

В.С. ЛУПИКОВ, д-р техн. наук,
Н.В. КРЮКОВА,
О.А. ГЕЛЯРОВСКАЯ,
В.Л. ЕМЕЛЬЯНОВ,
Л.А. ГИЛЬ,
Е.В. БОЙКО,
О.С. ХАРЧЕНКО,
А.В. ГЕТЬМАН, канд. техн. наук,
Л.Ф. ИВЛЕВА

МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ КАК ФУНКЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ИСТОЧНИКА МАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ

Розглянуто функції магнітного моменту, що використовуються для електротехнічного комплексу, що складається з різних видів електрообладнання. Запропонована загальна форма представлення магнітного моменту у вигляді функції укрупнених параметрів. Розглянуті особливості цієї функції.

Рассмотрены функции магнитного момента, используемые для электротехнического комплекса, состоящего из различных видов электрооборудования. Предложена общая форма представления магнитного момента в виде функции укрупненных параметров. Рассмотрены особенности этой функции.

Введение. Для обеспечения эффективного использования современных объектов энергетики актуальной становится проблема повышения надежности функционирования их электротехнического оборудования (ЭО). Одной из важнейших остается задача повышения надежности этих сложных электротехнических комплексов за счет обеспечения электромагнитной совместимости (ЭМС) сильноточного оборудования со слаботочными элементами систем автоматики, контроля и управления комплексов. Согласно оценкам зарубежных специалистов, около 20 % от общей стоимости работ при создании современных электротехнических комплексов приходится на обеспечение их ЭМС [1, 2]. Особенно остро эта проблема проявляется при создании автономных технических объектов наземного, морского и космического базирования, а также компактных энергетических установок.

В состав современных электротехнических комплексов входит разнообразное силовое электрооборудование (ЭО): электрические машины (генераторы и двигатели), распределительные устройства, полупроводниковые преобразователи, трансформаторы, силовые кабели и шинопроводы. На рис. 1.1 приведен пример электротехнического комплекса (двигатели не показаны) и

использованы обозначения: 1 – трансформатор; 2 – шинопровод; 3 – распределительное устройство.



Рис. 1 Общий вид типового электротехнического комплекса

Создаваемое ЭО магнитное поле действует за границами корпуса (оболочки) и его классифицируют как внешнее магнитное поле (ВМП). Это ВМП может оказывать негативное влияние на расположенные вне поверхности электронные системы, чувствительные к магнитному полю. Снижение ВМП позволяет уменьшить негативное влияние на электронные системы, обеспечить требования ЭМС в электротехнических комплексах.

Основными источниками поля являются токи силовых цепей ЭО, в основном трехфазных. Сложное пространственное распределение внешнего магнитного поля токов этого ЭО, зависимость его частотного спектра от режимов работы ЭО и комплексов в целом, нелинейная зависимость поля от магнитного состояния намагниченных масс, входящих в состав ЭО затрудняют прогнозирование ожидаемого уровня внешнего магнитного поля и разработку средств его снижения и автоматической компенсации.

Проблема снижения ВМП электротехнических комплексов в настоящее время не имеет окончательного решения. Сложные комплексы при этом можно рассматривать как такие объекты, ВМП которых не сводится к какому-либо одному типу, характерному для определенного вида ЭО. Это – электроэнергетические блоки электростанций, электрооборудование промышленных предприятий и транспорта, электроэнергетические отсеки судов, космических аппаратов и др. Типовой состав ЭО такого электротехнического комплекса – источник энергии (генератор), шинопровод, распределительное устройство либо полупроводниковый преобразователь, потребитель (например, электро-

двигатель). Особенностью такого типового электротехнического комплекса является то, что с точки зрения источника ВМП он характеризуется множеством разнородных параметров, определяющих его пространственную и временную структуру. К ним можно отнести вид поля (поле токов, остаточное и индуцированное поля ферромагнитных масс, порядок чередования фаз, частотный состав переменных токов), влияние поля ЭО на элементы электронных систем управления и контроля, расположенные вблизи ЭО.

Для эффективного решения научной проблемы компенсации ВМП современных электротехнических комплексов необходимо совершенствование теории внешнего магнитного поля ЭО и разработка единого подхода к задачам компенсации ВМП как комплекса в целом, так и отдельных видов ЭО, входящих в их состав. Для удалений более 3-5 габаритов ЭО рассматривается как сосредоточенный источник ВМП, основная характеристика которого – магнитный момент (ММ). При решении задач компенсации необходимо определить суммарный ММ комплекса, оценить его максимальную величину и возможности измерения.

Существующий подход базируется на векторном представлении ММ, который можно определить либо измерить по компонентам вдоль пространственных ортогональных осей. Казалось бы, такое определение ММ должно автоматически давать решение задачи определения максимума. В действительности этой информации оказывается недостаточно. В частности, не учитывается влияние последовательности чередования фаз на ММ ЭО [3]. Данные измерений показывают, что при изменении последовательности чередования фаз максимальная величина ММ трехфазного ЭО может отличаться в 3 раза. В то же время существующие методики нормирования [4, 5] этот фактор не учитывают.

