УДК 621.4.025

Б.И. КУЗНЕЦОВ, д-р техн. наук, проф., зав. отделом, НТЦ МТО НАН Украины, Харьков
Т.Б. НИКИТИНА, канд. техн. наук, докторант, НТУ "ХПИ"
О.В. ШУРЛО, аспирант, УИПА, Харьков
Б.Б. КОБЫЛЯНСКИЙ, аспирант, УИПА, Харьков

ЦИФРОВОЕ РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МЕХАНИЗМАМИ ОБМОТОЧНЫХ МАШИН

Розроблено метод синтезу цифрового робастного керування електроприводами механізмів обмотувальних машин з урахуванням пружних елементів. Наведено приклад динамічних характеристик синтезованої системи.

Разработан метод синтеза цифрового робастного управления электроприводами механизмов обмоточных машин с учетом упругих элементов. Приведен пример динамических характеристик синтезированной системы.

Введение. Качество процесса нанесения обмоточных лент в значительной степени определяется точностью поддержания технологических параметров на заданном уровне. Для поддержания скорости вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты современные обмоточные машины оборудуются электромеханическими системами автоматического поддержания этих технологических параметров на заданном уровне. Обмоточная машина как объект управления натяжением обмоточной ленты и скоростью вращения приводного механизма является нестационарным объектом, параметры которого изменяются в широких пределах в процессе работы. Наиболее существенное изменение параметров обмоточной машины происходит по мере выработки обмоточной ленты с кружка в процессе обмотки кабелей. При этом изменяется момент инерции кружка с обмоточной лентой и радиус схода обмоточной ленты с кружка [1, 2].

Постановка проблемы. Методы синтеза систем управления, основанные на минимизации квадратичного критерия, называются задачами H^2-оптимизации. Однако, квадратичный критерий чувствителен к наличию неучтенных помех, возмущений, как со стороны внешних сигналов, так и параметрических возмущений самих объектов [3]. Поэтому в последнее десятилетие получили развитие методы минимизации H^∞-нормы, которая, служит эффективным показателем реакции системы на различного типа воздействия при наличии неопределенностей в описании объекта управления [4]. Рассмотрим построение робастной системы управления для работы во всем диапазоне изменения радиусов размотки кружка с лентой.

Анализ последних достижений и публикаций. В работах [1-3] выполнен синтез оптимальных регуляторов, наблюдателей и компенсаторов для трех радиусов размотки кружка с обмоточной лентой – начального, среднего и конечного. Естественно, что эти регуляторы, наблюдатели и компенсаторы имеют различные коэффициенты усиления для разных радиусов размотки. Попытка использования компенсаторов, рассчитанных для одного какого либо радиуса кружка ленты – например среднего, начального либо конечного для работы системы управления во всем диапазоне изменения радиусов размотки приводит на определенных радиусах размотки либо к излишнему затягиванию времени переходных процессов, либо к повышению колебательности вплоть до потери устойчивости [3].

Цель и задачи работы. Целью статьи является синтез и исследование динамических характеристик цифровой робастной системы двухканального управления обмоточной машиной по каналам регулирования скорости вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты.

Изложение материала исследования, полученных научных результатов. Для синтеза системы робастного управления необходима математическая модель обмоточной машины, как объекта робастной системы управления по каналам регулирования натяжения обмоточной ленты и скорости вращения приводного механизма с учетом исполнительных двигателей приводного и тормозного механизмов [1]. Обмотчик состоит из приводного механизма, зарядной катушки с лентой и участка обмоточной ленты. Внешними силами являются: сила приводного механизма $F_n(t)$ и сила тормозного механизма $F_T(t)$ [2, 3].

