

**В.И. МИЛЫХ**, д-р техн. наук,  
**В.Н. ИВАНЕНКО**, канд. техн. наук,  
**Н.В. ГРЕЧКО**

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕНТИЛЬНО-ИНДУКТОРНОГО ГЕНЕРАТОРА ДЛЯ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

Розглянута математична модель вентиляльно-індукторного генератора з суміщеними обмотками збудження і якоря, працюючого з вентиляльним навантаженням активного характеру і з урахуванням діодів в фазах обмотки якоря.

Рассмотрена математическая модель вентиляльно-индукторного генератора с совмещенными обмотками возбуждения и якоря, работающего с вентиляльной нагрузкой активного характера и с учетом диодов в фазах обмотки якоря.

Вентильные индукторные генераторы (ВИГ) находят широкое применение в качестве автономных источников питания автотракторных средств и сельхозмашин. Среди различных конструктивных исполнений и схемных решений генераторов, касающихся способов включения обмотки возбуждения и якорной обмотки, интерес представляет индукторный генератор [1, 2], электрические схемы которого приведены на рис. 1 и рис.2, соответственно. Конкретно, рассматривается двухобмоточный генератор, обмотка возбуждения (ОВ) и трехфазная якорная обмотка (A-A', B-B', C-C') которого расположены на одних и тех же зубцах (полюсах) магнитной системы статора ( $i_f$  – ток возбуждения,  $i_a, i_b, i_c$  – фазные токи якорной обмотки).

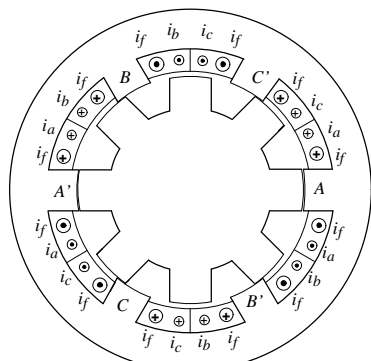


Рис. 1. Электромагнитная система ВИГ

Благодаря диодам, включенным последовательно с фазами обмотки якоря, возникает добавочный магнитный поток возбуждения от тока нагрузки этой обмотки [1, 2]. Таким образом, результирующий магнитный поток есть сумма магнитных потоков возбуждения и обмотки якоря.

Математическое моделирование генератора рассматриваемого типа встречает трудности, связанные со сложной геометрией магнитной системы и наличием полупроводниковых элементов в фазах генератора, а также работой генератора на выпрямленную нагрузку активного характера или нагрузку с противо-ЭДС.

Идеализированная диаграмма предпо-

лагаемых изменений токов в фазах генератора на периоде повторяемости циклов с допущением синусоидальности фазных ЭДС  $e_a, e_b, e_c$  представлена на рис. 3, где  $\gamma_e$  – угол поворота ротора в электрических радианах. С учетом того, что  $\gamma_e = \omega_e t$ ,

где  $\omega_e = z_r \frac{\pi n}{30}$  – угловая электрическая частота,  $z_r$  – число зубцов ротора,  $n$  – его частота вращения в об/мин,  $t$  – время, можно рассматривать  $\gamma_e$  и как относительное время.

Жирной обводной линией по верхним волнам ЭДС показан характер изменения напряжения на нагрузке генератора.

Физические процессы в генераторе можно представить шестью циклами на периоде повторяемости

$0 \div 2\pi + v$ , где  $v$  – углы коммутации вентилялей. Работают фрагменты полной схемы (рис. 2) для первых двух циклов, включающих в себя рабочий режим и режим коммутации вентилялей, показаны на рис. 4. На интервале  $\gamma_e = 0 \div \pi/3$  работают фазы  $a$  и  $c$  при включенных вентилях моста  $V4$  и  $V5$  (рис. 4,а). В момент  $\gamma_e = \pi/3$  при условии синусоидальности ЭДС начинается коммутация вентилялей: вентиль  $V5$  отключается и включается вентиль  $V1$  (рис. 4,б).

В момент времени  $\gamma_e = \pi/3 + v$  ток в фазе  $c$  равен нулю и вентиль  $V5$  закрывается, начинается второй цикл длительностью  $\gamma_e = \pi/3 + v \div 2\pi/3$ , при котором работает фаза  $a$  (рис. 4, в). В момент времени  $\gamma_e = 2\pi/3$  начинается коммутация вентилялей  $V4$  и  $V6$ , в результате которой вентиль  $V4$  отключается и включается вентиль  $V6$ , присоединяя фазу  $b$  к нагрузке (рис. 4,г). Коммутация заканчивается в момент равенства токов в фазах  $a$  и  $b$ . В дальнейшем в интервале  $\gamma_e = 2\pi/3 + v \div \pi$  работают фазы  $a$  и  $b$ , соединенные последователь-