Цель работы – исследование функции ММ в зависимости от параметров электротехнического комплекса в целом и входящего в его состав ЭО.

Магнитный момент элементарного источника. В качестве такого источника обычно рассматривают элементарный виток с током (рис. 2), либо элементарный намагниченный объем (рис. 3).

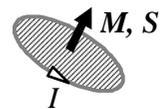


Рис. 2. Элементарный источник магнитного момента в виде витка с током

В случае витка с током предполагается, что его размеры небольшие по сравнению с расстоянием до области, где рассматривается ВМП, постоянный по величине ток I сосредоточен вдоль линии окружности витка, площадь витка характеризуется вектором площади S , плоскость витка и вектор магнитного момента M в общем случае располагается произвольно в трехмерном пространстве. Магнитный момент такого элементарного источника представляется в виде трех проекций на оси координат:

$$M = I \cdot S = I \cdot \sum_{u=1}^3 e_u S_u = \sum_{u=1}^3 e_u M_u, \quad (1)$$

где u – индекс оси координат, принимающий значение 1, 2, 3 соответственно для осей x, y, z декартовой системы координат; e_u – орт-вектор декартовой системы координат вдоль оси u ; S_u – компонента вектора площади по оси u ; M_u – компонента вектора ММ по оси u ,

$$M_u = I \cdot S_u \quad (u = 1, 2, 3). \quad (2)$$

Как видно из формулы (1), для описания ММ используется функция трех параметров (2) – его компонент вдоль осей координат:

$$M = (M_1, M_2, M_3) = (M_x, M_y, M_z). \quad (3)$$

В случае намагниченного объема предполагается, что он имеет форму шара с объемом V , намагничен равномерно вдоль центральной оси полюсов NS . Намагниченность объема характеризуется вектором намагниченности J . Ось NS в трехмерном пространстве может быть направлена произвольно. При векторном описании параметров намагниченности такого элементарного источника ММ также представляется в виде трех проекций на оси координат и функция, описывающая его, имеет вид (3). По сути дела, оба рассмотренных элементарных источника

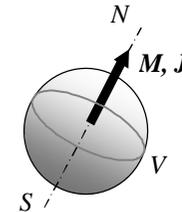


Рис. 3. Элементарный источник магнитного момента в виде намагниченного объема

создают постоянный ММ, так как намагниченность объема в этом случае можно рассматривать как результат "замороженного" в объеме ферромагнетика элементарного тока (по гипотезе Ампера) [6]. В случае, когда ток элементарного витка равен нулю, намагниченность и ММ равны нулю. При изменении направления тока меняется на противоположное и направление вектора ММ.

Магнитный момент контура, обтекаемого переменным током. В случае переменного тока описание ММ может быть сведено к вектору, представленному тремя компонентами, по аналогии с постоянным ММ. Такое представление можно получить при использовании классического метода описания переменных токов [7].

Для одного контура с переменным током пространственный вектор ММ может быть определен в каждый момент времени как вектор, создаваемый импульсом тока постоянной величины, равным мгновенному значению тока в этот момент времени t в бесконечно малом интервале времени Δt . По аналогии с ММ постоянного тока, функция ММ переменного тока $m(t)$ может быть определена в виде

$$m(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{m(\Delta t)}{\Delta t} = S \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{i(\Delta t)}{\Delta t} = S \cdot i(t). \quad (4)$$

Как видно из (4), при постоянном векторе площади контура векторы ММ переменного тока и площади коллинеарны. В отличие от вектора ММ постоянной величины и направления, вектор переменного ММ контура может менять направление на противоположное в те интервалы времени, когда мгновенное значение тока отрицательное. При этом ММ переменного тока может

рассматриваться как пульсирующий по величине вектор, ось пульсаций которого постоянна в пространстве и совпадает с осью контура. Такое определение допускает простую физическую интерпретацию по аналогии с вектором ММ витка с постоянным током. Вектор ММ плоского контура, обтекаемого переменным током, определяется в каждый момент времени как вектор, величина которого численно равна произведению площади контура и мгновенного значения тока; ось вектора направлена перпендикулярно плоскости контура; направление вектора ММ совпадает с направлением вектора площади. Положительное направление вектора площади соответствует случаю, когда ток в контуре направлен против часовой стрелки.

Такое определение позволяет обращаться с вектором переменного ММ как с обычным пространственным вектором и представлять его через пространственные компоненты по осям координат:

$$\mathbf{m}(t) = \sum_{u=1}^3 \mathbf{m}_u(t). \quad (5)$$

Общепринято рассматривать два вида переменных токов в работающем ЭО: синусоидальные и несинусоидальные.

