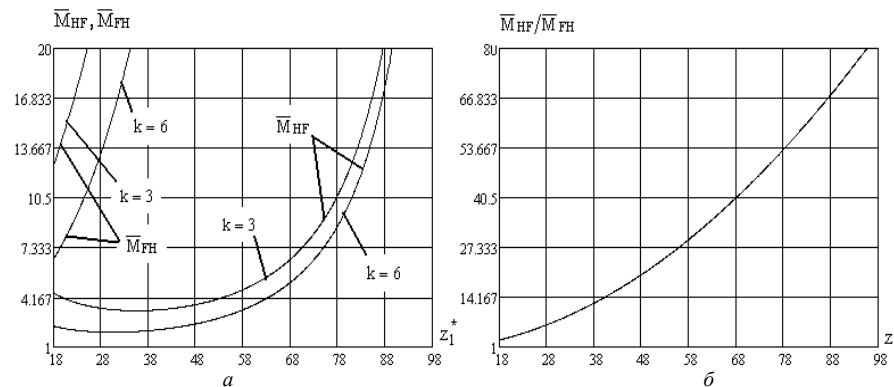


Рисунок 7 – Графики зависимостей: а – $\overline{M}_{HF} = \overline{M}_{HF}(z_1^*)$; б – $\overline{M}_{FH} = \overline{M}_{FH}(z_1^*)$

Для оценки несущей способности конструкции простого планетарного механизма типа AI при расчете на контактную и изгибную равнопрочность его внешнего зацепления введем следующие величины допускаемого момента на выходе механизм: $[T_H]_{HF}$, $[T_H]_{FH}$. Эти величины задаем в виде

$$[T_H]_{HF} = K_{AI-H}^- \cdot \frac{d_3^3}{50} \cdot \frac{\sigma_{HP}^2 \cdot \cos^3(\alpha_t) \cdot \text{tg}(\alpha_{tw})}{0,7 \cdot \Omega_H \cdot E_{np} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{Hv} \cdot \cos(\alpha_{tw})}; \quad (29)$$

$$[T_H]_{FH} = K_{AI-F}^- \cdot \frac{d_3^3}{50} \cdot \frac{\sigma_{FP} \cdot \cos(\alpha_t)}{2 \cdot \Omega_F \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv} \cdot Y_{FS} \cdot z_1 \cdot \cos(\alpha_{tw})}. \quad (30)$$

Очевидно выполнение следующих соотношений

$$[T_H]_{HF} = [T_H]_{FH}; \quad K_{AI-H}^- = K_{AI-F}^- \cdot \frac{u^* - 2}{u^*}. \quad (31)$$

Заметим, что для введенных допускаемых моментов с двумя нижними символами справедливо правило, которое было принято выше применительно для аналогов масс.

На рисунке 8,а приведены графики зависимостей коэффициентов $K_{AI-H}^- = K_{AI-H}^-(z_1^*)$ и $K_{AI-F}^- = K_{AI-F}^-(z_1^*)$ соответственно, которые характеризуют нагрузочную способность конструкции простого планетарного механизма типа AI при расчете его внешнего зацепления на контактную и изгибную равнопрочность. Зависимость отношения этих коэффициентов показана на рисунке 8,б. Графики, приведенные на рисунке 8, построены для данных, которые были приведены в примере оценки величины C_{HF} , а также данных из

примера по определению значения u_{optHF}^* .

Вид зависимостей $K_{AI-H}(z_1^*)$ и $K_{AI-F}(z_1^*)$, показанных на рисунке 8, такой же как, и вид зависимостей $K_{AI-H}(p)$ и $K_{AI-F}(p)$ соответственно, которые показаны на рисунках 3 и 5. Поэтому с учетом значений параметра p , при которых функции $K_{AI-H}(p)$ и $K_{AI-F}(p)$ имеют максимум, получим

$$z_{1maxH}^* = \frac{C_{HF}}{2}; \quad z_{1maxF}^* = C_{HF} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}. \quad (32)$$

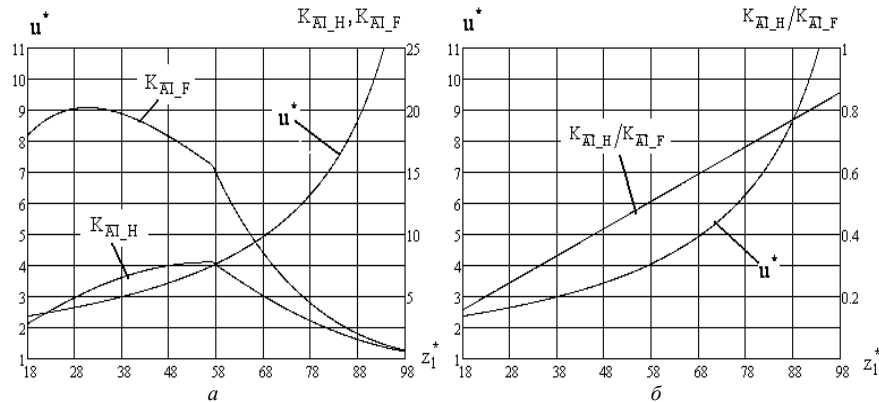


Рисунок 8 – Графики зависимостей:
 $a - K_{AI-H} = K_{AI-H}(z_1^*)$; $b - K_{AI-F} = K_{AI-F}(z_1^*)$

Применительно для зависимостей, приведенных на рисунке 8, по формуле (32) находим $z_{1maxH}^* \approx 57$ и $z_{1maxF}^* \approx 31$. При этом значения коэффициентов, определяющих нагрузочную способность механизма, составили $K_{AI-H}(z_{1maxH}^*) = 7,778$ и $K_{AI-F}(z_{1maxF}^*) = 20,207$. Если вернуться, к примеру по определению значения $u_{optHF}^* = 3$, то получим $K_{AI-H}(z_1^* = 38) = 6,548$ и $K_{AI-F}(z_1^* = 38) = 19,702$. Полученные значения меньше максимальных не более, чем на 15%.

