

В результате решения системы трех уравнений получены результаты: $v_k = 95^\circ\text{C}$, $v_n = 91,14^\circ\text{C}$, $v_y = 90,4^\circ\text{C}$.

Метод конечных элементов.

Для теплового расчета методом конечных элементов был использован пакет программ Elcut. Расчетная область с разбивкой на треугольные элементы приведена на рис.2. Триангуляция проводилась автоматически, было получено следующее число элементов: в катушке – 4434, в изоляции катушки – 732, в ярмовой изоляции – 155, в полюсе – 503, в ярме – 303. Для расчета были использованы те же теплофизические параметры и потери, что и в методе ЭТС. Результаты расчета приведены на рис. 3.

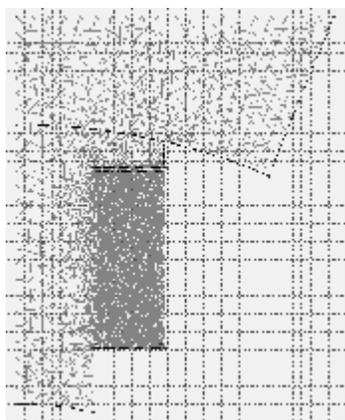


Рис.2. Расчетная область ВИД с триангуляцией

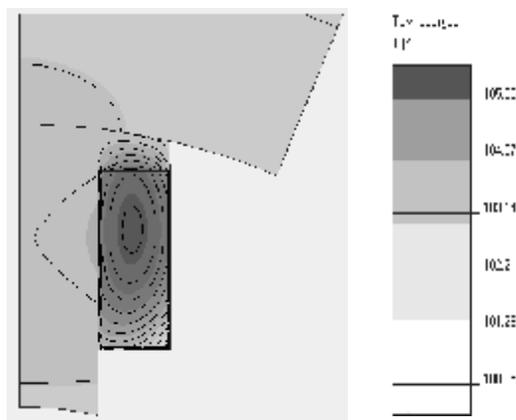


Рис.3. Температурное поле и шкала температур

По методу конечных элементов получены результаты: $v_k = 105^\circ\text{C}$, $v_n = 100^\circ\text{C}$, $v_y = 100^\circ\text{C}$.

Выводы:

1. Отличие результатов расчета методом МКЭ от результатов методом ЭТС находится в пределах инженерной точности.
2. Время, затраченное на расчет с применением МКЭ, существенно меньше времени, затраченного на расчет с применением ЭТС.

Список литературы: 1. Копылов И.П., Горяинов Ф.А. и др. Проектирование электрических машин: Учебное пособие для вузов. – М.: Энергия, 1980. – 496 с.

Поступила в редколлегию 22.05.08.

А.В. ГЕТЬМАН, канд. техн. наук

ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Пропонується аналітичний метод дослідження просторової структури магнітного поля технічних об'єктів, що дозволяє враховувати їхні геометричні параметри. Для наближення області практичного застосування методу до поверхні технічних об'єктів використаний математичний апарат різних типів просторових гармонік: витягнуто-сфероїдальних, сферичних і сплюснуто-сфероїдальних.

Предлагается аналитический метод исследования пространственной структуры магнитного поля технических объектов, позволяющий учитывать их геометрические параметры. Для приближения области практического применения метода к поверхности технических объектов использован математический аппарат разных типов пространственных гармоник: вытянуто-сфероидальных, сферических и сплюснуто-сфероидальных.

Введение. Современные тенденции развития науки и техники – увеличение энергонасыщенности объектов энергетики, повышение плотности монтажа высоко-технологического оборудования в космической [1] и авиационной отраслях – привели к обострению проблемы магнитной совместимости оборудования и отдельных его частей и блоков. Это отрицательно сказалось на надежности его эксплуатации [2]. Поэтому для обеспечения надежности функционирования оборудования требования к величине магнитного поля (МП) устанавливаются на минимальном расстоянии от поверхности технического объекта (ТО). Например, стандарт Европейского космического агентства ECSS-E-20A ограничивает величину магнитной индукции оборудования и блоков космических аппаратов на расстоянии 0,1 м от их поверхности. Сложность практического решения современных задач по магнитной совместимости обусловлена с одной стороны необходимостью измерения пространственного распределения магнитного поля вблизи поверхности технических объектов разнообразной геометрической формы, а из другой – ограниченными возможностями существующих методов и средств исследования магнитного поля вблизи технических объектов с учетом геометрии последних [3, 4].