В случае **синусоидального тока**

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi), \quad (6)$$

где I_m , ω , φ – соответственно амплитуда, частота и фаза переменного синусоидального тока, каждая компонента вектора переменного ММ в (5) может быть представлена гармонической функцией трех параметров – амплитуды, частоты и фазы,

$$\mathbf{m}_u(t) = i(t) \cdot \mathbf{S}_u = I_m \sin(\omega t - \varphi) \cdot \mathbf{S}_u = \mathbf{M}_{mu} \cdot \sin(\omega t - \varphi), \quad (7)$$

где $\mathbf{m}_u(t)$ – мгновенное значение компоненты ММ переменного тока в пространственном направлении u ; $i(t)$ – мгновенное значение переменного тока; I_m , – амплитуда тока; ω – круговая частота питающей сети; φ – фазовый сдвиг переменного тока относительно начала отсчета фазы; \mathbf{M}_{mu} – амплитуда компоненты ММ контура вдоль оси с индексом u .

Амплитуда компоненты результирующего ММ \mathbf{M}_{mu} соответствует положительному максимуму результирующего ММ, достигаемому в момент времени t_m , когда величина переменного тока максимальна. Условие для определения момента времени t_m имеет вид:

$$\omega t_m - \varphi = \pi/2. \quad (8)$$

Вектор результирующего ММ системы контуров в произвольный момент времени определяется геометрическим суммированием компонент,

$$\mathbf{m}(t) = \sum_{u=1}^3 \mathbf{m}_u(t) = \sum_{u=1}^3 i(t) \cdot \mathbf{S}_u = \sum_{u=1}^3 I_m \sin(\omega t - \varphi) \cdot \mathbf{S}_u = \sin(\omega t - \varphi) \sum_{u=1}^3 \mathbf{M}_{mu}. \quad (9)$$

Поскольку временные фазы компонент переменного ММ синусоидального тока в соотношении (9) равны, в соответствии с уравнением (7) их максимальные величины достигаются в один и тот же момент времени t_m (8). При

этом амплитуда вектора переменного ММ также определяется геометрической суммой амплитуд компонент:

$$\mathbf{M}_m = \sum_{u=1}^3 \mathbf{M}_{mu} = \sqrt{\sum_{u=1}^3 |\mathbf{M}_{mu}|^2}. \quad (10)$$

С учетом этих определений число параметров, характеризующих ММ переменного однофазного синусоидального тока, равно пяти: это амплитуды трех компонент ММ, частота и фаза,

$$\mathbf{m}(t) = (\omega, \varphi, \mathbf{M}_{m1}, \mathbf{M}_{m2}, \mathbf{M}_{m3}). \quad (11)$$

При использовании метода комплексных величин для синусоидальных токов, можно получить краткое представление ММ. Полагая, что частота ω постоянна, синусоидальный ток можно представить в виде комплексной величины

$$\underline{\mathbf{I}} = (I_m e^{j\varphi})_{\text{Im}}. \quad (12)$$

С учетом обозначения (12) компонента ММ в соотношении (7) записывается в виде комплексного вектора

$$\underline{\mathbf{M}}_u = \underline{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{S}_u = (I_m e^{j\varphi} \cdot \mathbf{S}_u)_{\text{Im}} = (\mathbf{M}_{mu} \cdot e^{j\varphi})_{\text{Im}}. \quad (13)$$

Индексом "Im" в формуле (13) обозначена мнимая часть комплексной величины. Суммирование компонент определяет модуль результирующего комплексного вектора ММ

$$|\underline{\mathbf{M}}_m| = \left| \sum_{u=1}^3 \underline{\mathbf{M}}_{mu} \right| = \sqrt{\sum_{u=1}^3 \mathbf{M}_{mu}^2}. \quad (14)$$

Как видно из соотношения (14), при комплексном представлении ММ его можно рассматривать как функцию трех параметров, амплитуд компонент

$$|\underline{\mathbf{M}}_m| = (\mathbf{M}_{m1}, \mathbf{M}_{m2}, \mathbf{M}_{m3}). \quad (15)$$

Пространственное направление вектора ММ (15) может быть также определено как функция этих параметров по известным соотношениям для косинусов углов между направлением вектора и осями координат [8]:

$$\cos \alpha_u = \frac{\mathbf{M}_{mu}}{|\underline{\mathbf{M}}_m|} \quad (u = 1, 2, 3). \quad (16)$$

Амплитуда и пространственное положение вектора ММ полностью определяется соотношениями (14) и (16).

В случае **несинусоидального тока** используется метод разложения его в гармонический ряд:

$$i(t) = \sum_{n=0}^{\infty} I_{mn} \cdot \eta_n \cdot \sin(n\omega t - \varphi_n) \quad (17)$$

где n – номер гармоники тока; I_{mn} , φ_n – амплитуда и фазовый сдвиг n -й гармоники тока; η_n – коэффициент, величина которого равна 0,5 при $n = 0$ и 1 – для

остальных n ; I_0 – постоянная составляющая тока.