В заключение сделаем ряд замечаний. В работе рассмотрены условия прочности применительно к внешнему зацеплению z_1-z_2 простого планетарного механизма типа **AI** и ничего не было сказано о внутреннем зацеплении z_2-z_3 механизма. Связано это с тем, что внутреннее зацепление данного механизма прочнее внешнего [2]. Поэтому его прочность не лимитирует прочность всего механизма. Зубчатые колеса внешнего и внутреннего зацеплений данного механизма имеют один и тот же модуль. Поэтому можно говорить о контактной равнопрочности или об изгибной равнопрочности зацеплений механизма. Все приведенные графики в виде непрерывных кривых следует рассматривать как данные, характеризующие свойства тех или иных зависимостей, приведенных в работе. Все эти зависимости на самом деле являются дискрет-

ными функциями и, следовательно, вместо непрерывной кривой надо приводить дискретное множество точек. Следует учитывать связь величин k , p и z_1 , которые, так или иначе, учитываются в приведенных в работе зависимостях.

Выводы:

1. Разработана методика оценки несущей способности конструкции простого планетарного механизма типа **AI**, конструкция которого удовлетворяет критерию минимума массы.
2. Приведены графики зависимостей аналогов масс и соответствующих коэффициентов, определяющих несущую способность конструкции механизма. Эти графики позволяют быстро оценить потребные значения параметров конструкции механизма, как его передаточное отношение, так и число зубьев центрального подвижного зубчатого колеса.
3. Сопоставление графиков, относящихся к аналогам масс, с одной стороны, и графиков, характеризующих несущую способность, с другой стороны, позволяет конструктору выбрать желаемый диапазон возможных значений передаточного отношения механизма, для которого условия минимума массы и максимума нагрузочной способности механизма будут реализованы с требуемой точностью.
4. Разработанная методика может быть применима и к другим конструкциям простых планетарных механизмов.

Список литературы: 1. Упрощенные расчеты зубчатых передач / В.Н. Кудрявцев – Л.: Машиностроение, 1967. – 110с. 2. Планетарные передачи. Изд. 2-е / В.Н. Кудрявцев – Л.: Машиностроение, 1966. – 308с. 3. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и диплом. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 4. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В.А. Ткаченко. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 5. Абрамов В.Т., Гетья А.Н., Матусевич В.А., Шехов А.В. Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". – 2009. – Вип.29. – С.45-52. 6. Матусевич В.А., Шарaban Ю.В., Шехов А.В., Абрамов В.Т. Несущая способность оптимальной по массе конструкции многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$ при контактной прочности // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". – 2012. – Вип.35. – С.93-102. 7. Матусевич В.А., Шарaban Ю.В., Шехов А.В., Абрамов В.Т. Равнопрочность зубчатых зацеплений в задаче оптимизации многоступенчатого планетарного механизма AI по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". – 2010. – Вип.26. – С.77-85.

Bibliography (transliterated): 1. Kudrjavcev V.N. Uproshhennye raschety zubchatykh peredach / V.N. Kudrjavcev – Leningrad.: Mashinostroenie, 1967. – 110p. 2. Kudrjavcev V.N. Planetarnye peredachi. Izd. 2-e / V.N. Kudrjavcev – Leningrad.: Mashinostroenie, 1966. – 308p. 3. Tkachenko V.A. Proektirovanie planetarnykh mekhanizmov, optimal'nykh po dinamicheskim harakteristikam: Ucheb. posobie po kursov. i dipl. proektirovaniyu / V.A. Tkachenko, V.T. Abramov, M.D. Korovkin. – Kharkov: Khark. aviac. in-t, 1983. – 110p. 4. Tkachenko V.A. Planetarnye mekhanizmy (optimal'noe proektirovanie) / V.A. Tkachenko – Kharkov: Nac. azerokosm. un-t "Khark. aviac. in-t", 2003. – 446p. 5. Abramov V.T., Getya A.N., Matusевич V.A., Shehov A.V. Metodika optimizacii mnogostupenchatogo planetarnogo mekhanizma po kriteriyu massy / Visnyk Natsional'nogo tehnicnogo universytetu "KhPI". – 2009. – No.29. – P.45-52. 6. Matusевич V.A., Sharaban Yu.V., Shehov A.V., Abramov V.T. Nesushhaja sposobnost' optimal'noj po masse konstrukcii mnogostupenchatogo planetarnogo mekhanizma tipa $n \times AI$ pri kontaktnoj prochnosti // Visnyk Nacional'nogo tehnicnogo universytetu "KhPI". – 2012. – No35. – P.93-102. 7. Matusевич V.A., Sharaban Yu.V., Shehov A.V., Abramov V.T. Ravnoprochnost' zubchatykh zaceplenij v zadache optimizacii mnogostupenchatogo planetarnogo mekhanizma AI po kriteriyu massy // Visnyk Nacional'nogo tehnicnogo universytetu "KhPI". – 2010. – No26. – P.77-85.

Поступила (received) 19.05.2015