

А.В. ВИДРЯ, наук. співробітник, НТУ "ХПІ", Харків
Ю.Г. ГОНТАР, магістр, НТУ "ХПІ", Харків
А.Г. ГУРИН, д-р техн. наук, проф., зав. каф., НТУ "ХПІ", Харків
О.М. ЯРМАК, провідний інженер, НТУ "ХПІ", Харків

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ АНАЛОГІЙ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ІМПУЛЬСУ ТИСКУ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОГО ПОВЕРХНЕВОГО ВИПРОМІНЮВАЧА СЕЙСМІЧНИХ КОЛИВАНЬ

В статті розглянута можливість за допомогою методу електромеханічних та прямих аналогій створити розрахункову модель для визначення падаючого з поверхні землі та відбитого імпульсу тиску від досліджуваного нафтоносного шару.

В статье рассмотрена возможность с помощью метода электромеханических и прямых аналогий создать расчетную модель для определения падающего с поверхности земли и отраженного импульса давления от исследуемого нефтеносного слоя.

Вступ. При геофізичних дослідженнях та розвідці корисних копалин, при інтенсифікації видобутку нафти за допомогою поверхневих електродинамічних випромінювачів необхідно знати амплітуду та спектр діючого з поверхні імпульсу. Задача спрощується, якщо відомі механічні властивості ґрунтів та глибина їх залягання.

Акустичний спосіб впливу на нафтоносний прошарок знаходить все більше розповсюдження. Найбільш економічно обґрунтованим є дія імпульсних та вібраційних випромінювачів з поверхні ґрунту [1-3]. Серед поверхневих випромінювачів електродинамічні займають одне з провідних місць завдяки тому, що допускають керування амплітудою та спектром ударного імпульсу [4, 5]. Це важливо, тому що затухання амплітуди сигналу відбувається залежно від спектральних характеристик та потужності шару. При наявності цих даних є можливість визначити оптимальну форму падаючого з поверхні ґрунту імпульсу.

В даній роботі запропоновано вирішити цю задачу за допомогою методу електромеханічних аналогій та методу прямих аналогій, коли складна хвильова картина розповсюдження імпульсу тиску у півпросторі замінюється розповсюдженням тільки продольної складової шляхом введення уточнюючих коефіцієнтів, що враховують втрати на по-

верхнєві та поперечні хвилі. Застосування електромеханічних аналогій дозволяє також установити зв'язок між механічними умовами розповсюдження імпульсу тиску з умовами формування його амплітуди та спектру в електричній системі.

Мета, задачі дослідження. Мета роботи – одержання інформації про падаючий з поверхні землі імпульс при наявності даних про фізико-механічні характеристики шарів ґрунту. Основною задачею роботи є розробка математичної моделі розповсюдження акустичного імпульсу тиску у багат шаровому напівпросторі. За допомогою даної моделі стане можливим не тільки одержання чітких відбитих хвиль від границь між шарами ґрунту, а і визначення необхідної акустичної енергії впливу на нафтовий прошарок для інтенсифікації просякнення нафти у зону колектора свердловини

Електромеханічна система "електродинамічний випромінювач-ґрунт". Спільний розгляд процесів в електричній і механічній системах (електромеханічний випромінювач-ґрунт) зручно робити з використанням методу аналогій. Цей метод заснований на формальній аналогії математичних рівнянь, що описують різні по фізичній сутності процеси.

На рис. 1 представлена блок-схема математичної розрахункової моделі. Блок-схема математичної розрахункової моделі складається із трьох блоків. Блок 1 схеми пояснює диференціальні рівняння, які описують процеси в розрядному контурі. На вхід подається напруга конденсатора U_{co} , вихідною величиною є струм i розрядного контуру. Блок 2 відтворює рівняння, що зв'язує струм i і електромеханічну силу F_{em} , яка діє на ґрунт. У блоці 3 вирішуються рівняння, що описують перехідні процеси у ґрунті, де x_1, x_2, x_3 - це координати переміщення шарів ґрунту, а x - взаємне переміщення обмоток індуктивно-пов'язаних котушок розрядного кола.

Опишемо послідовно кожний із блоків.

Блок 1. Електродинамічний перетворювач представлений електричною схемою (рис. 2).

Диференціальні рівняння, що описують процеси в розрядному контурі мають вигляд:

$$i_c = -C \frac{dU_c}{dt}; \quad (1)$$

$$U_c = L_e \frac{di_c}{dt} + Ri_c, \quad (2)$$

де $L_e = L_1 + L_2 - 2M$ - еквівалентна індуктивність при зустрічному

включенні двох послідовно включених котушок; L_1, L_2 - власні індуктивності котушок; M - взаємна індуктивність, що залежить від взаємного розташування котушок у напрямку x .