С использованием определения (4) и (17), ММ несинусоидального тока может быть представлен функцией

$$\mathbf{m}(t) = \sum_{u=1}^3 \sum_{n=0}^N I_{mn} \cdot \eta_n \cdot \sin(n\omega t - \varphi_n) \cdot \mathbf{S}_u = \sum_{u=1}^3 \sum_{n=0}^N \mathbf{M}_{mnu} \cdot \sin(n\omega t - \varphi_n), \quad (18)$$

где N – число учитываемых гармоник ММ; \mathbf{M}_{mnu} – амплитуда n -й гармоники вектора переменного ММ в направлении u ,

$$\mathbf{M}_{mnu} = I_{mn} \cdot \eta_n \cdot \mathbf{S}_u. \quad (19)$$

Как видно из соотношения (18), ММ представляется функцией существенно большего числа параметров, чем в случае синусоидального тока,

$$\mathbf{m}(t) = (\alpha, \varphi_1, \dots, \varphi_N, \mathbf{M}_{0x}, \mathbf{M}_{0y}, \mathbf{M}_{0z}, \mathbf{M}_{m1x}, \mathbf{M}_{m1y}, \mathbf{M}_{m1z}, \dots, \mathbf{M}_{mNx}, \mathbf{M}_{mNy}, \mathbf{M}_{mNz}). \quad (20)$$

Поскольку аргумент гармонической функции в (18) не зависит от направления, компоненты ММ достигают максимума в один и тот же момент времени, и соотношение (18) можно записать в виде

$$\mathbf{m}(t) = \sum_{n=0}^N \sum_{u=1}^3 \mathbf{M}_{mnu} \cdot \sin(n\omega t - \varphi_n) = \sum_{n=0}^N \mathbf{M}_{mn} \cdot \sin(n\omega t - \varphi_n), \quad (21)$$

где \mathbf{M}_{mn} – величина амплитуды переменного ММ гармоники n , определяемая аналогично формуле (14) по компонентам \mathbf{M}_{mnu} ($u = 1, 2, 3$), заданным формулой (19).

Особенностью функции ММ переменного несинусоидального тока является то, что определение максимума становится самостоятельной задачей. Сравнивая функции (17) и (21) соответственно для тока и ММ можно отметить, что при ограниченном числе N гармоник эти зависимости пропорциональны. Поэтому при известной форме тока определяется момент времени, когда его величина максимальна, и по формуле (21) рассчитывается максимум ММ.

Магнитный момент системы контуров с постоянными токами, либо однофазными переменными синусоидальными токами. Для системы контуров необходимо ввести правила суммированием их ММ:

$$\mathbf{M}_m = \sum_{k=1}^K \mathbf{M}_{mk} = \sum_{k=1}^K \sum_{u=1}^3 \mathbf{M}_{mku} = \sum_{u=1}^3 \sum_{k=1}^K \mathbf{M}_{mku} = \sum_{u=1}^3 \mathbf{M}_{mu} \quad (22)$$

где \mathbf{M}_{mk} – амплитуда ММ контура с номером k , $k = \overline{1, K}$; \mathbf{M}_{mku} – амплитуда компоненты ММ вдоль оси u для контура с номером k ; \mathbf{M}_{mu} – амплитуда результирующего ММ системы контуров по оси u .

Как видно из (22), амплитуда результирующего ММ определяется как для обычного вектора по соотношению (10).

Точка приложения результирующего вектора ММ строго говоря не устанавливается. Она выбирается исходя из условия, что создаваемое этим источником поле имеет распределение, близкое к дипольному. Так как характер распределения зависит от смещения источника от начала принятой системы координат, то

желательно, чтобы в ней располагалась и точка приложения ММ. Обычно принимается точка, располагаемая в центре объема, охватывающего источники поля, в данном случае система контуров.

Магнитный момент системы контуров с трехфазными синусоидальными токами. Результирующий ММ системы контуров с токами вида (6), отличающихся временными сдвигами (фазами), определяется суммированием мгновенных величин ММ контуров:

$$\mathbf{m}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{M}_{mk} \sin(\omega t - \varphi_k) = \sum_{k=1}^K \sum_{u=1}^3 \mathbf{M}_{mku} \sin(\omega t - \varphi_k) = \sum_{u=1}^3 \sum_{k=1}^K \mathbf{M}_{mku} \sin(\omega t - \varphi_k). \quad (23)$$

где φ_k – временной сдвиг ММ контура с номером k .

Простейшая трехфазная система токов как источник ММ может быть приведена к системе из двух эквивалентных контуров [9].

На рис. 4 показана система плоских токопроводов трехфазной неразветвленной цепи и ее преобразование к системе из двух плоских контуров, обтекаемых токами. Для получения контуров исходной расчетной схемы выводы токопроводов условно соединены с помощью проводников малого сечения (закороток) $3_1, 3_2$ и нулевого проводника (0), суммарный ток в котором равен нулю. При определении векторов площадей этих фиктивных контуров считается, что контур каждой фазы образуется проводником фазы, нулевым проводом и соединяющими их концы участками закороток:

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_A = \mathbf{S}_{A0aA}; \quad \mathbf{S}_2 = \mathbf{S}_B = \mathbf{S}_{BA0abB}; \quad \mathbf{S}_3 = \mathbf{S}_C = \mathbf{S}_{CBA0abcC}. \quad (24)$$