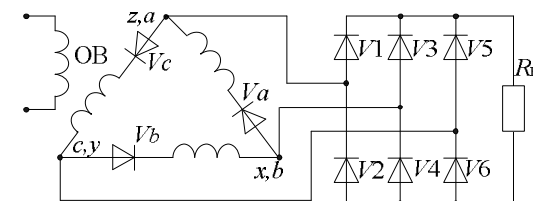


Рис. 2. Электрическая схема ВИГ

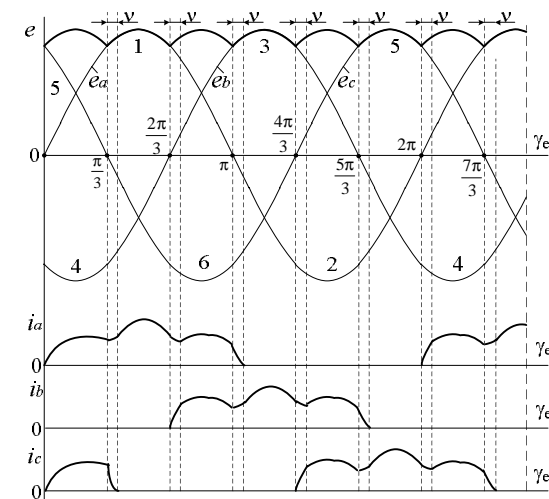


Рис. 3. Гипотетический идеализированный характер изменения ЭДС и токов в фазных обмотках ВИГ

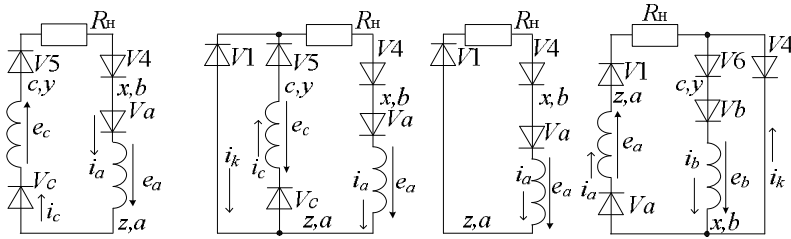


Рис. 4 – Схемы трех последовательных циклов работы генератора

льно. Физические процессы в генераторе в последующие моменты времени могут быть охарактеризованы такими же циклами, но с изменением чередования фаз, что вытекает из диаграммы рис. 3.

Электромагнитные процессы в фазах генератора описываются следующей системой дифференциальных уравнений

$$-U_{\varphi} = R i_{\varphi} + \frac{d\psi_{\varphi}}{dt}, \quad (1)$$

где  $\varphi = a, b, c$  – индексы фаз;  $U_{\varphi}$  – напряжение на фазах генератора;  $i_{\varphi}$  – токи фаз;  $\psi_{\varphi}$  – полные магнитные потокосцепления фаз;  $R$  – активное сопротивление фазы.

Эта система дополняется уравнением для обмотки возбуждения:

$$U_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt}, \quad (2)$$

где структура уравнения аналогична предыдущему.

Входящие в систему уравнений полные магнитные потокосцепления контуров генератора включают в себя собственные потокосцепления и потокосцепления взаимной связи между обмотками:

$$\begin{aligned} \Psi_a &= l_a i_a + m_{ab} i_b + m_{ac} i_c + m_{af} i_f; \Psi_b = l_b i_b + m_{ba} i_a + m_{bc} i_c + m_{bf} i_f; \\ \Psi_c &= l_c i_c + m_{ca} i_a + m_{cb} i_b + m_{cf} i_f; \Psi_f = l_f i_f + m_{fa} i_a + m_{fb} i_b + m_{fc} i_f. \end{aligned} \quad (3)$$

Изменения собственных индуктивностей обмоток и индуктивностей взаимной связи носит сложный характер от углового положения ротора. Но с высокой степенью точности можно считать, что каждая из них состоит из постоянной и гармонической составляющих. Учитывая зубчатое строение магнитной системы статора и ротора (числа зубцов  $z_s = 6$ ,  $z_r = 8$ ) и принимая за начало отсчета углового положения ротора совпадение осей зубцов статора и ротора (как на рис. 1), можно получить законы изменения индуктивных параметров обмоток генератора.