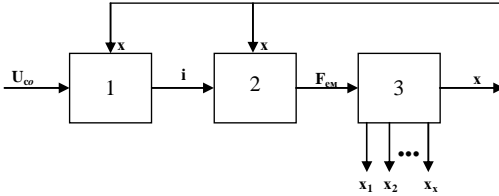


Рис. 1.

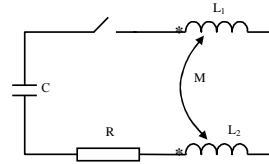


Рис. 2.

Якщо записати рівняння в операторній формі, то одержимо:

$$I_c(p) = -[CpU_c(p) - CU_c(o)], \quad (3)$$

$$U_c(p) = LpI_c(p) + RI_c(p). \quad (4)$$

Спільне рішення цих двох рівнянь дає:

$$I_c(p) = -CLp^2 I_c(p) - CRpI_c(p) + CU_c(o). \quad (5)$$

Звідси, розділивши на $1/CLp^2$, одержимо рівняння, яке можна представити у вигляді структурної схеми (рис. 3):

$$I_c(p) = -\frac{R}{Lp} I_c(p) + \frac{1}{Lp^2} U_c(o) - \frac{1}{CLp^2} I_c(p). \quad (6)$$

Блок 2. Рівняння, що зв'язує розрядний струм i і електромагнітну силу $F_{ем}$ (акустичний імпульс з поверхні ґрунту):

$$F_{ем} = -\frac{dW}{dx}, \quad (7)$$

де $W = \frac{1}{2} L_e i^2$ - електромагнітна енергія.

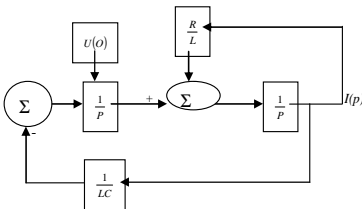


Рис. 3.

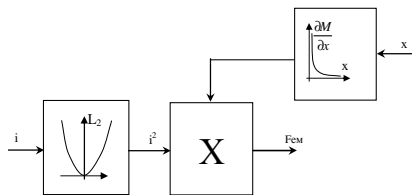


Рис. 4.

Підставляючи вираз для електромагнітної енергії у формулу для сили, одержимо:

$$F_{\text{ем}} = -\frac{dW(x,t)}{dt} = -\left\{ \frac{\partial L_e(x)}{\partial x} \cdot \frac{i^2(x,t)}{2} - \frac{L(x)}{2} \cdot \frac{\partial [i^2(x,t)]}{\partial x} \right\}. \quad (8)$$

Якщо припустити, що струм i не залежить від x , то вираз для $F_{\text{ем}}(x,t)$ спроститься:

$$F_{\text{ем}} = -\frac{\partial L_e(x)}{\partial x} \cdot \frac{i^2(x,t)}{2}. \quad (9)$$

З огляду на те, що $L_e = L_1 + L_2 - 2M$ й L_1 і L_2 є величинами постійними, електромагнітна сила залежить від взаємної індуктивності $M(x)$:

$$F_{\text{ем}} = \frac{1}{2} i^2(t) \frac{\partial M(x)}{\partial x}. \quad (10)$$

Структурна схема визначення $F_{\text{ем}}$ представлена на рис. 4.

Передбачається при цьому, що залежність $M(x)$ відома з експерименту, або визначена розрахунковим шляхом [6].

Блок 3 описує рівняння механічного руху ґрунту. Можливі кілька підходів до рішення рівнянь механічного руху: перший шлях, коли ґрунт представлений одномасовою коливальною системою [7]; більш детальним є розгляд ґрунту у вигляді шарів півпростору з характерними параметрами.

У роботі обраний нижчевикладений підхід.

Як було показано, при розрахунку розрядних струмів у випромінювачі й амплітуди імпульсу сили необхідно враховувати вплив зони малих швидкостей, тобто верхнього шару ґрунту, у якому відбувається інтенсивне згасання збуджених коливань. Тому верхній шар представляється як одномасова коливальна система, що має певний коефіцієнт демпфування й пружність. Нижчележачий пружний півпростір представлений у вигляді окремих шарів, кожний з яких характеризується певними властивостями.

Розглянемо дію випромінювача на перший шар ґрунту, як на одномасову коливальну механічну систему. Розрахункова модель показана на рис. 5.

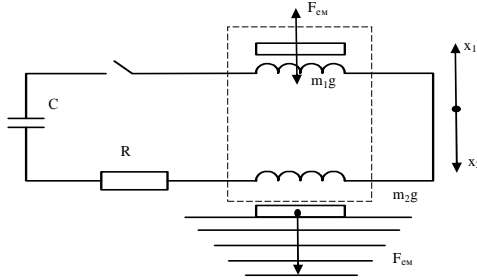


Рис. 5.