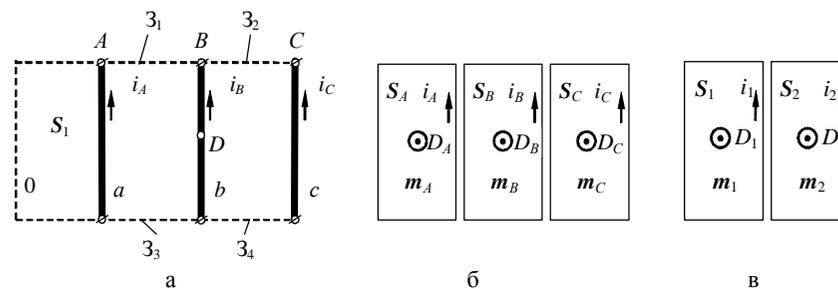


Рис. 4. Схема токопроводов простой трехфазной цепи

Выбор токов этих контуров неоднозначен. На практике используется представление исходной цепи в виде системы из двух контуров, обтекаемых либо фазными токами, либо токами, изменяющимися по закону синуса и косинуса.

В первом случае для выбора независимых токов контуров используется первый закон Кирхгофа для суммы токов в узле.

$$i_A + i_B + i_C = 0, \quad (25)$$

где i_A, i_B, i_C – мгновенные значения токов фаз трехфазной цепи.

В соответствии с (23), ММ исходной системы контуров равен

$$\mathbf{m}(t) = i_A \mathbf{S}_A + i_B \mathbf{S}_B + i_C \mathbf{S}_C = \mathbf{m}_A(t) + \mathbf{m}_B(t) + \mathbf{m}_C(t), \quad (26)$$

где $\mathbf{m}_A(t), \mathbf{m}_B(t), \mathbf{m}_C(t)$ – мгновенные значения ММ фиктивных контуров трех-

фазной цепи.

Соотношение (25) указывает на линейную зависимость токов трехфазной цепи. Выбрав два независимых тока (например, $i_1 = i_A$ и $i_2 = i_C$), можно выразить третий ток (i_B) в функции этих токов и с учетом этого ММ в (26) равен

$$\mathbf{m}(t) = i_A \mathbf{S}_{AB} + i_C \mathbf{S}_{CB} = \mathbf{m}_{AB}(t) + \mathbf{m}_{CB}(t), \quad (27)$$

где $\mathbf{m}(t)$, $\mathbf{m}_{AB}(t)$, $\mathbf{m}_{CB}(t)$ – мгновенные значения ММ цепи и контуров AB , CB ; \mathbf{S}_{AB} , \mathbf{S}_{CB} – векторы площадей независимых контуров ($ABbaA$) и ($CBbcC$), определяемые с учетом (24),

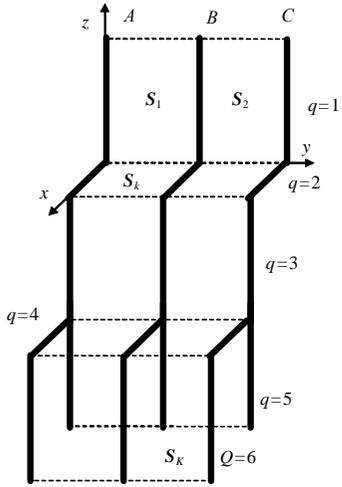


Рис. 5. Разбивка разветвленной трехфазной цепи на систему плоских простых контуров, аналогичным (27):

$$\mathbf{m}(t) = \sum_{q=1}^Q i_{qA} \mathbf{S}_{qAB} + \sum_{q=1}^Q i_{qC} \mathbf{S}_{qCB} = \sum_{q=1}^Q \mathbf{m}_{qAB}(t) + \sum_{q=1}^Q \mathbf{m}_{qCB}(t), \quad (29)$$

где $\mathbf{m}(t)$, $\mathbf{m}_{qAB}(t)$, $\mathbf{m}_{qCB}(t)$ – мгновенные значения результирующего ММ цепи и его составляющих, создаваемых токами q -й пары контуров фаз AB , CB ; \mathbf{S}_{qAB} , \mathbf{S}_{qCB} – векторы площадей этих контуров.

Соотношение (29) представляют результирующий ММ независимо от формы токов трехфазной цепи.

При использовании цифровых индексов для независимых контуров упрощается запись ММ:

$$\mathbf{S}_{AB} = (\mathbf{S}_A - \mathbf{S}_B) = \mathbf{S}_{ABbaA}; \quad \mathbf{S}_{CB} = (\mathbf{S}_C - \mathbf{S}_B) = \mathbf{S}_{CBbcC} \quad (28)$$

Как видно из соотношений (28), площади контуров могут быть определены без использования нулевого проводника и имеют физическую интерпретацию – площади реальных независимых контуров. При этом нулевой проводник использован только для наглядной интерпретации понятий площадей фиктивных контуров фаз. Если нулевой проводник совместить с проводником фазы B , то в выражении (26) исчезнет составляющая площади \mathbf{S}_B , величины площадей \mathbf{S}_{AB} , \mathbf{S}_{CB} в (28) становятся равными \mathbf{S}_A , \mathbf{S}_C , и выражения для ММ трехфазной цепи (26) и (27) совпадет.