Исполнительный двигатель приводного механизма расположен на значительном расстоянии от обмоточной машины и приводит во вращение обмотчики через общий редуктор. Для быстроходных обмоточных машин, особенно для бронеобмотчиков, на динамику движения обмоточной машины оказывает влияние наличие упругих элементов как между приводным двигателем и редуктором, так и между редуктором и приводным механизмом. При этом скорости вращения приводного двигателя $V_д$, редуктора V_p и приводного механизма V_n, особенно в переходных процессах, не совпадают. Рассмотрим трансмиссию машины как трехмассовую систему с тремя сосредоточенными массами: массой - двигателя $m_д$, массой редуктора $m_р$ и моментом инерции приводного механизма I_n, соединенных упругими валами с коэффициентами жесткости C_1 и C_2 и коэффициентами внутреннего вязкого трения

β_1 и β_2. Тогда получим следующую систему уравнений:

$$m_д \frac{dV_д}{dt} = F_n - F_{y1} - \beta_1 (V_д - V_p)\,;$$

$$\frac{dF_{y1}}{dt} = C_1 (V_д - V_p)\,;$$

$$m_p \frac{dV_p}{dt} = F_{y1} + \beta_1 (V_д - V_p) - F_{y2} - \beta_2 (V_p - V_n)\,;$$

$$\frac{dF_{y2}}{dt} = C_2 (V_p - V_n)\,;$$

$$I_n \frac{dV_n(t)}{dt} = -\beta_n^* V_n(t) - \lambda_n^2 S(t) + R_n^2 \left(F_{y2} + \beta_2 (V_p - V_n)\right).$$

Введем вектор состояния $\vec{X}(t)$ этой системы в следующем виде:

$$\vec{X}(t) = \left\{V_д(t), F_{y1}(t), V_p(t), F_{y2}(t), V_n(t), V_m(t), F_m(t) V(t), S(t)\right\}^T.$$

Тогда матрица состояния обмоточной машины как трехмассовой системы примет следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix}
-\frac{\beta_1}{m_д} & -\frac{1}{m_д} & \frac{\beta_1}{m_д} & & & & & & \\
c_1 & & -c_1 & & & & & & \\
\frac{\beta_1}{m_p} & \frac{1}{m_p} & \frac{-\beta_1-\beta_2}{m_p} & -\frac{1}{m_p} & \frac{\beta_2}{m_p} & & & & \\
 & & c_2 & & -c_2 & & & & \\
 & & \frac{\beta_2 R_n^2}{I_n} & \frac{R_n^2}{I_n} & a_{55} & & & & -\frac{\lambda_n^2}{I_n} \\
 & & & & & -k_5 & -k_6 & & \\
 & & & & & 1 & & & \\
 & & & & & & -\frac{R^2}{I} & -\frac{\beta}{I} & \frac{r^2}{I} \\
 & & & & c_s & & & -c_s &
\end{bmatrix}; \quad
B = \begin{bmatrix}
\frac{1}{m_д} & \\
 & \\
 & \\
 & \\
 & \\
 & k_4 \\
 & \\
 & \\
 &
\end{bmatrix},$$

где $a_{55} = -\left(\frac{\beta_2 R_n^2}{I_n} - \frac{\beta_n}{I_n}\right)$.

В этих уравнениях $m_д$, m_p – массы движущихся частей двигателя и редуктора; C_1, C_2 – коэффициенты жесткости валов, соединяющих двигатель с редуктором (быстроходного вала) и редуктор с приводным механизмом (тихоходный вал); β_1, β_2 – коэффициент внутреннего вязкого трения этих валов.

По сравнению с двумассовой системой, новыми компонентами вектора состояния являются: F_{y1}, F_{y2} – силы упругости передаваемые быстроходными и тихоходными валами соответственно; $V_д$, V_p – скорости движения двигателя и редуктора.

Параметры обмоточной машины изменяются с течением времени. Наиболее сильно изменяется радиус кружка ленты R и момент инерции кружка с лентой I по мере выработки ленты в процессе обмотки. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать три варианта параметров обмоточной машины, соответствующие трем радиусам размотки – начальному $r_н$, среднему $r_{ср}$ и конечному $r_к$.