Рівняння механічного руху системи (оригіналу) наступні:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = m_1 g - F_{\text{ем}}[t, i(t)]; \quad (11)$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \eta \frac{dx_2}{dt} + c_n x_2 = F_{\text{ем}}[t, i(t)] + m_2 g, \quad (12)$$

де $m_1 g = P_1$ - вага інертної маси; $m_2 g = P_2$ - вага ударної плити випромінювача; η - коефіцієнт демпфування; c_n - коефіцієнт пружності ґрунту.

Скористаємося аналогією між рівняннями механічного руху й рівняннями, що описують електричні процеси в колах із зосередженими параметрами. Введемо наступні аналогії:

$m \rightarrow L$ (масі відповідає індуктивність);

$\eta \rightarrow R$ (коефіцієнту пружності – активний опір);

$c_n \rightarrow \frac{1}{C}$ (пружності ґрунту – величина ємності накопичувача енергії).

Тоді, відповідно до методу математичного моделювання, рівнянням оригіналу відповідають наступні рівняння розрахункової моделі:

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt_M^2} = E_{01} - e(t); \quad (13)$$

$$L_2 \frac{d^2 q_2}{dt_M^2} + R_2 \frac{dq_2}{dt_M} + \frac{q_2}{C_2} = e(t) + E_{02}, \quad (14)$$

де $q_1 = \int_0^t i_1(t) dt$; $q_2 = \int_0^t i_2(t) dt$; t_M - час протікання перехідних процесів, у моделі.

Цим рівнянням (13) і (14) відповідають схеми заміщення, представлені у вигляді кіл із зосередженими параметрами. Рівняння (13) і (14) будемо називати **рівняннями моделі**.

Введемо масштабні коефіцієнти параметрів моделі:

$$k_{m_1} = \frac{m_1}{L_1}; \quad k_{x_1} = \frac{x_1}{q_1}; \quad k_t = \frac{t_{op}}{t_M}; \quad k_{01} = \frac{P_1}{E_{01}} \quad k_{02} = \frac{P_2}{E_{02}};$$

$$k_F = \frac{F_{em}(t)}{e(t)}; \quad k_\eta = \frac{\eta}{R}; \quad k_c = \frac{c_n}{\frac{1}{C_2}}; \quad k_{x_2} = \frac{x_2}{q_2}; \quad k_{m_2} = \frac{m_2}{L_2},$$

де t_{op}, t_M - час протікання процесів в оригіналі й моделі відповідно.

Знайдемо, використовуючи масштабні коефіцієнти, величини, що відповідають оригіналу:

$$m_1 = L_1 \cdot k_{m_1}; \quad x_1 = k_{x_1} \cdot q_1; \quad t_{op} = k_t \cdot t_M; \quad P_1 = E_{01} \cdot k_{01}.$$

Підставимо знайдені величини у рівняння механічного руху:

$$k_{m_1} \cdot L_1 \cdot \frac{d^2(k_{x_1} \cdot q_1)}{d(t_M \cdot k_t)^2} = k_{01} \cdot E_{01} - k_F e(t_M). \quad (15)$$

Після перетворення одержимо:

$$k_{m_1} \frac{k_{x_1}}{k_t^2} L_1 \frac{d^2 q_1}{dt_M^2} = k_{01} E_{01} - k_F e(t_M); \quad (16)$$

$$\frac{d^2 q_1}{dt_M^2} = \frac{k_{01} \cdot k_t^2}{k_{m_1} \cdot k_{x_1} L_1} E_{01} - \frac{k_F \cdot k_t^2}{k_{m_1} \cdot k_{x_1} L_1} e(t_M).$$

Рівняння (16) буде збігатися з рівнянням (13) якщо зазадати, щоб коефіцієнти, що стоять при E_{01} й $e(t)$, були рівні одиниці:

$$\frac{k_{01} \cdot k_t^2}{k_{m_1} \cdot k_{x_1} L_1} = 1; \quad \frac{k_F \cdot k_t^2}{k_{m_1} \cdot k_{x_1} L_1} = 1.$$

Перейдемо до рівнянь (12) і (14) і поступимо аналогічно. Якщо записати величини оригіналу через масштабні коефіцієнти

$$m_2 = k_{m_2} L_2; \quad \eta = R_2 k_\eta; \quad F_{ei}(t) = k_F e(t_1);$$

$$x_2 = k_{x_2} \cdot q_2; \quad c_i = \frac{k_c}{C_2}; \quad t_{op} = k_t \cdot t_1; \quad P_2 = k_2 E_{02}$$

і підставити знайдені величини в рівняння (12), то одержимо наступне рівняння:

$$k_{m_2} L_2 \frac{d^2(k_{x_2} q_2)}{d(k_t \cdot t_M)^2} + R_2 k_\eta \frac{d(q_2 k_{x_2})}{d(k_t \cdot t_M)} + \frac{k_c}{C_2} k_{x_2} q_2 = k_F e(t) + k_{02} E_{02}. \quad (17)$$