На рис. 5 показана схема разбивки разветвленной трехфазной цепи на плоские простые контуры. Для множества контуров с токами трехфазной цепи ММ представляется соотношением,

$$\mathbf{m}(t) = \sum_{k=1}^K i_k \mathbf{S}_k = \sum_{k=1}^K \mathbf{m}_k(t), \quad (30)$$

где \mathbf{S}_k – вектор площади k -ого независимого контура, $k = (\overline{1, K})$.

В случае одной пары контуров $Q = 1$, $K = 2Q = 2$ и величины площадей независимых контуров в (30) равны:

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_{AB}; \quad \mathbf{S}_2 = \mathbf{S}_{CB}. \quad (31)$$

Контуры с площадями (31) показаны на рис. 5.

Относительно точек приложения векторов ММ следует заметить следующее. Точки приложения векторов ММ независимых контуров можно располагать в центрах независимых контуров, так как такое допущение согласуется с используемой физической интерпретацией. Точка приложения результирующего ММ располагается в геометрическом центре системы контуров. С учетом этого замечания на рис. 4,а показана точка D приложения результирующего ММ, на рис. 4,б – точки $D_1 - D_3$ соответствуют точкам приложения ММ фиктивных контуров, а на рис. 4,в – точки D_A, D_C соответствуют точкам приложения ММ независимых контуров фаз AB и CB .

В случае симметричной системы трехфазных синусоидальных токов ММ контуров представляют собой синусоидальные величины, которые допускают различные представления:

– относительно фаз AB и CB (за начало отчета принят момент прохождения тока фазы A через ноль, $\varphi = 0$):

$$\begin{aligned} \mathbf{m}(t) &= \sum_{q=1}^Q \mathbf{M}_{qAB} \sin(\omega t) + \sum_{q=1}^Q \mathbf{M}_{qCB} \sin(\omega t + 2\pi/3) = \\ &= \mathbf{M}_{AB} \sin(\omega t) + \mathbf{M}_{CB} \sin(\omega t + 2\pi/3); \end{aligned} \quad (32)$$

– относительно синусных и косинусных составляющих:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}(t) &= \sum_{q=1}^Q \mathbf{M}_{qs} \sin(\omega t) + \sum_{q=1}^Q \mathbf{M}_{qc} \cos(\omega t) =, \\ &= \mathbf{M}_s \sin(\omega t) + \mathbf{M}_c \cos(\omega t), \end{aligned} \quad (33)$$

где \mathbf{M}_{AB} , \mathbf{M}_{CB} – суммарные векторы ММ контуров, обтекаемых токами фаз соответственно AB и CB ; \mathbf{M}_s , \mathbf{M}_c – суммарные векторы ММ контуров, обтекаемых синусными и косинусными токами.

Магнитные моменты \mathbf{M}_s , \mathbf{M}_c и \mathbf{M}_{AB} , \mathbf{M}_{CB} , входящие в соотношения (32)–(34), связаны соотношениями:

$$\mathbf{M}_s = \mathbf{M}_{AB} + \mathbf{M}_{CB} \cos(2\pi/3); \quad \mathbf{M}_c = \mathbf{M}_{CB} \sin(2\pi/3). \quad (35)$$

Соотношение (34) удобно тем, что позволяет получить аналитическое выражение для максимума результирующего ММ цепи, а также придать геометрическую интерпретацию вектору переменного ММ трехфазной цепи с синусоидальными токами. На периоде повторяемости электромагнитных процессов в трехфазной цепи кривая, отвечающая уравнению (34), представляет собой годограф вектора ММ. В данном случае это эллипс, центр которого совпадает с началом системы координат, плоскость повернута в пространстве (рис. 6). В [3] приведено аналитическое выражение для определения максимума ММ через составляющие (35):

$$M_{\max} = 0,5 \left\{ \sqrt{M_c^2 + 2M_c M_s \sin \alpha + M_s^2} + \sqrt{M_c^2 - 2M_c M_s \sin \alpha + M_s^2} \right\}; \quad (36)$$

где α – угол между векторами M_c и M_s .

На рис. 6 величина максимума ММ (36) соответствует большой полуоси эллипса.

Выражая составляющие ММ через декартовы компоненты, функцию ММ (34) можно преобразовать к виду

$$m(t) = \sqrt{\sum_{u=1}^3 M_{su}^2 \sin(\omega t)} + \sqrt{\sum_{u=1}^3 M_{cu}^2 \cos(\omega t)}. \quad (37)$$

Как видно из (37), ММ трехфазной цепи является функцией большого числа параметров по сравнению с однофазной цепью (11):

$$m(t) = (\omega, \varphi, M_{s1}, M_{s2}, M_{s3}, M_{c1}, M_{c2}, M_{c3}). \quad (38)$$

Магнитный момент системы контуров с трехфазными несинусоидальными токами. Определение результирующего ММ проводится по аналогии с однофазной цепью, токи которой разлагаются в гармонические ряды вида (17).