Метод решения. Современные системы управления обмоточной машиной реализуются на микропроцессорной элементной базе и, следовательно, рассматриваемая система становится дискретной. При управлении обмоточной машиной с помощью ЭВМ по исходной непрерывной модели обмоточной машины получим ее дискретный аналог.

$$\vec{X}(k+1) = A_д \vec{X}(k) + B_д \vec{u}(k),$$

где $A_д = e^{AT} = T + AT + \dfrac{A^2T^2}{2!} + \ldots + \dfrac{A^nT^n}{n!}$;

$$B_д = BT + B\frac{AT^2}{2!} + \ldots + B\frac{A^{n-1}T^n}{n!};$$

T – период дискретности работы ЭВМ.

Основное назначение системы управления обмоточной машиной заключается в поддержании скорости вращения приводного механизма $\omega_n(k)$ и натяжения обмоточной ленты $S(k)$ на заданных уровнях $V_з$ и $S_з$.

Введем вектор выходных координат

$$\vec{y}(k) = C\vec{x}(k) + D\vec{u}(k),$$

компонентами которого являются

$$\vec{y}(k) = \{V(k), S(k)\}^T$$

и вектор задающих воздействий

$$\vec{y}_з(k) = \{V_з(k), S_з(k)\}^T.$$

Рассмотрим построение оптимального астатического дискретного регулятора для двухмассовой системы. Введем вектор вспомогательных переменных цифрового астатического регулятора с уравнением состояния

$$\vec{z}(k+1)=\vec{z}(k)+\vec{y}_3(k)-\vec{y}(k),$$

где $\vec{y}_3(k)$ и $\vec{y}(k)$ – векторы заданных и фактических скоростей двигателя $V_д(k)$ и натяжения $S(k)$. Рассмотрим расширенную систему, включающую исходную систему и вектор вспомогательных переменных. В блочном виде уравнение примет следующий вид:

$$\tilde{x}(k+1)=\tilde{A}\tilde{x}(k)+\tilde{B}\vec{u}(k)+\tilde{B}_3\vec{y}_3(k).$$

Компонентами вектора состояния $\tilde{x}(k)$ расширенной системы являются вектор состояния исходной системы $\vec{x}(k)$ и вспомогательный вектор $\vec{z}(k)$ так, что $\tilde{x}(k)=\left\{\vec{x}^T(k),\vec{z}^T(k)\right\}^T$. Тогда матрица состояния $\tilde{A}$, управления $\tilde{B}$ и управления $\tilde{B}_3$ по вектору задания $\vec{y}_3(k)$ расширенной системы примут следующий вид:

$$\tilde{A}=\begin{Vmatrix} A & \\ -C & I \end{Vmatrix},\quad \tilde{B}=\begin{Vmatrix} B \\ -D \end{Vmatrix},\quad \tilde{B}_3=\begin{Vmatrix} \\ I \end{Vmatrix}.$$

Решение задачи дискретной H^∞-оптимизации первоначально было получено в частотной области и связано с операциями факторизации соответствующих матриц передаточных функций. Физический смысл критерия H^∞ есть энергия выхода системы при подаче на вход сигнала с единичной энергией. Для системы с одним входом и одним выходом H^∞ норма представляет максимальное значение амплитудно-частотной характеристики системы по всему частотному диапазону.

Рассмотрим исходный дискретный объект управления, заданный матрицей передаточных функций $P(z)$, связывающей вектора внешних воздействий $\vec{w}$ и управляющих воздействий $\vec{u}$ с векторами контролируемых параметров $\vec{z}$ и измеряемых переменных $\vec{y}$ соотношением

$$\begin{bmatrix} \vec{z} \\ \vec{y} \end{bmatrix}=\begin{Vmatrix} P_{11}(z) & P_{12}(z) \\ P_{21}(z) & P_{22}(z) \end{Vmatrix}\begin{bmatrix} \vec{w} \\ \vec{u} \end{bmatrix},$$

в котором $P_{ij}(z)$ – блоки матрицы $P(z)$.