Одним из возможных путей решения аналогичных задач в судовом магнетизме являются методы анализа магнитного поля, представленного в виде ряда пространственных гармоник [5, 6].

Однако, в связи с определенными ограничениями практического использования модели пространственных гармоник МП в местах протекания электрического тока, для ее математически корректного применения вблизи повер-

хности технических объектов необходим обязательный учет особенностей геометрической формы последних. Это вообще вызывает потребность в разработке соответствующих подходов при исследовании магнитного поля ТО, и как следствие необходимость создания узкоспециализированных измерительных средств и соответствующих методик определения пространственных гармоник, например, как это предложено в работе [7] для каждого вида технических объектов.

С другой стороны в ведущих научно-исследовательских центрах мира, которые работают в области магнетизма ТО, ведутся разработки методов, направленных на расширение области практического использования пространственных гармоник МП. Это, прежде всего, касается методов [7–10], которые базируются на использовании сферических и сфероидальных гармоник.

Работа направлена на развитие теории пространственного гармонического анализа (ПГА) магнитного поля для использования обобщенного метода при описании и измерении на единой метрологической базе магнитного поля вблизи технических объектов инвариантно особенностям их геометрической формы с помощью учета соотношений между габаритными размерами.

Постановка задачи. В основе предлагаемого метода анализа магнитного поля лежит представление его скалярного потенциала U в виде ряда пространственных гармоник разных типов: вытянуто-сфероидальных, сферических, сплюснуто-сфероидальных, цилиндрических и т.д.

Для вытянуто-сфероидальных гармоник, являющихся решением уравнения Лапласа скалярного магнитного потенциала в вытянуто-сфероидальной системе ξ, η, φ координат (ВССК), справедливо его представление для описания МП вне ТО в виде [11]:

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n Q_n^m(\xi) P_n^m(\eta) \{c_n^m \cos m\varphi + s_n^m \sin m\varphi\}, \quad (1)$$

где P_n^m, Q_n^m – присоединенные функции Лежандра первого и второго рода соответственно со степенью n и порядком m [12]; c_n^m, s_n^m – постоянные коэффициенты, характеризующие амплитуды внешних вытянуто-сфероидальных гармоник магнитного поля.

Математическая простота предопределила широту практического использования сферических базисных решений уравнения Лапласа, история которого идет от представления геомагнитного поля Гауссом.

Для сферической системы координат (ССК) с классическими координатами r, θ, φ точки наблюдения магнитного поля базисные решения [13] могут быть представлены в виде, позволяющим их обобщение с (1) (вытянуто-сфероидальным аналогом):

$$U(r) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) \{g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi\}, \quad (2)$$

где $P_n^m(\cos \theta)$ – присоединенные полиномы Лежандра первого рода степени n и порядка m ; g_n^m и h_n^m – коэффициенты размерности $A \cdot m^{n+1}$, характеризующие амплитуды сферических гармоник с косинусной и синусной симметрией соответственно.

Внешнее решение уравнения Лапласа в сплюснуто-сфероидальной [14, 15] системе координат ξ, η, φ (СССК) для скалярного потенциала МП представляет собой суперпозицию пространственных гармоник, взятых с некоторыми весовыми коэффициентами, однозначно определяющими МП вне ТО:

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n Q_n^m(i\xi) P_n^m(\eta) \{c_n^m \cos m\varphi + s_n^m \sin m\varphi\}, \quad (3)$$

где P_n^m, Q_n^m – присоединенные функции Лежандра первого и второго рода соответственно со степенью n и порядком m ; c_n^m, s_n^m – постоянные коэффициенты размерности A , характеризующие амплитуды внешних сплюснуто-сфероидальных гармоник магнитного поля.