Вектор ММ несинусоидальных токов трехфазной цепи с симметричной нагрузкой может быть представлен в виде сумм гармоник:

– относительно фаз AB и CB :

$$\begin{aligned} m(t) &= \sum_{q=1}^Q \sum_{n=0}^N [I_{An} \eta_n S_{qAB} \sin(n\omega t - \varphi_{ABn}) + I_{Cn} \eta_n S_{qCB} \sin(n\omega t - \varphi_{ABn} + 2\pi/3)] = \quad (39) \\ &= \sum_{n=0}^N \left[\left(\sum_{q=1}^Q I_{An} \eta_n S_{qAB} \right) \sin(n\omega t - \varphi_{ABn}) + \left(\sum_{q=1}^Q I_{Cn} \eta_n S_{qCB} \right) \sin(n\omega t - \varphi_{ABn} + 2\pi/3) \right] = \\ &= \sum_{n=0}^N [M_{ABn} \sin(n\omega t - \varphi_{ABn}) + M_{CBn} \sin(n\omega t - \varphi_{ABn} + 2\pi/3)]; \end{aligned}$$

– относительно синусных и косинусных составляющих:

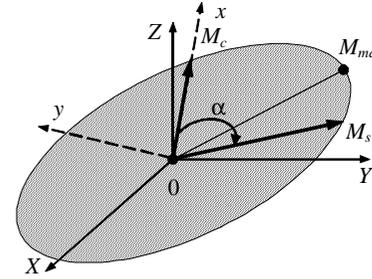


Рис. 6. Годограф вектора магнитного момента токов трехфазной цепи

венно синусных и косинусных составляющих гармоник токов.

Связь M_{sn} , M_{cn} и M_{ABn} , M_{CBn} , входящих в (39), (40), устанавливается соотношениями:

$$M_{sn} = M_{ABn} \cos \varphi_{ABn} + M_{CBn} \cos(\varphi_{ABn} - 2\pi/3); \quad (41)$$

$$M_{cn} = -M_{ABn} \sin \varphi_{ABn} - M_{CBn} \sin(\varphi_{ABn} - 2\pi/3).$$

Максимум функции ММ вида (40) может быть определен путем построения годографа в трехмерном пространстве [9].

Как видно из (40), ММ трехфазной цепи с несинусоидальными токами является функцией множества параметров, число которых зависит от точности аппроксимации кривых токов гармоническими рядами. Кроме того, в случае несинусоидальных токов возможно появление постоянной составляющей ММ с пространственными компонентами M_{01} , M_{02} , M_{03} . С учетом обозначений (41) функция ММ представляется в виде:

$$m(t) = (\omega, M_{01}, M_{02}, M_{03}, M_{s1}, M_{s2}, M_{s3}, M_{c1}, M_{c2}, M_{c3}, \dots, M_{cN}, M_{cN}, M_{cN}). \quad (42)$$

Магнитный момент системы источников с трехфазными токами и изменяемой последовательностью чередования фаз. В качестве параметра, характеризующего магнитные свойства источника, может выступать и "немагнитный" параметр – последовательность чередования фаз сети, питающей трехфазное электрооборудование [10]. В общем случае несинусоидальных токов функция ММ усложняется и число параметров – гармонических составляющих ММ, увеличивается в два раза по сравнению с (42):

$$m(t) = \left(\omega, M_{01}^r, M_{02}^r, M_{03}^r, M_{s1}^r, M_{s2}^r, M_{s3}^r, M_{c1}^r, M_{c2}^r, M_{c3}^r, \dots, M_{cN}^r, M_{cN}^r, M_{cN}^r, M_{01}^i, M_{02}^i, M_{03}^i, M_{s1}^i, M_{s2}^i, M_{s3}^i, M_{c1}^i, M_{c2}^i, M_{c3}^i, \dots, M_{cN}^i, M_{cN}^i, M_{cN}^i \right). \quad (43)$$

Индексы "r" и "i" в формуле (43) соответствуют прямой (right) и обратной (inverse) последовательности чередования фаз.

Особенностью функции ММ (43) является то, что параметры представлены двумя множествами, соответствующими двум последовательностям чередования фаз, причем в зависимости от устанавливаемой последователь-

$$m(t) = \sum_{n=0}^N [M_{sn} \sin n\omega t + M_{cn} \cos n\omega t] \quad (40)$$

где φ_{ABn} – временной сдвиг n -й гармоники тока фазы A относительно начала периода; M_{ABn} , M_{CBn} – гармонические составляющие порядка n ММ контуров, обтекаемых токами фаз соответственно AB и CB ; N – порядок наибольшей учитываемой гармоники; M_{sn} , M_{cn} – гармонические составляющие порядка n ММ, обусловленных протеканием в трехфазной цепи соответ-

ности чередования фаз реализуется только одна из последовательностей параметров ММ. Наличие двух независимых последовательностей указывает на то, что эта функция двузначная, в отличие от предыдущих случаев, для которых функция ММ однозначная.