Після перетворень одержимо:

$$k_{m_2} \frac{k_{x_2}}{k_t^2} L_2 \frac{d^2 q_2}{dt_M^2} + k_\eta \frac{k_{x_2}}{k_t} R_2 \frac{dq_2}{dt_M} + k_c k_{x_2} \cdot \frac{q_2}{C_2} = k_F e(t) + k_{02} E_{02}. \quad (18)$$

Розділимо ліву й праву частини рівняння на коефіцієнт $k_c k_{x_2}$:

$$\frac{k_{m_2} \cdot k_{x_2}}{k_t^2 k_c \cdot k_{x_2}} L_2 \frac{d^2 q_2}{dt_M^2} + \frac{k_\eta \cdot k_{x_2}}{k_t \cdot k_c \cdot k_{x_2}} \cdot R_2 \frac{dq_2}{dt_M} + \frac{q_2}{C_2} = \frac{k_F}{k_c k_{x_2}} e(t) + \frac{k_{02}}{k_c k_{x_2}} E_{02}. \quad (19)$$

Щоб рівняння (19) збігалось з вихідним рівнянням (14) варто зажадати, щоб коефіцієнти при всіх доданках у лівій і правій частинах рівні були одиниці:

$$\frac{k_{m_2} L_2}{k_t^2 k_c} = 1, \quad \frac{k_\eta R_2}{k_t \cdot k_c} = 1, \quad \frac{k_F}{k_c \cdot k_{x_2}} = 1, \quad \frac{k_{02}}{k_c \cdot k_{x_2}} = 1. \quad (20)$$

Таким чином, остаточно для практичного здійснення процесу моделювання необхідно задовольнити співвідношення (18) і (20). Зазначені співвідношення називаються критеріями моделювання.

Вибір коефіцієнтів моделювання здійснюється виходячи зі зручностей практичної роботи й наявних технічних засобів.

Якщо зробити ряд перетворень зі співвідношеннями (18) і (20), то одержимо більш компактні співвідношення:

$$\frac{k_{01}}{k_F} = 1, \quad \frac{k_F}{k_{02}} = 1, \quad \frac{k_{m_2} \cdot L_2}{k_t \cdot k_\eta \cdot R_2} = 1. \quad (21)$$

Доцільно прийняти масштабний коефіцієнт за часом рівним 1 (тобто вважати, що час протікання процесів в оригіналі й моделі не змінюється):

$$k_t = 1. \quad (22)$$

Масштабний коефіцієнт k_{m_2} вибираємо зі зручності моделюван-

ня; знаючи m_2 , вибираємо L_2 а потім обчислюємо k_{m_2} :

$$k_{m_2} = m_2 / L_2. \quad (23)$$

Тоді зі співвідношення $\frac{k_{m_2} L_2}{k_t \cdot k_\eta \cdot R_2} = 1$ з урахуванням (22) і (23),

приймаємо масштабний коефіцієнт $k_\eta = \frac{\eta}{R_2} = k_{m_2} \frac{L_2}{R_2}$.

Потім, знаючи k_η й η - коефіцієнт пружності, обчислюємо значення опору R_2 схеми заміщення. За критерієм моделювання (20)

$$\frac{k_\eta \cdot R_2}{k_t \cdot k_c} = 1 \text{ знаходимо, що } k_c = k_\eta \cdot R_2.$$

При відомих значеннях k_c і коефіцієнта пружності знаходимо значення ємності C_2 : $C_2 = \frac{k_c}{c_n}$.

Задамо значення електроруїнівної сили (ерс) джерела постійної напруги E_{02} зі зручностей моделювання; при цьому, знаючи вагу

$$P_2 = m_2 g \text{ й } E_{02} \text{ визначаємо } k_{02} = \frac{m_2 g}{E_{02}}. \text{ Аналогічно знаходимо}$$

$$k_{01} = \frac{m_1 g}{E_{01}}.$$

Таким чином, розрахунок амплітуди ударного імпульсу визначається в такий спосіб:

- вирішуються рівняння моделі й визначаються невідомі заряди, аналогом яких є переміщення;

- визначаються масштабні коефіцієнти;

- визначаємо переміщення x шарів ґрунту;

- використовуючи залежність $M(x)$ із експерименту або розра-

хунку, визначаємо похідну $\frac{\partial M(x)}{\partial x}$;

- розраховуємо струм i розрядного контуру за структурною схемою (рис. 3);

- за структурною схемою (рис. 4) знаходимо електромагнітну силу $F_{em}(x, t)$.

Розглянемо нижчележачий ґрунт із урахуванням властивостей його шарів (рис. 6).