Очевидно, что практическое определение амплитуд пространственных гармоник в любой из представленных систем координат (1)–(3) является не тривиальной задачей с точки зрения реально существующих метрологических возможностей систем и соответствующих методик определения.

Потребуем, чтобы новый метод позволял проводить анализ (со всей обработкой данных измерения) и последующий расчет МП по единому алгоритму, на основе математического аппарата пространственных гармоник МП ТО, представленных в ВССК, ССК и СССК.

Для чего очевидно необходима наличия критерия выбора конкретного типа пространственных гармоник, который позволил бы при исследовании их магнитного поля технических объектов связывать с ними систему отчета таким образом, чтобы максимально приблизить доступную область применения метода к их поверхности.

Обобщенный метод анализа магнитного поля. Универсальность применения обобщенного метода для исследования МП ТО с различной геометрией должен обеспечивать критерий, позволяющий проводить однозначный выбор типа используемых пространственных гармоник и привязку системы отчета. Для чего в основу критерия выбора типа используемых гармоник положим наиболее доступные для любого ТО геометрические характеристики – его габаритные размеры: ширину $Ш_{ТО}$, высоту $В_{ТО}$, глубину $Г_{ТО}$. Тогда сам выбор будет производиться исходя из трех возможных на практике вариантов соотношений между габаритными размерами ТО: один преобладающий габарит

ритный размер, два преобладающих габаритных размера, приблизительное равенство габаритных размеров.

В первом случае для ТО вытянутой формы используются вытянуто-сфероидальные координаты. При этом их использования для описания МП исследуемого ТО будет рационально если справедливо только одно выражение из тройки неравенств:

$$\begin{aligned} \text{Ш}_{\text{ТО}} &\geq 0,75 (B_{\text{ТО}} + \Gamma_{\text{ТО}}); \\ B_{\text{ТО}} &\geq 0,75 (\text{Ш}_{\text{ТО}} + \Gamma_{\text{ТО}}); \\ \Gamma_{\text{ТО}} &\geq 0,75 (B_{\text{ТО}} + \text{Ш}_{\text{ТО}}). \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда параметр c – половина межфокусного расстояния выбираемой системы координат, связан с базовой поверхностью, задаваемой координатой ξ_0 , как

$$(\text{Ш}_{\text{ТО}})^2 \xi_0^{-2} + ((B_{\text{ТО}})^2 + (\Gamma_{\text{ТО}})^2) \cdot (\xi_0^2 - 1)^{-1} = 4c^2. \quad (5)$$

При этом вид выражения (5) зависит от того, какой из габаритных размеров преобладающий и, соответственно, какое из неравенств (4) справедливо. В случае, когда это не ширина ТО, то данный габаритный размер должен быть в (5) поменян местами с $\text{Ш}_{\text{ТО}}$.

Очевидно также, что ТО на основании (5) может быть охвачен минимальным сфероидом, имеющим различное межфокусное расстояние. Поэтому, варьируя параметром c , можно изменять степень вытянутости такой поверхности в зависимости от практической необходимости. Так увеличение c приводит к приближению базовой поверхности к граням ТО вдоль наибольшего размера, и наоборот, уменьшение c приближает полюса сфероида к торцам ТО.