Анализ функции магнитного момента. Анализ функций ММ, представленных соотношениями (3), (11), (15), (20), (38), (42), (43), показывает, что для полной характеристики структуры ММ требуется различное число параметров. В случае ММ токов рассматриваемые мгновенные величины ММ контуров силовой цепи ЭО образуют математическую группу векторов, на которой определена операция суммирования (геометрического) [8]. В результате выполнения операции геометрического суммирования может быть определена как мгновенная величина ММ ЭО, так и электротехнического комплекса в целом

Для решения задачи определения максимума ММ используется переход от мгновенных значений ММ источников к укрупненным параметрам. В качестве таких параметров в настоящее время используют амплитуды пространственных компонент ММ. В общем случае эти параметры уже не образуют математическую группу, так операция суммирования не определена. Операция суммирования может быть определена различным образом в зависимости от формы токов (их зависимости от времени) и последовательности чередования фаз питания ЭО. Для установления вида операции суммирования необходимо группу рассматриваемых укрупненных параметров разбить на подгруппы однородных параметров. На основе анализа перечисленных соотношений можно выделить следующие подгруппы однородных параметров:

- подгруппа амплитуд синусных и косинусных составляющих фиксированной частоты, на которой определена операция геометрического суммирования;
- подгруппа амплитуд ММ для фиксированных частот, на которой определена операция алгебраического суммирования;
- подгруппа амплитуд ММ для фиксированной последовательности чередования фаз питания.

Выполнение операций суммирования над элементами отдельных подгрупп не дает возможности определить максимум ММ для полной группы укрупненных параметров.

В частном случае, когда подгруппы однородных параметров представляются только по одному элементу, возможно выполнение операции геометрического суммирования, в результате которой определяется "локальный" максимум ММ. Например, максимальный ММ первой гармоники токов, изменяющихся по синусоидальному закону, для прямой последовательности чередования фаз питания ЭО.

Выводы. 1. Проведен анализ параметров функций магнитного момента и показано, что мгновенные значения параметров микроисточников магнитного поля ЭО образуют математическую группу, на которой определена операция геометрического суммирования. Эта операция применима как для определения мгновенного значения магнитного момента отдельного ЭО, так и электротехнического комплекса в целом.

2. Использование магнитного момента как функции укрупненных параметров – амплитуд гармоник составляющих пространственных компонент магнитных моментов, имеет ограничение, связанное с тем, что эти параметры разнородные и на них не может быть определена одинаковая операция суммирования. Вследствие этого невозможно определить аналитическое решение для максимума функции магнитного момента в общем случае несинусоидальных токов и изменяющейся последовательности чередования фаз ЭО. Максимум функции магнитного момента может быть получен только численными методами.

3. Особенности магнитного момента как функции укрупненных параметров необходимо учитывать при решении задач определения максимума магнитного момента, выборе методов его измерений и компенсации.

Список литературы: 1. *Васильев Ю.С., Верховский И.С., Орлов Р.А.* и др. Электромагнитная совместимость бортовых электронных систем глубоководных аппаратов // Судостроение за рубежом. – 1979. – №1 (145). – С. 43-56. 2. *Вилесов Д.В., Евдокимов О.В., Паришин В.Г.* Электромагнитная совместимость электронного оборудования судовых технических средств // Судостроение за рубежом. – 1986. – № 12. – С. 23-38. 3. *Клименко Б.В., Лутиков В.С., Выровец С.В., Крюкова Н.В., Гелярговская О.А.* Анализ магнитного момента трехфазных цепей // Электротехника і електромеханіка. – 2002. – № 1. – С. 28-36. 4. ГОСТ Р 50010-92. Совместимость технических средств электромагнитная. Электрооборудование силовое. Нормы параметров низкочастотного периодического магнитного поля. – Введ. 01.07.93. – М.: Изд-во стандартов, 1993. – 5 с. 5. Методика контроля и нормирования магнитных моментов судового оборудования МКММ-90. – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, Харьковское отделение ВНИИЭМ, 1990. – 49 с. (с приложением). 6. *Шимони К.* Теоретическая электротехника. – М.: Мир, 1964. – 272 с. 7. *Калашиников С.Г.* Электричество. – М.: Наука, 1970. – 668 с. 8. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Перев. со второго американского перераб. изд. – М.: Наука, 1974. – 832 с. 9. *Лутиков В.С., Крюкова Н.В., Гелярговская О.А., Король Е.Г., Варшамова И.С., Гиль Л.А., Деркач В.В.* Анализ магнитного момента токов трехфазного источника поля // Электротехніка і електромеханіка – Харків: НТУ "ХПІ", 2006. – № 4. – С. 47-51. 10. *Крюкова Н.В., Гелярговская О.А., Данько В.Г., Лутиков В.С., Серeda В.Г.* Методика определения магнитного момента рамочной конструкции электротехнического устройства // Электротехніка і електромеханіка. – Харків: НТУ "ХПІ, 2005. – № 2. – С. 81-86.

Поступила в редколлегию 14.05.08