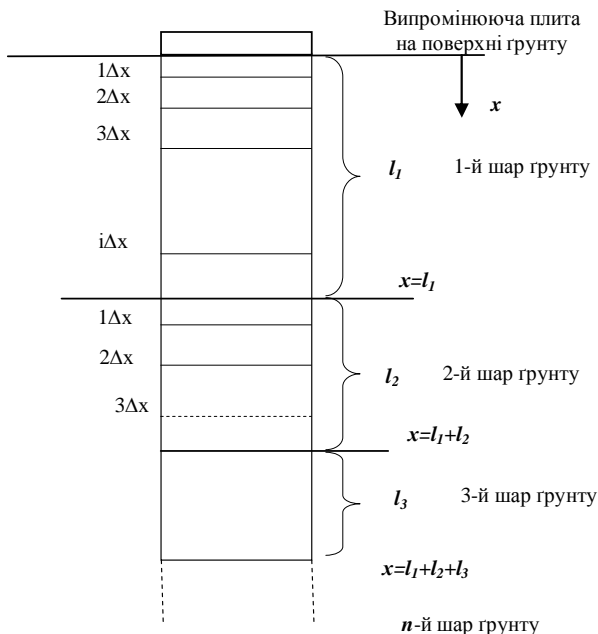


Рис. 6.

Згідно з літературними даними, згасання α залежить від глибини досліджуваного шару. Максимальне згасання спостерігається у зоні малих швидкостей (ЗМШ), де амплітуда зменшується у декілька разів у сейсмічному діапазоні частот. Особливо це проявляється при формуванні високочастотної складової сигналу.

Можна допустити, що в більш глибоких шарах згасання практично відсутнє. Це дозволяє спростити розрахункову модель і розглядати наступні шари ґрунту як абсолютно пружні. У цьому випадку можна розглядати поширення сейсмічної хвилі без згасання.

Була досліджена можливість застосування методу електромеханічних аналогій для визначення амплітуди ударного імпульсу по глибині для багатошарового середовища. Бралось середовище з однаковими параметрами по глибині.

При цьому були прийняті наступні допущення:

- вирішувалась одномірна задача, тобто хвиля поширюється по трубці, тиск і швидкість залежать від однієї координати x : $p(x,t)$ і $v(x,t)$;

- верхня границя півпростору рухається разом із випромінюючою плитою, тобто $p(x,t) = p(o,o) = 0$. Це граничні умови по верхній границі.

- розгляд ведеться в координатах Ейлера, тобто розглядається зміна тиску p й швидкість v у часі в i -тому фіксованому перетині; $v_i(t) = v$, тобто швидкість тієї частки маси, що у момент t перетинає i -ту границю ґрунту. Нижня границя останнього шару ґрунту нескінченно вилучена. Не враховується нерівномірність тиску й швидкості по поперечному перерізі S шару.

Розглянемо граничні умови.

I. На верхній границі 1-го шару:

$$m_{\text{пл}} \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{ем}} - Sp_1; \tag{24}$$

$$p_1(o,o) = p_1(x,t) = 0,$$

де S - площа перетину; p_1 - питомий тиск на верхній границі; $m_{\text{пл}}$ - маса ударної плити; $F_{\text{ем}}$ - електромагнітна сила від електродинамічного перетворювача; x - координата переміщення часток ґрунту.

II. На границі двох шарів - першого й другого:

$$p_{2\text{гран}}^{\text{верх}} = p_{2\text{гран}}^{\text{нижн}} \text{ - рівність тисків;}$$

$$v_{2\text{гран}}^{\text{верх}} = v_{2\text{гран}}^{\text{нижн}} \text{ - рівність швидкостей,}$$

де $v = \frac{dx}{dt} = v(x,t)$.

III. Для границі k й $k+1$ шарів:

$$p_{k+1} \Big|_{\text{гран}}^{\text{верх}} = p_k \Big|_{\text{гран}}^{\text{нижн}} ;$$

$$v_{k+1} \Big|_{\text{гран}}^{\text{верх}} = v_k \Big|_{\text{гран}}^{\text{нижн}} .$$

Аналогія у поведінці ґрунту й руху рідини у трубі при прийнятих допущеннях дає можливість використати теорію гідравлічного удару.

Рівняння теорії гідравлічного удару, записане для i -го елементарного шару ґрунту Δx , має вигляд:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \eta v = 0 \tag{25}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\alpha^2 \rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad (26)$$

де $v = \frac{dx}{dt}$ - швидкість переміщення часток ґрунту; ρ - щільність маси ґрунту; α - швидкість звукової хвилі в ґрунті; η - коефіцієнт пружності.

Рівняння (26) зветься рівнянням звукової хвилі в ґрунті.

Рівняння (25) і (26) можна записати у вигляді, аналогічному рівнянням довгої лінії:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \eta v; \\ -\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\alpha^2 \rho} \frac{\partial p}{\partial t}, \end{cases} \quad (27, 28)$$

де p_1 - тиск у перетині x ; p_2 - тиск у перетині $x + \Delta x$ (рис. 7).