Воспользовавшись уравнением (1) и видом коэффициентов Ламе в ВССК:

$$h_\xi = c \sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi^2 - 1}}; \quad h_\eta = c \sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{1 - \eta^2}}; \quad h_\phi = c \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)}, \quad (6)$$

нетрудно получить вид выражений для вытянуто-сфероидальных проекций напряженности магнитного поля вне ТО.

$$H_\xi = -\frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{c \sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\partial}{\partial \xi} Q_n^m(\xi) P_n^m(\eta) \{c_n^m \cos m\phi + s_n^m \sin m\phi\}; \quad (7)$$

$$H_\eta = -\frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{c \sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n Q_n^m(\xi) \frac{\partial}{\partial \eta} P_n^m(\eta) \{c_n^m \cos m\phi + s_n^m \sin m\phi\}; \quad (8)$$

$$H_\phi = \frac{m}{c \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n Q_n^m(\xi) P_n^m(\eta) \{c_n^m \sin m\phi - s_n^m \cos m\phi\}. \quad (9)$$

Во втором случае – примерного равенства габаритных размеров ТО естественно использование ССК. Критерием целесообразности применения сферических гармоник вблизи поверхности ТО будет выполнение всех трех

неравенств:

$$\begin{aligned} 0,75 (B_{\text{ТО}} + \Gamma_{\text{ТО}}) &> \text{Ш}_{\text{ТО}} > 0,25 (B_{\text{ТО}} + \Gamma_{\text{ТО}}); \\ 0,75 (\text{Ш}_{\text{ТО}} + \Gamma_{\text{ТО}}) &> B_{\text{ТО}} > 0,25 (\text{Ш}_{\text{ТО}} + \Gamma_{\text{ТО}}); \\ 0,75 (B_{\text{ТО}} + \text{Ш}_{\text{ТО}}) &> \Gamma_{\text{ТО}} > 0,25 (B_{\text{ТО}} + \text{Ш}_{\text{ТО}}). \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда R_0 – радиус базовой сферы, будет связан с наибольшим из габаритных размеров L_{max} из тройки $\text{Ш}_{\text{ТО}}$, $B_{\text{ТО}}$, $\Gamma_{\text{ТО}}$ как

$$R_0 = 0,5 \cdot L_{\text{max}}. \quad (11)$$

Используя определение скалярного потенциала МП (2) и выражения для сферических коэффициентов Ламе

$$h_r = 1; \quad h_\theta = r; \quad h_\phi = r \sin \theta, \quad (12)$$

легко получить представление напряженности магнитного поля произвольного источника, в том числе и технического объекта, за пределами сферы радиусом R_0 , в виде суммы напряженностей МП сферических пространственных гармоник, взятых с соответствующими коэффициентами:

$$H_r = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{n+1}{r^{n+2}} P_n^m(\cos \theta) \{g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi\}; \quad (13)$$

$$H_\theta = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{r^{n+2}} \frac{\partial}{\partial \theta} P_n^m(\cos \theta) \{g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi\}; \quad (14)$$

$$H_\phi = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{m}{\sin \theta \cdot r^{n+2}} P_n^m(\cos \theta) \{g_n^m \sin m\phi - h_n^m \cos m\phi\}. \quad (15)$$

В третьем варианте возможных соотношений между габаритными размерами ТО (один из габаритных размеров заметно меньше двух других) будет рационально использование плюсно-сфероидальных гармоник для представления МП вне ТО, если справедливо только одно из условий

$$\begin{aligned} \text{Ш}_{\text{ТО}} &< 0,25 (B_{\text{ТО}} + \Gamma_{\text{ТО}}); \\ B_{\text{ТО}} &< 0,25 (\text{Ш}_{\text{ТО}} + \Gamma_{\text{ТО}}); \\ \Gamma_{\text{ТО}} &< 0,25 (B_{\text{ТО}} + \text{Ш}_{\text{ТО}}). \end{aligned} \quad (16)$$

При этом величина параметра c , связанной с ТО системы координат, будет зависеть от координаты ξ_0 , задающей базовую поверхность, как

$$(\text{Ш}_{\text{ТО}})^2 \xi_0^{-2} + ((B_{\text{ТО}})^2 + (\Gamma_{\text{ТО}})^2) \cdot (\xi_0^2 + 1)^{-1} = 4c^2. \quad (17)$$

Следует заметить, что вид выражения (17) зависит от того, какой из габаритных размеров меньше других в (16). В случае, когда это не ширина ТО, то данный габаритный размер должен быть в (17) поменян местами с $\text{Ш}_{\text{ТО}}$.