Собственные индуктивности фазных обмоток:

$$l_a = l_0 + l_m \cos \gamma_e; l_b = l_0 + l_m \cos(\gamma_e - 2\pi/3); l_c = l_0 + l_m \cos(\gamma_e + 2\pi/3), \quad (4)$$

где угол поворота ротора в электрических радианах  $\gamma_e = z_r \gamma$  представ-

лен через абсолютный угол  $\gamma$ ;  $l_0 = 0,5(l_{a \max} + l_{a \min})$ ,  $l_m = 0,5(l_{a \max} - l_{a \min})$  – постоянная составляющая и амплитуда колебания индуктивности;  $l_{a \max}$ ,  $l_{a \min}$  – ее максимальное и минимальное значения.

Собственная индуктивность обмотки возбуждения может быть представлена следующим образом

$$l_f = l_{fop} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e, \quad (5)$$

где  $l_{fop}$ ,  $l_{fmp}$  – постоянная и переменная составляющие индуктивности обмотки, определенные аналогично составляющим в (4).

Коэффициенты взаимной индуктивной связи между фазными обмотками:

$$\begin{aligned} m_{ab} &= -m_0 - m_m \cos(\gamma_e + \pi/3); m_{bc} = -m_0 + m_m \cos \gamma_e; \\ m_{ca} &= -m_0 + m_m \cos(\gamma_e - \pi/3). \end{aligned} \quad (6)$$

Коэффициенты взаимной индуктивной связи между фазными обмотками якоря и обмоткой возбуждения

$$\begin{aligned} m_{af} &= m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e; m_{bf} = m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e - 2\pi/3); \\ m_{cf} &= m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e + 2\pi/3). \end{aligned} \quad (7)$$

Численные значения составляющих коэффициентов само- и взаимной индуктивности могут быть получены из численного расчета магнитного поля генератора для заданной геометрии магнитной системы в соответствии с [3].

Как было показано, режим работы генератора на выпрямленную нагрузку можно рассматривать как поочередное подключение одной или двух фаз обмотки статора к нагрузке с учетом коммутационного периода между подключениями (рис. 3 и рис. 4).

Электромагнитные процессы в генераторе для интервала времени  $\gamma_e = 0 \div \pi/3$ , когда работают фазы  $a$  и  $c$  генератора (рис. 4,а), характеризуются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} & [2(l_0 - m_0) + l_m \cos(\gamma_e + \pi/3) - 2m_m \cos(\gamma_e - \pi/3)] \frac{d i_c}{dt} + \\ & + [2m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e + \pi/3)] \frac{d i_f}{dt} = -(2R + R_{\text{н}}) i_c + \omega_e i_c l_m \sin(\gamma_e + \pi/3) - \\ & - 2\omega_e i_c m_m \sin(\gamma_e - \pi/3) + \omega_e i_f m_{mf} \sin(\gamma_e + \pi/3); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & [2m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e + \pi/3)] \frac{d i_c}{dt} + (l_{fop} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e) \frac{d i_f}{dt} = \\ & = U_f - R_f i_f + \omega_e i_c m_{mf} \sin(\gamma_e + \pi/3) + 3\omega_e l_{fmp} i_f \sin 3\gamma_e, \end{aligned}$$

где  $R_{\text{н}}$  – сопротивление нагрузки.

Система уравнений (8) решается при начальных условиях:  $i_c = 0$ ,  $\gamma_e = 0$ ,  $i_f = U_f / R_f$ .

Система уравнений для интервала коммутации включает в себя уравнения для контура обмоток якоря  $V4$ - $Va$ -фаза  $a$ -- $V1$ - $R_{\text{н}}$ , контура  $Vc$ -фаза  $c$

-V5-VI и контура обмотки возбуждения (рис.4,б). При более строгом подходе момент начала коммутации вентиля V5 определяется при условии равенства нулю ЭДС фазы  $c$ .

После преобразований система уравнений для интервала коммутации имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & [l_0 + l_m \cos \gamma_e] \frac{di_a}{dt} + [-m_0 - m_m \cos(\gamma_e - \pi/3)] \frac{di_c}{dt} + \\
 & + [m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e] \frac{di_f}{dt} = -(R + R_H) i_a + \\
 & + l_m \omega_e i_a \sin \gamma_e - m_m \omega_e i_c \sin(\gamma_e - \pi/3) + m_{mf} \omega_e i_f \sin \gamma_e; \\
 & [-m_0 - m_m \cos(\gamma_e - \pi/3)] \frac{di_a}{dt} + [l_0 + l_m \cos(\gamma_e + 2\pi/3)] \frac{di_c}{dt} + \\
 & + [m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e + 2\pi/3)] \frac{di_f}{dt} = -R i_c + l_m \omega_e i_c \sin(\gamma_e + 2\pi/3) - \\
 & - m_m \omega_e i_a \sin(\gamma_e - \pi/3) + m_{mf} \omega_e i_f \sin(\gamma_e + 2\pi/3); \\
 & [m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e] \frac{di_a}{dt} + [m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e + 2\pi/3)] \frac{di_c}{dt} + \\
 & + [l_{fop} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e] \frac{di_f}{dt} = U_f - R_f i_f + 3l_{fmp} \omega_e i_f \sin 3\gamma_e + \\
 & + m_{mf} \omega_e i_a \sin \gamma_e + m_{mf} \omega_e i_c \sin(\gamma_e + 2\pi/3).
 \end{aligned} \tag{9}$$

Начальными условиями для системы являются конечные значения токов после решения системы (8) на предыдущем интервале. Конец интервала коммутации определяется по выполнению условия  $i_c = 0$ .

В интервале времени  $\gamma_e = \pi/3 + \nu \div 2\pi/3$  работает фаза  $a$  (рис. 4,в) и система уравнений, характеризующая процессы в генераторе, имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & (l_0 + l_m \cos \gamma_e) \frac{di_a}{dt} + (m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e) \frac{di_f}{dt} = \\
 & = -(R + R_H) i_a + l_m \omega_e i_a \sin \gamma_e + m_{mf} \omega_e i_f \sin \gamma_e; \\
 & (m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e) \frac{di_a}{dt} + (l_{fop} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e) \frac{di_f}{dt} = \\
 & = U_f - R_f i_f + m_{mf} \omega_e i_a \sin \gamma_e + 3l_{fmp} \omega_e i_f \sin 3\gamma_e,
 \end{aligned} \tag{10}$$

Система уравнений (10) решается при начальных условиях, взятых из завершения предыдущего коммутационного интервала по системе (9).

В интервале коммутации  $\gamma_e = 2\pi/3 \div 2\pi/3 + \nu$  к нагрузке подключается фаза  $b$  (рис. 4,а) и система уравнений для этого промежутка времени имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & [l_0 + l_m \cos \gamma_e] \frac{di_a}{dt} + [-m_0 - m_m \cos(\gamma_e + \pi/3)] \frac{di_b}{dt} + \\
 & + [m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e] \frac{di_f}{dt} = -(R + R_H) i_a + \\
 & + l_m \omega_e i_a \sin \gamma_e - m_m \omega_e i_b \sin(\gamma_e + \pi/3) + m_{mf} \omega_e i_f \sin \gamma_e; \\
 & [-m_0 - m_m \cos(\gamma_e + \pi/3)] \frac{di_a}{dt} + [l_0 + l_m \cos(\gamma_e - 2\pi/3)] \frac{di_b}{dt} + \\
 & + [m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e - 2\pi/3)] \frac{di_f}{dt} = -R i_b + l_m \omega_e i_b \sin(\gamma_e - 2\pi/3) - \\
 & - m_m \omega_e i_a \sin(\gamma_e + \pi/3) + m_{mf} \omega_e i_f \sin(\gamma_e - 2\pi/3); \\
 & [m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e] \frac{di_a}{dt} + [m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e - 2\pi/3)] \frac{di_b}{dt} + \\
 & + [l_{fop} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e] \frac{di_f}{dt} = U_f - R_f i_f + 3l_{fmp} \omega_e i_f \sin 3\gamma_e + \\
 & + m_{mf} \omega_e i_a \sin \gamma_e + m_{mf} \omega_e i_b \sin(\gamma_e - 2\pi/3).
 \end{aligned} \tag{11}$$

Начальными условиями для системы (11) являются конечные значения токов после решения системы (10) на предыдущем интервале. Конец интервала коммутации определяется по выполнению условия  $i_a = i_b$ .

После окончания коммутации в интервале времени  $\gamma_e = 2\pi/3 + \nu \div \pi$  работают фазы  $a$  и  $c$  генератора.

Так как циклы работы генератора повторяются, то системы уравнений для последующих циклов могут быть составлены аналогичным образом, используя диаграмму, приведенную на рис. 3.

Такой подход к составлению математической модели вентильно-индукторного генератора позволяет весьма наглядно представить физику электромагнитных процессов, имеющих место в квазиустановившихся режимах работы генератора на нагрузку активного характера.

**Список литературы:** 1. Луцик В.Д., Гречко М.В. Дослідження індукторного генератора з несиметричною суміщеною обмоткою // Вісник НТУ "ХПІ". Харків: НТУ "ХПІ". – 2002. – № 4. – С. 49-52. 2. Гречко М.В., Дяченко В.В. Шляхи поліпшення питомих показників вентильних індукторних генераторів // Електротехніка і електромеханіка. - Харків: НТУ "ХПІ". – 2007. № 4. – С. 9-12. 3. Мильх В.И., Полякова Н.В. Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей // Електротехніка і електромеханіка. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2006. – №2. – С.40-46.

Поступило в редколлегию 12.05.08