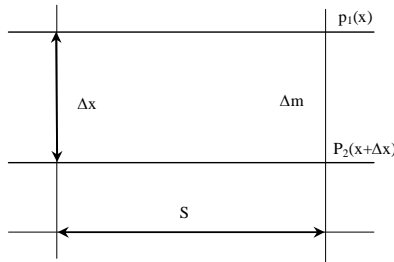


Рис. 7.

Рівняння (27) - це рівняння механічного руху для елементарного шару.

Елементарну масу запишемо як $\Delta m = \rho S \Delta x$.

Тоді $\rho S \Delta x \frac{d^2 x}{dt^2} = S(p_1 - p_2) - \eta S \Delta x \frac{dx}{dt} + c \Delta x S$ розділимо на $S \Delta x$:

$$\rho \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{\Delta p}{\Delta x} - \eta \frac{dx}{dt} + c, \text{ якщо позначити } v = \frac{dx}{dt},$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial x} - \eta v + c. \quad -\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t} - \eta v + c.$$

Зрівняємо (27), (28) для процесів у ґрунті з рівняннями довгої лінії:

$$\begin{cases} -\frac{\partial U}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = q_0 U + \tilde{N}_0 \frac{\partial U}{\partial t}. \end{cases} \quad (30, 31)$$

Якщо поставити у відповідність тиску $p \rightarrow$ напруга U , швидкості $v \rightarrow$ струм i , зміни швидкості в часі (прискорення) – швидкість зміни струму

$$\frac{\partial v}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial i}{\partial t},$$

і т.п.:

$$\eta \rightarrow R_0; \quad \rho \rightarrow L_0$$

і прийняти $q_0 \rightarrow 0$ - немає витрати енергії на створення поперечних хвиль, немає поперечного опору $\frac{1}{\alpha^2 \rho} \rightarrow C_0$, тоді рівняння (30), (31)

мають вигляд:

$$\begin{cases} -\frac{\partial U}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = C_0 \frac{\partial U}{\partial t}, \end{cases} \quad (32, 33)$$

де L_0, C_0 - питома індуктивність та ємність лінії.

Граничні умови на стику двох ліній:

$$i_{1\bar{a}\delta} = i_{2\bar{a}\delta}; \quad U_{1\bar{a}\delta} = U_{2\bar{a}\delta}. \quad (34)$$

Перехід одного шару ґрунту в іншій відповідає стику двох ліній з різними параметрами. Самий крайній шар ґрунту з нескінченно вилученою нижньою границею відповідає нескінченно довгій лінії. Можна вважати, що вона працює в погодженому режимі, тобто немає відбитих хвиль.

Якщо зневажити опором R_0 і провідністю q_0 лінії (або η й c для ґрунту), то рівняння лінії без втрат мають вигляд:

$$\begin{cases} -\frac{\partial U}{\partial x} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = C_0 \frac{\partial U}{\partial t}. \end{cases} \quad (35, 36)$$

Зневажаючи η й c в (27), одержимо:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t}; \quad (37)$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\alpha^2 \rho} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (38)$$

Якщо продиференціювати (35) по x й підставити в 36, то одержимо хвильове рівняння для напруги лінії:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= L_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial i}{\partial x} \right); \\ -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= L_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-C_0 \frac{\partial U}{\partial t} \right) = -L_0 C_0 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= L_0 C_0 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \end{aligned}$$

Загальне рішення напруги лінії має вигляд:

$$U(x, t) = U_{\text{пр}}(x, t) + U_{\text{в}}(x, t), \quad (39)$$

де $U_{\text{пр}}(x, t)$ - пряма хвиля напруги; $U_{\text{в}}(x, t)$ - відбита хвиля напруги.

Хвильове рівняння для струму лінії:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}. \quad (40)$$

Загальне рішення для струму в лінії:

$$i(x, t) = i_{\text{пр}}(x, t) + i_{\text{в}}(x, t), \quad (41)$$

де $i_{\text{пр}}(x, t)$ - пряма хвиля струму; $i_{\text{в}}(x, t)$ - відбита хвиля струму.

Аналогічно:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} &= \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, & \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{\alpha^2} &= p^2, & p &= \pm \sqrt{\frac{1}{\alpha^2}} = \pm \frac{1}{\alpha}. \end{aligned}$$

Введемо коефіцієнти моделювання:

$$m_p = \frac{p}{U}; \quad m_v = \frac{v}{i}; \quad m_\rho = \frac{\rho}{L_0}; \quad m_k = \frac{1}{C_0} = \frac{k}{C_0}; \quad m_t = \frac{t_{\text{оп}}}{t_{\text{м}}};$$

$$k = \frac{1}{\alpha^2 \rho} = \frac{1}{\alpha^2 m_p L_0}; \quad m_k = \frac{1}{\alpha^2 L_0 m_p C_0}.$$

Прийmemo масштаб часу $m_t = 1$. Підставимо в рівняння:

$$p = m_p U, \quad m_v i = v, \quad m_p L_0 = \rho, \quad m_k C_0 = k; \quad t_M m_t = t_{op},$$

визначимо критерії моделювання.

На рис. 8 представлена схема заміщення довгої лінії без втрат, що є аналогом багатошарового середовища.

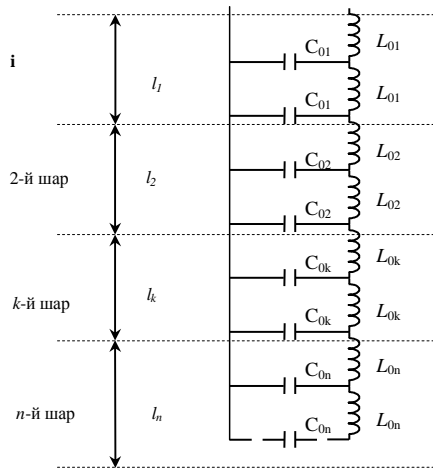


Рис. 8.

Розглянемо спочатку завдання розрахунку перехідних процесів у довгих лініях. Використання електричних аналогів значно полегшує рішення завдання по чергуванню хвильових процесів у багатошарових середовищах. Розрахунок перехідних процесів у довгих лініях представляє значні труднощі при обліку багаторазово відбитих хвиль. Ці труднощі збільшуються, якщо лінія включена на опір навантаження, що містить C і L .

Розглянемо лінію без втрат, включену на лінійне навантаження. Як відомо, для вузла 2 справедливі наступні операторні рівняння:

$$U_2(p) = U_{np}(p) + U_B(p); \quad (42)$$

$$I_2(p) = I_{np}(p) + I_B(p); \quad (43)$$

$$Z_2(p) = \frac{U_2(p)}{I_2(p)}; \quad (44)$$

$$I_{\text{пр}}(p) = \frac{U_{\text{пр}}(p)}{Z_p}; \quad I_{\text{в}}(p) = \frac{U_{\text{в}}(p)}{Z_p}, \quad (45)$$

де $U_{\text{пр}}(p), I_{\text{пр}}(p), I_{\text{в}}(p), U_{\text{в}}(p)$ - зображення напруги й струму прямих і зворотних хвиль відповідно.

З рівнянь (42)-(45), вважаючи $U_{\text{пр}}(p)$ відомою функцією, впливають передатні функції, що зв'язують $U_2(p)$ і $U_{\text{в}}(p)$ з $U_{\text{пр}}(p)$:

$$K_{\text{пр}}^k(p) = \frac{U_2(p)}{U_{\text{пр}}^k(p)} = \frac{2Z_2(p)}{Z_{\text{в}} + Z_2(p)}; \quad (46)$$

$$K_{\text{в}}^k(p) = \frac{U_{\text{в}}^k(p)}{U_{\text{пр}}^k(p)} = \frac{Z_2(p) - Z_{\text{в}}}{Z_2(p) + Z_{\text{в}}}. \quad (47)$$

Індекс "k" позначає кінець лінії, а індекс "II" – початок лінії.

Для початку лінії (вузол 1) справедливі аналогічні рівняння (45). Замість рівнянь (42)-(44) запишемо:

$$U_1(p) = E(p) - I_1(p)Z_1(p); \quad (48)$$

$$U_1(p) = U_{\text{пр}}(p) + U_{\text{в}}(p); \quad (49)$$

$$I_1(p) = I_{\text{пр}}(p) + I_{\text{в}}(p). \quad (50)$$

Напруга на початку лінії й пряма хвиля визначаються величиною $E(p)$ й $U_{\text{в}}(p)$:

$$U_1(p) = K_1(p)E(p) + K_{\text{пр}}^{\text{II}}(p)U_{\text{в}}^{\text{II}}(p); \quad (51)$$

$$U_{\text{пр}}^{\text{II}}(p) = K_1(p)E(p) + K_{\text{в}}^{\text{II}}(p)U_{\text{в}}^{\text{II}}(p), \quad (52)$$

де передатні функції $K_1(p), K_{\text{пр}}^{\text{II}}(p), K_{\text{в}}^{\text{II}}(p)$ мають вигляд:

$$K_1(p) = \frac{Z_{\text{в}}}{Z_{\text{в}} + Z_1(p)}; \quad (53)$$

$$K_{\text{пр}}^{\text{II}}(p) = \frac{2Z_1(p)}{Z_1(p) + Z_{\text{в}}}; \quad (54)$$

$$K_{\text{в}}^{\text{II}}(p) = \frac{Z_1(p) - Z_{\text{в}}}{Z_1(p) + Z_{\text{в}}}. \quad (55)$$

Напряга зворотної хвилі на початку лінії $U_B^{II}(p)$ сформована відбиттям прямої хвилі наприкінці лінії.