Однако, используя только (16), (17), можно получить различные варианты охвата ТО минимальным сфероидом, варьируя величиной межфокусного расстояния. Поэтому, изменяя параметр c , можно изменять степень плюсности такой поверхности в зависимости от практической необходимости. Так увеличение параметра c приводит к приближению базовой поверхности к граням ТО с наибольшей площадью, и наоборот, уменьшение c приближает

края сфероиды к сторонам ТО с меньшей площадью.

Подставляя в уравнение (3) для напряженности МП, выраженного через скалярный потенциал, формулы для коэффициентов Ламе в сплюснuto-сфероидальной системе координат:

$$h_\xi = c\sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi^2 + 1}}; \quad h_\eta = c\sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{1 - \eta^2}}; \quad h_\varphi = c\sqrt{(\xi^2 + 1)(1 - \eta^2)}, \quad (18)$$

можно получить представления для сплюснuto-сфероидальных проекций напряженности магнитного поля вне базовой поверхности;

$$H_\xi = -\frac{\sqrt{\xi^2 + 1}}{c\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\partial}{\partial \xi} Q_n^m(i\xi) P_n^m(\eta) \{c_n^m \cos m\varphi + s_n^m \sin m\varphi\}; \quad (19)$$

$$H_\eta = -\frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{c\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n Q_n^m(i\xi) \frac{\partial}{\partial \eta} P_n^m(\eta) \{c_n^m \cos m\varphi + s_n^m \sin m\varphi\}; \quad (20)$$

$$H_\varphi = \frac{m}{c\sqrt{(\xi^2 + 1)(1 - \eta^2)}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n Q_n^m(i\xi) P_n^m(\eta) \{c_n^m \sin m\varphi - s_n^m \cos m\varphi\}. \quad (21)$$

Изложенные правила выбора типа пространственных гармоник МП и ориентации осей систем координат относительно ТО безусловно допускают некоторую произвольность такой привязки, что может быть использовано для универсализации процесса измерения разнотипных пространственных гармоник на основе предлагаемого критерия. Другими словами предлагаемый критерий позволяет произвести ветвление в едином алгоритме обработки данных измерений, используя условия (4), (10), (16), основанные на знании габаритных размеров ТО. Тем самым знание габаритных размеров ТО для предлагаемого обобщенного метода ПГА является необходимым и достаточным условием универсальности применения метода.

Для последующей математической обработки данных практического исследования МП по единому алгоритму необходимо использование обобщенной формы записи как для разнотипных пространственных гармоник МП ТО так и для соответствующих систем отсчета, параметров кривизны и т.д.

Поэтому используются следующие универсальные формы записи:

- для тройки координат x_1, x_2, φ ;
- для обозначения коэффициентов Ламе, определенных согласно (6), (12), (18) – h_1, h_2, h_φ ;
- для базисных решений вместо (1)-(3) используется представление

$${}^tU(x_1, x_2, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n {}^tF_n^m(x_1) {}^tG_n^m(x_2) \{c_n^m \cos m\varphi + s_n^m \sin m\varphi\}, \quad (22)$$

где ${}^tF_n^m(x_1)$ и ${}^tG_n^m(x_2)$ – "радиальная" и "угловая" функциональные зависимости пространственных гармоник, тип которых определяется параметром t так,

что при $t = 1$ они вытянуто-сфероидальные, при $t = 2$ – сферические, а при $t = 3$ – сплюснuto-сфероидальные согласно (1)-(3).

При этом циклическая координата и ее функциональная зависимость являются общими для всех трех типов гармоник на основании (1)-(3).