Тогда матрица передаточных функций $G_{zw}(P(z),K(z))$, связывающая вектор внешних воздействий $\vec{w}(k)$ с вектором контролируемых параметров $\vec{z}(k)$ в системе, замкнутой робастным регулятором с матрицей передаточных функций $K(z)$, может быть записана в следующем виде

$$G_{zw}(P(z),K(z)) = P_{11}(z) + P_{12}(z)\,K(z) \times (I + P_{22}(z)K(z))^{-1} P_{21(z)}\,.$$

Задача синтеза цифрового робастного регулятора формулируется как задача определения матрицы передаточной функции регулятора $K(z)$, обеспечивающая нижнюю грань максимального собственного значения матрицы замкнутой системы $G_{zw}(P(z),K(z))$ так, что

$$\|G(z)\|_{\infty} = \sup_{\theta \in [0,2\pi]} \sigma_{\max}\left(G\left(e^{j\theta}\right)\right).$$

Эта задача решается итеративно заданием уровня толерантности робастного регулятора γ и решением задачи нахождения такого регулятора $K(z)$, который обеспечивает выполнение следующего неравенства

$$\|G_{zw}(P(z),K(z))\|_{\infty} < \gamma\,.$$

В настоящее время наиболее широкое распространение получило решение задачи цифрового робастного управления во временной области. Рассмотрим решение задачи во временной области при описании системы с помощью Δ оператора [13]:

$$\delta(\Delta) \overset{\Delta}{=} \begin{cases} \dfrac{d}{dt}(\cdot)\ \text{ïðè}\ \ \Delta = 0; \\ (q-1)/\Delta\,\text{ïðè}\ \ \Delta \neq 0. \end{cases}$$

В этом случае уравнения состояния дискретной системы примут следующий вид:

$$\delta\vec{x}(\mathrm{k}) = A_{\delta}\vec{x}(k) + B_{1\delta}\vec{w}_1(k) + B_{2\delta}\vec{u}(k);$$
$$\vec{z}(k) = C_1\vec{x}(k) + D_{11}\vec{w}_1(k) + D_{12}\vec{u}(k);$$
$$\vec{y}(k) = C_2\vec{x}(k) + D_{21}\vec{w}_1(k) + D_{22}\vec{u}(k),$$

где $A_{\delta} = (A_{д} - I)/\Delta = \psi(A,\Delta)A$; $B_{1\delta} = B_{1д}/\Delta = \psi(A,\Delta)\,B_1$;

$$B_{2\delta} = B_{2д}/\Delta = \psi(A,\Delta)B_2\,;\ \ \psi(A,\Delta) = I + \frac{A\Delta}{2!} + \frac{A^2\Delta^2}{3!} + \ldots\,.$$

В этих выражениях A и $A_{д}$ – матрицы состояния исходной непрерывной и дискретной систем. Из этих выражений могут быть получены матрицы состояния A_{δ} и управления B_{δ} в уравнении состояния дискретной системы при использовании Δ оператора по матрицам состояния A и управления B исходной непрерывной системы:

$$A_{\delta} = A + \frac{A^2\Delta}{2!} + \frac{A^3\Delta^2}{3!} + \ldots + \frac{A^n\Delta^{n-1}}{n!}\,;$$

$$B_\delta = B + \frac{BA\Delta}{2!} + \frac{BA^2\Delta^2}{3!} + \ldots + \frac{BA^{n-1}\Delta^{n-1}}{n!}.$$

Из этих выражений, в частности, следует, что при $\Delta = 0$ матрицы состояния A_δ и управления B_δ дискретной системы при использовании Δ оператора равны матрицам состояния A и управления B исходной непрерывной системы.

Для нахождения цифрового робастного регулятора необходимо решить уравнение Риккати по управлению:

$$0 = \widehat{Q} + A^T X + XA + \Delta A^T XA - \left[\widehat{L} + B^T X(\Delta A + I)\right]^T \left[\widehat{R} + \Delta B^T XB\right]^{-1} \left[\widehat{L} + B^T X(\Delta A + I)\right],$$

где $\widehat{R} + \Delta B^T XB \overset{\Delta}{=} \widehat{R}_q / \Delta$; $\widehat{L} + BX(\Delta A + I) \overset{\Delta}{=} \widehat{L}_q / \Delta$; $\widehat{Q} \overset{\Delta}{=} \widehat{C}^T \widehat{J}\widehat{C} / \Delta$.

При этом замкнутая таким регулятором система

$$A - B\left(\widehat{R} + \Delta B^T XB\right)^{-1}\left(\widehat{L} + BX(\Delta A + I)\right)$$

является устойчивой.

Для нахождения цифрового робастного наблюдателя необходимо решить уравнение Риккати по наблюдению

$$0 = \widehat{Q} + AZ + ZA^T + \Delta\widehat{A}Z\widehat{A}^T - \left[\widehat{L} + \left(\Delta\widehat{A} + I\right)Z\widehat{C}^T\right] \times$$
$$\times \left[\widehat{R} + \Delta\widehat{C}Z\widehat{C}^T\right]^{-1} \left[\widehat{L} + \left(\Delta\widehat{A} + I\right)Z\widehat{C}^T\right]^T,$$

где $\widehat{R} + \Delta C Z_\infty \widehat{C}^T \overset{\Delta}{=} \Delta\widehat{R}_q$; $\widehat{L} + \left(\Delta\widehat{A} + I\right)Z_\infty\widehat{C}^T \overset{\Delta}{=} \widehat{L}_q$; $Q \overset{\Delta}{=} \widehat{B}\widehat{J}\widehat{B}^T / \Delta$.

При этом цифровой робастный наблюдатель может быть представлен в виде $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$ реализации:

$$\left[\begin{array}{c|c} \widehat{A} & \widehat{B} \\ \hline \widehat{C} & \widehat{D} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c|c} A - B_1 R_d^{-1} L_d & B_1 V_{21}^{-1} & 0 \\ \hline V_{12} R_3^{-1}\left(\widehat{L}_2 - \widehat{R}_2 R_d^{-1} L_d\right) & V_{12}\widehat{R}_3^{-1} V_{21}^{-1} & I \\ \hline C_2 - D_{21} R_d^{-1} L_d & D_{21} V_{21}^{-1} & 0 \end{array}\right],$$

где $R_d = R_1 - R_2^T R_3^{-1} R_2$; $L_d = L_1 - R_2^T R_3^{-1} L_2$; $V_{12}^T V_{12} = R_3$;

$V_{21}^T V_{21} = -\gamma^{-2}\left(R_1 - R_2^T R_3^{-1} R_2\right)$.

Естественно, что наблюдатель в замкнутом виде

$$\widehat{A} - \left[\widehat{L} + \left(\Delta\widehat{A} + I\right)Z\widehat{C}^T\right]\left(\widehat{R} + \Delta\widehat{C}Z\widehat{C}^T\right)^{-1}\widehat{C}$$

также является асимптотически устойчивой системой.

Тогда цифровой робастный регулятор и цифровой робастный наблюдатель представляет собой цифровой робастный компенсатор, входом которого является измеряемый вектор исходной системы $\vec{y}(k)$, а выходом – вектор управления исходной системы $\vec{u}(k)$. Робастный компенсатор с матрицами A_p, B_p, C_p, D_p описывается следующими уравнениями состояния:

$$\delta \vec{x}_p(k) = A_p \vec{x}_p(k) + B_p \vec{y}(k);$$
$$\vec{u}(k) = C_p \vec{x}_p(k) + D_p \vec{y}(k),$$

где $A_p = \widehat{A} - B_2 V_{12}^{-1} \widehat{C}_1 + B_2 V_{12}^{-1} \widetilde{R}_2 \widetilde{R}_3^{-1} \widehat{C}_2 - \widetilde{L}_2 \widetilde{R}_3^{-1} \widehat{C}_2$;

$B_p = -B_2 V_{12}^{-1} \widetilde{R}_2 \widetilde{R}_3^{-1} + \widetilde{L}_2 \widetilde{R}_3^{-1}$;

$C_p = -V_{12}^{-1} \widehat{C}_1 + V_{12}^{-1} \widetilde{R}_2 \widetilde{R}_3^{-1} \widehat{C}_2$;

$D_p = -V_{12}^{-1} \widetilde{R}_2 \widetilde{R}_3^{-1}$.

Результаты моделирования. В качестве примера на рис. 1-4 показаны переходные процессы скорости вращения приводного двигателя, силы упругости, скорости вращения редуктора и силы тормозного механизма по заданию на регулятор скорости вращения приводного механизма в робастной трехмассовой дискретной системе бронеобмотчика ВА2 – 2/700.

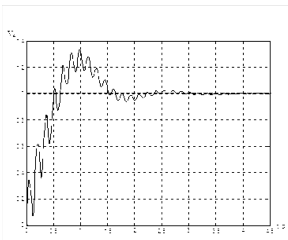

Рис. 1.

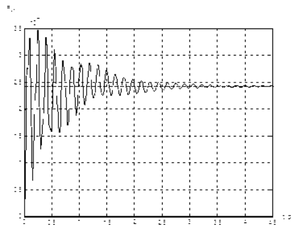

Рис. 2.

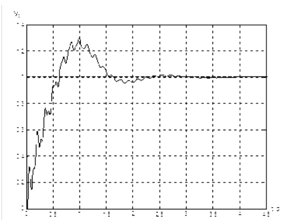

Рис. 3.

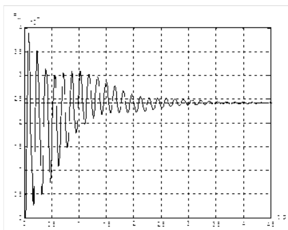

Рис. 4.

Как видно из этих рисунков, в системе имеется астатизм по каналам регулирования скорости приводного механизма и натяжения обмоточной ленты, как по задающему, так и по возмущающему воздействию. Влияние перекрестных задающих воздействий проявляется только в переходных режимах, а в установившихся режимах выходные координаты равны задающим воздействиям. Переходные процессы сильно колебательные, что обусловлено наличием упругих элементов в трансмиссии приводного механизма.

Выводы из проведенного исследования, перспективы этого направления. Синтезированы цифровые астатические законы робастного управления скоростью вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты. Приведен пример синтеза цифрового робастного управления для трехмассовой модели бронеобмотчика ВА2 – 2/700.

Список литературы. 1 *Кузнецов Б.И., Новоселов Б.В., Чаусов* А.А. Проектирование взаимосвязанных систем управления. – К.: Техника, 1994. – 232 с. **2.** *Кузнецов Б.И., Новоселов Б.В., Богаенко И.Н.* Проектирование систем со сложными кинематическими цепями. – Киев: Техника, 1996. – 282 с. **3.** *Кузнецов Б.И., Никитина Т.Б., Коломиец В.В.* Синтез электромеханических систем со сложными кинематическими цепями. – Харьков, УИПА, 2005. – 511 с. **4.** *Khargonekar P., Petersen I., Rotea M.* H^{∞} optimal control with state feedback // IEEE Trans. Automat. Contr., 1988. – AC-33. – P. 783-786. **5.** *Doyle J., Glover K., Khargonekar P.* and *Francis B.* State-space solutions to standard H^2 and H^{∞} control problems // IEEE Trans. Automat. Contr., Aug. 1989. – AC-34.– No. 8. – P. 831-847. **6.** *Doyie J.C.* Synthesis of Robust Controllers and Filters // Proc. IEEE Conf. On Decision and Control. – San Antonio, TX, December 14-16, 1983. **7.** *Safonov M.G., Chiang R.Y.* and *Flashner H.* H^{∞} Control Synthesis for a Large Space Structure // AIAAJ. Guidance, Control and Dynamics, May/June 1991. – No. 14, 3. – P. 513-520. **8.** *Stein G.* Lecture Notes, Tutorial Workshop on H^{∞} Control Theory. – Los Angeles, CA, Dec. 7-8, 1987.

Поступила в редколлегию 15.02.2009