Позначив через τ час проходження хвилі уздовж лінії, запишемо:

$$U_B^{II}(p) = e^{-\tau p} K_B^K(p) U_{\text{пр}}^K(p). \quad (56)$$

Через запізнювання в лінії:

$$U_{\text{пр}}^K(p) = e^{\tau p} U_{\text{пр}}^{II}(p). \quad (57)$$

Тоді:

$$U_B^{II}(p) = e^{-2\tau p} K_B^K(p) U_{\text{пр}}^{II}(p). \quad (58)$$

Зображення прямої хвилі на початку лінії в момент $(t - 2\tau)$ обумовлено дією $E(p)$ в момент $(t - 2\tau)$ і зворотною хвилею на початку лінії, що була сформована відбитою від кінця прямою хвилею, сформованою на початку лінії в момент $(t - 4\tau)$ і т.д.

Це приводить до наступного нескінченного вираження для напруги на початку лінії:

$$\begin{aligned} U_1(p) = & K_1(p)E(p) + K_{\text{пр}}^{II}(p)e^{-2\tau p} K_B^K(p) \{ K_1(p)E(p) + \\ & + K_B^{II}(p) [e^{-2\tau p} K_B^K(p) [K_1(p)E(p) + K_B^{II}(p) e^{12\tau p} K_B^K(p) \times \\ & \times [K_1(p)E(p) + K_B^{II}(p) e^{-2\tau p} K_B^K(p) [\dots]]] \} \}. \quad (59) \end{aligned}$$

Цей вираз приводиться до виду:

$$U_1(p) = K_1(p)E(p) \left\{ 1 + K_B^K(p) K_{\text{пр}}^{II}(p) e^{-2\tau p} \sum_{i=0}^{\infty} [K_B^{II}(p) e^{-2\tau p}] \right\}. \quad (60)$$

З урахуванням значення суми нескінченної геометричної прогресії:

$$U_1(p) = K_1(p) \left\{ 1 + \frac{K_{\text{пр}}^{II}(p) K_B^K(p) e^{-2\tau p}}{1 - K_B^{II}(p) K_B^K(p) e^{-2\tau p}} \right\} E(p). \quad (61)$$

Виконавши аналогічні обчислення для кінця лінії, одержимо:

$$U_2(p) = \frac{K_1(p) K_{\text{пр}}^K(p) e^{-\tau p}}{1 - K_B^K(p) K_B^{II}(p) e^{-2\tau p}} \cdot E(p). \quad (62)$$

Виразам (61) і (62) відповідає структурна схема рис.2.

Висновки.

По наведеній структурній схемі можуть бути складені схеми розрахункової моделі. Це дозволяє розглянути перехідні процеси при

будь-яких значеннях зміни $e(t)$ й будь-яких лінійних навантаженнях. Її застосування особливо доцільно, коли необхідно визначити енергію, що діє на продуктивний шар при роботі поверхневого електродинамічного випромінювача і при визначенні параметрів випромінювачів та накопичувача електричної енергії.

Список джерел інформації: 1. *Гурин А.Г., Литвиненко О.А.* О выборе электрических параметров высокочастотных сейсмических источников электродинамического типа // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. - Харьков. - 1987. - № 243. - Вып. 114. 2. *Гурин А.Г.* Влияние параметров электродинамического сейсмоисточника на форму сейсмического сигнала // Изв. вузов. Геология и разведка. - М. - 1988. - № 1. 3. Пат. 40339, Україна, МПК Е 21В 43/16. Спосіб інтенсифікації видобутку нафти / А.Г. Гурин, С.П. Мостовий, О.М.Ярмак. - № u2008 08662. Заявлено 01.07.2008. Опубл. 10.04.2009, Бюл. №7. - 3 с. 4. *Гурин А.Г.* Определение механических напряжений под мембраной электродинамического излучателя сейсмических колебаний // Механіка та машинобудування. Наук.-техн. журнал АН ВШ України. - 1998. - № 2. - С. 69-72. 5. *Тимошенко Е.М., Руденко Н.С.* Возможности применения теории подобия для определения оптимальных параметров электромагнитных ударных узлов // Электрические ударные машины возвратно-поступательного движения. - Новосибирск: Наука, 1969. - С. 86-96. 6. Определение параметров электрофизических устройств для силового влияния на продуктивный пласт / А.Г. Гурин, В.Я. Гладченко, Р.С. Ложкин // Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: Тез. доп. Міжнар. наук.-практ. конф. – Харьков: НТУ "ХП", 2002. 7. *Гурин А.Г., Конотоп В.В., Круглик Н.И.* Электродинамические ударные устройства для сейсмических исследований // Проблемы вибрационного просвещения Земли. Академия наук СССР. - М.: Наука, 1977. - С. 137-142.

Поступила до редколегії 15.12.09