Востребованные на практике выражения для декартовых проекций напряженности магнитного поля ТО примут вид:

$${}^tH_x = \frac{1}{(h_1)^2} \frac{\partial x}{\partial x_1} \frac{\partial ({}^tU(x_1, x_2, \varphi))}{\partial x_1} + \frac{1}{(h_2)^2} \frac{\partial x}{\partial x_2} \frac{\partial ({}^tU(x_1, x_2, \varphi))}{\partial x_2} + \frac{1}{(h_\varphi)^2} \frac{\partial x}{\partial x_\varphi} \frac{\partial ({}^tU(x_1, x_2, \varphi))}{\partial x_\varphi}; \quad (23)$$

$${}^tH_y = \frac{1}{(h_1)^2} \frac{\partial y}{\partial x_1} \frac{\partial ({}^tU(x_1, x_2, \varphi))}{\partial x_1} + \frac{1}{(h_2)^2} \frac{\partial y}{\partial x_2} \frac{\partial ({}^tU(x_1, x_2, \varphi))}{\partial x_2} + \frac{1}{(h_\varphi)^2} \frac{\partial y}{\partial x_\varphi} \frac{\partial ({}^tU(x_1, x_2, \varphi))}{\partial x_\varphi}; \quad (24)$$

$${}^tH_z = \frac{1}{(h_1)^2} \frac{\partial z}{\partial x_1} \frac{\partial ({}^tU(x_1, x_2, \varphi))}{\partial x_1} + \frac{1}{(h_2)^2} \frac{\partial z}{\partial x_2} \frac{\partial ({}^tU(x_1, x_2, \varphi))}{\partial x_2} + \frac{1}{(h_\varphi)^2} \frac{\partial z}{\partial x_\varphi} \frac{\partial ({}^tU(x_1, x_2, \varphi))}{\partial x_\varphi}. \quad (25)$$

Выводы. Таким образом, обоснована возможность проведения ПГА на общей теоретической основе при совместном использовании разнотипных пространственных гармоник для исследования МП вблизи поверхности ТО.

Предложен критерий, позволяющий алгоритмически однозначно производить выбор типа используемых пространственных гармоник, для исследования МП вблизи ТО в зависимости от соотношения их габаритных размеров.

Получила обобщение теория потенциала МП для использования вблизи поверхности ТО в виде универсальной формы представления для вытянуто-сфероидальных, сферических и сплюснuto-сфероидальных гармоник.

Предложенный обобщенный метод ПГА является теоретической базой для разработки рекомендаций по построению универсальных систем измерения вытянуто-сфероидальных, сферических и сплюснuto-сфероидальных гармоник что расширяет область практического применения пространственного гармонического анализа магнитного поля вблизи поверхности

Ожидается, что использование разработанной общей теоретической основы и единой метрологической базы обеспечат минимальность затрат при практическом исследовании и целенаправленном изменении МП ТО независимо от особенностей геометрической формы последних.

Список литературы: 1. Kildishev A.V., Volokhov S.A., Saltykov J.D. Measurement of the

Spacecraft Main Magnetic Parameters // IEEE Systems Readiness Technology Conference (AUTOTESTCON'97). – Anaheim (California). – 1997. – P. 669-675. **2.** Розов В.Ю. Системи автоматичної компенсації зовнішнього магнітного поля енергонасичених об'єктів: Автореф. дис... докт. техн. наук: 05.09.03. / ІЕД НАНУ. – Київ, 2002. – 40 с. **3.** Волохов С.А., Івлева Л.Ф. Методическая погрешность измерений магнитного момента // Технічна електродинаміка. – 1996. – № 4. – С. 72-74. **4.** ГОСТ 20906-75. Средства измерений магнитных величин. Термины и определения. Введ. 01.07.76. – М.: Изд-во стандартов, 1975. – 10 с. **5.** Волохов С.А., Гузев С.Т., Жадобин Н.Е., Назаров Ю.И., Румакова В.И. Новое в определении уровней магнитных полей, допустимых и безопасных расстояний судового электрооборудования и судовых электронных систем в соответствии с требованиями международных стандартов // Труды международной конференции по судостроению (ISC). – Секция F. Судовая электродинамика, магнетизм и гидрофизика. – С.-Петербург: ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. – 1994. – С. 169-176. **6.** Волохов С.А., Добродеев П.Н., Івлева Л.Ф., Кильдишев А.В. Метрологическое обеспечение измерений магнитных параметров судового оборудования // Труды Второй международной конференции по судостроению (ISC'98). – Том 2. – С.-Петербург: ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова. – 1998. – С. 28-34. **7.** Kildishev A. V., Nyenhuis J. A., Hetman A.V. Zonal Magnetic Signatures in Spherical and Prolate Spheroidal Analysis // 2nd International Conference on Marine Electromagnetics (MARELEC'99). – Brest (France). – 1999. – P. 231-242. **8.** Holmes John J. Theoretical Development of Laboratory Techniques for Magnetic Measurement of Large // IEEE Transactions on Magnetics. – 2001. – Vol. 37, № 5. – P. 3790-3797. **9.** Chadebec O., Rouve L-L., Coulomb J-L. New method for a fast and easy computation of stray fields created by wound rods // IEEE Transactions on Magnetics. – 2002. – Vol. 38. – P. 1005-1010. **10.** Rouve L-L., Bongiraud J-P., Thiec P. Le, Coulomb J-L. Application of the spherical harmonic model to identify the magnetic state of a system and to extrapolate its signature // Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics 15, Electromagnetic Nondestructive Evaluation (III), IOS Press, 1999. – P. 136-144. **11.** Smythe W. Static and Dynamic Electricity. – ISBN: 0891169172, Publisher: Hemisphere Publishing Corporation, 1989. – 623 p. **12.** Абрамович М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами, – М.: Мир, 1979. – 832 с. **13.** Паркинсон У.Д. Введение в геомагнетизм. – М.: Мир, 1986. – 528 с. **14.** Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1963. – 1100 с. **15.** Кузнецов Д.С. Специальные функции. – М.: Высшая школа, 1965. – 272 с.

Поступила в редколлегию 14.05.08

УДК 621.318.4

Є.В. ГОНЧАРОВ,
Е.Т. КИРПИЛЬОВА,
О.О. МИХАЙЛОВ

ДОСЛІДЖЕННЯ МАГНІТНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ РОЗРОБКИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ МЕТОДОМ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

У статті зроблено аналіз магнітної системи за отриманими експериментально вольтамперними характеристиками (ВАХ). За аналіз взято Ш-образний магнітопровід магнітного пускача з котушкою намагнічування. Розроблено модель магнітної системи в математичному пакеті *FEMM*, отримані результати порівняно з експериментальними.

В статтє сделан анализ магнитной системы за полученными экспериментально вольтамперными характеристиками (ВАХ). За анализ взято Ш-образный магнитопровод магнитного пускателя с катушкой намагничивания. Разработана модель магнитной системы в математическом пакете *FEMM*, получено результаты сравнены с экспериментальными.

Якщо в якості навантаження електричної мережі виступає котушка індуктивності, то, вимірявши напругу, значних складностей у визначенні реактивного опору не виникає: $Z = \frac{U}{I}$; $X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$, де активний опір обмотувального проводу котушки визначається як $R = r \frac{l}{s}$ (або дослідним шляхом на постійному струмі).

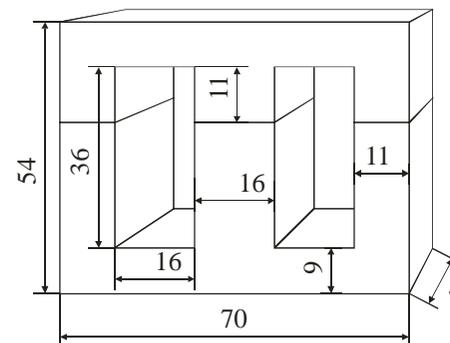


Рис. 1. Конструкція магнітопроводу магнітного пускача

Індуктивність можна визначити як: