

М.С. СОРОКИН, аспирант, ХНТУСГ им. П.Василенко

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ СО СПЕРМОЙ ЖИВОТНЫХ

Досліджено процес впливу електромагнітних імпульсів міліметрового діапазону на спермії тварин з метою підвищення їх заплідненості після криоконсервації.

Исследован процесс воздействия электромагнитных импульсов миллиметрового диапазона на спермии животных с целью повышения их оплодотворяемости после криоконсервации.

Постановка проблемы. Научные исследования последних лет показывают, что информационные электромагнитные поля миллиметрового диапазона можно применять для повышения оплодотворяемости спермиев животных после их криоконсервации [1, 2]. В основе информационного влияния ЭМП на биологические объекты животноводства лежат резонансные явления, степень проявления которых зависит от молекулярной организации объекта и условий его облучения.

При этом действие информационных ЭМП на разбавленную сперму животных приведет к исчезновению объемов, которые в неразбавленных растворах были заняты микрокристаллами воды. Отсутствие теоретических работ по определению параметров информационных ЭМП миллиметрового диапазона для воздействия на сперму животных делает проблемной постановку вопроса о повышении оплодотворяемости спермы животных после ее криоконсервации.

Проведенный анализ литературных источников, показывает, что в них отсутствует разработка методических принципов изучения влияния импульсных информационных ЭМП миллиметрового диапазона на физико-химические процессы в сперме животных, нет теоретического обоснования по определению численных значений биотропных параметров ЭМП [3-6].

Целью статьи является исследование процесса взаимодействия электромагнитных импульсов с моделью спермы животных.

Определение параметров импульсов. Для определения основных параметров радиоимпульсов миллиметрового диапазона, которые могут влиять на повышение оплодотворяемости спермы животных после ее криоконсервации, была рассмотрена математическая модель,

в которой биологический объект (сперма) моделируется изотропной и однородной средой с заданными диэлектрической проницаемостью и проводимостью.

Эта среда находится в кювете в форме кругового цилиндра конечных размеров, размещенной в планарном диэлектрическом волноводе перпендикулярно его границам (рис. 1).

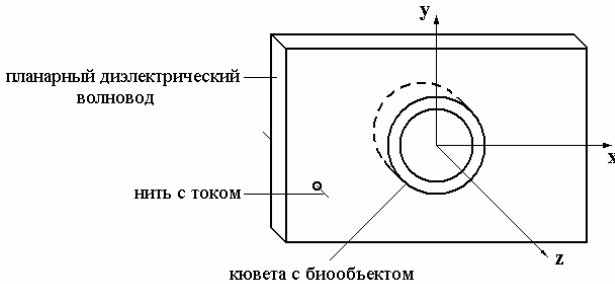


Рис. 1.

Предполагается, что толщина волновода соизмерима с высотой кюветы, а ее диаметр значительно меньше ширины волновода. Будем считать, что диэлектрический волновод возбуждается нитью тока параллельной оси кюветы, т.е. оси z .

Пусть плоскость xy (z) совпадает с серединной плоскостью волновода. А нить тока, являющаяся источником импульсных сигналов, параллельна оси z и точка ее пересечения с плоскостью xy имеет координаты x_0, y_0 . Тогда для тока можно записать следующее выражение:

$$\vec{j}(x, y, x_0, y_0, t) = \vec{e}_z \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) F(t), \quad (1)$$

где $\delta(\)$ – функция Дирака, \vec{e}_z – единичный орт вдоль оси z .

Функция $F(t)$, зависящая от времени, может быть представлена в виде:

$$F(t) = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n e^{i \frac{2\pi n}{T} t}, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь момент времени $t = 0$ соответствует началу возникновения импульса; T – период следования импульсов; коэффициенты $(F_n)_{n=-\infty}^{+\infty}$

зависят от формы импульса и его длительности τ .

Легко убедиться, что электромагнитное поле порождаемое источником типа (1) является E – поляризованным, а именно, вектор напряженности электрического поля имеет единственную компоненту E_z [7]. Электромагнитное, поле возбуждаемое источником (1), должно удовлетворять системе уравнений Максвелла:

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} \right] = \frac{\bar{\varepsilon}}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{4\pi\bar{\sigma}}{c} E_z + \frac{4\pi}{c} j_z; \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t}, \quad (5)$$

где c – скорость света в вакууме; $j_z = \delta(r - r_0) \delta(\varphi - \varphi_0) F(t)$; функция $F(t)$ задается формулой (2); диэлектрическая проницаемость $\bar{\varepsilon}$ и проводимость $\bar{\sigma}$ являются функциями переменной r и определяются по следующим формулам:

$$\bar{\varepsilon} = \begin{cases} \varepsilon_0, & r > a_1; \\ \varepsilon_1, & a_2 < r < a_1; \\ \varepsilon_2, & r > a_2, \end{cases} \quad \bar{\sigma} = \begin{cases} \sigma_0, & r > a_1; \\ \sigma_1, & a_2 < r < a_1; \\ \sigma_2, & r > a_2, \end{cases}$$

где ε_0 , ε_1 и ε_2 – относительные диэлектрические проницаемости соответственно материала волновода, материала кюветы и биологической среды; σ_0 , σ_1 и σ_2 – проводимости соответственно материала волновода, материала кюветы и биологической среды; геометрические параметры a_1 и a_2 имеют следующий смысл: a_1 – внешний, а a_2 – внутренний радиусы кюветы.

Система уравнений Максвелла (3)-(5) записана в гауссовой системе единиц (диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума равны единице) [7]. Помимо уравнений (3)-(5) искомое электромагнитное поле должно удовлетворять начальным условиям, которые при выбранной зависимости стороннего тока от времени имеют вид:

$$\vec{E} = (0, 0, E_z) \Big|_{t < 0} \equiv 0; \quad (6)$$

$$\vec{H} = (H_r, H_\varphi, 0) \Big|_{t < 0} \equiv 0. \quad (7)$$

Решение системы (3)-(5) будем искать на основе операционного

метода [8]. С этой целью перейдем к функциям $\bar{E}_z(r, \varphi, p)$, $\bar{H}_r(r, \varphi, p)$ и $\bar{H}_\varphi(r, \varphi, p)$ комплексной переменной p , являющихся преобразованием Лапласа по временной переменной t от искомым функций $E_z(r, \varphi, t)$, $H_r(r, \varphi, t)$ и $H_\varphi(r, \varphi, t)$. Учитывая начальные условия (6), (7) и выражение (1) для тока, имеем:

$$\bar{E}_z(r, \varphi, p) = \int_0^{\infty} E_z(r, \varphi, t) e^{-pt} dt; \quad (8)$$

$$\bar{H}_r(r, \varphi, p) = \int_0^{\infty} H_r(r, \varphi, t) e^{-pt} dt; \quad (9)$$

$$\bar{H}_\varphi(r, \varphi, p) = \int_0^{\infty} H_\varphi(r, \varphi, t) e^{-pt} dt; \quad (10)$$

$$\bar{F}(p) = \int_0^{\infty} F(t) e^{-pt} dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{F_n}{p - i \frac{2\pi n}{T}}. \quad (11)$$

Далее, из системы (8)-(11) получено дифференциальное уравнение для функции \bar{E}_z

$$\Delta \bar{E}_z - \frac{\bar{\epsilon} p^2}{c^2} \bar{E}_z - \frac{4\pi \bar{\sigma} p}{c^2} \bar{E}_z = \frac{4\pi}{c^2} p \delta(r - r_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \bar{F}(p). \quad (12)$$

Функция \bar{E}_z должна удовлетворять условиям сопряжения

$$\bar{E}_z \Big|_{r=a_1+0} = \bar{E}_z \Big|_{r=a_1-0}; \quad \bar{E}_z \Big|_{r=a_2+0} = \bar{E}_z \Big|_{r=a_2-0}; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial r} \Big|_{r=a_1+0} &= \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial r} \Big|_{r=a_1-0}; \\ \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial r} \Big|_{r=a_2+0} &= \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial r} \Big|_{r=a_2-0}. \end{aligned} \quad (14)$$

В дальнейшем удобно вместо функции \bar{E}_z ввести новую неизвестную функцию \tilde{E}_z , а вместо комплексной переменной p новую комплексную переменную k по следующим формулам:

$$k = i \frac{p}{c}; \quad \bar{E}_z = \frac{4\pi}{c} k \bar{F}(k) \tilde{E}_z. \quad (15)$$

Тогда в этих обозначениях уравнение (12) примет вид:

$$\Delta \tilde{E}_z + k^2 \tilde{E}_z = \delta(r - r_0) \delta(\varphi - \varphi_0), \quad (16)$$

где

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{cases} \varepsilon_0 + i \frac{4\pi}{k c} \sigma_0, & r > a_1; \\ \varepsilon_1 + i \frac{4\pi}{kc} \sigma_1, & a_2 < r < a_1; \\ \varepsilon_2 + i \frac{4\pi}{kc} \sigma_2, & r < a_2. \end{cases}$$

Опуская промежуточные преобразования, в конечном итоге, было получено выражение для функции \bar{E}_z

$$\tilde{E}_z = \begin{cases} -\frac{i}{4} H_0 \left(k_0 \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\varphi - \varphi_0)} \right) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_n H_n(k_0 r) e^{in\varphi}; & r > a_1; \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{in\varphi} (A_n I_n(k_1 r) + B_n H_n(k_1 r)); & a_2 < r < a_1; \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_n I_n(k_2 r) e^{in\varphi}; & r < a_2, \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{где} \quad R_n = \bar{c}_n \frac{\bar{a}_n d_n - \bar{b}_n c_n}{c_n b_n - a_n d_n}; \quad T_n = \frac{a_2}{a_1} \bar{c}_n \frac{\bar{a}_n b_n - \bar{b}_n a_n}{c_n b_n - a_n d_n}; \quad (18)$$

$$A_n = \frac{\pi k_1 a_2^2 c_n \bar{c}_n}{2ia_1} \cdot \frac{\bar{a}_n b_n - \bar{b}_n a_n}{c_n b_n - a_n d_n}; \quad (19)$$

$$B_n = \frac{\pi k_1 a_2^2 d_n \bar{c}_n}{2ia_1} \cdot \frac{\bar{a}_n b_n - \bar{b}_n a_n}{c_n b_n - a_n d_n}. \quad (20)$$

$$a_n = H_n(k_0 a_1) H'_n(k_1 a_1) - \sqrt{\frac{\tilde{\varepsilon}_0}{\tilde{\varepsilon}_1}} H_n(k_1 a_1) H'_n(k_0 a_1), \quad (21)$$

$$b_n = H'_n(k_0 a_1) I_n(k_1 a_1) \sqrt{\frac{\tilde{\varepsilon}_0}{\tilde{\varepsilon}_1}} - H_n(k_0 a_1) I'_n(k_1 a_1), \quad (22)$$

$$c_n = I_n(k_2 a_2) H'_n(k_1 a_2) - \sqrt{\frac{\tilde{\epsilon}_2}{\tilde{\epsilon}_1}} I'_n(k_2 a_2) H_n(k_1 a_2), \quad (23)$$

$$d_n = I'_n(k_2 a_2) I_n(k_1 a_2) \sqrt{\frac{\tilde{\epsilon}_2}{\tilde{\epsilon}_1}} - I_n(k_2 a_2) I'_n(k_1 a_2), \quad (24)$$

$$\bar{a}_n = I_n(k_0 a_1) H'_n(k_1 a_1) - \sqrt{\frac{\tilde{\epsilon}_0}{\tilde{\epsilon}_1}} I'_n(k_0 a_1) H_n(k_1 a_1), \quad (25)$$

$$\bar{b}_n = I_n(k_1 a_1) I'_n(k_0 a_1) \sqrt{\frac{\tilde{\epsilon}_0}{\tilde{\epsilon}_1}} - I_n(k_0 a_1) I'_n(k_1 a_1). \quad (26)$$

Соотношение (17) представляет собой решение исходной начально-краевой задачи взаимодействия электромагнитных импульсов с биологической средой, находящейся в кювете.

Выводы. Получено решение краевой задачи, описывающей взаимодействие электромагнитных импульсов с биологической средой

Список источников информации: 1. *Наумчева Н.Н.* Применение электромагнитных волн миллиметрового диапазона в медицине / *Н.Н. Наумчева* // ММ-волны в биологии и медицине. – 1995. – № 6. – С. 26-30. **2.** *Макаренко Б.И.* Низкоинтенсивная импульсная модуляция ЭМИ СВЧ диапазона в лечении больных цереброваскулярной патологией / *Б.И. Макаренко, В.А. Малахов* // труды 11 научно-практической конференции. – Киев. – 1977. – С. 68-70. **3.** *Девятков В.Г.* Милеметровые волны и их роль в процессе жизнедеятельности / *В.Г.Девятков, М.Б.Голонт, О.В. Бескин.* – М.: Радио и связь, 1991. – 169 с. **4.** *Эйди У.Р.* Частотные и энергетические окна при воздействии слабых электромагнитных полей на живую ткань / *У.Р. Эйди* // ТИИЭР. – 1980. – Т. 68, № 1. – С. 128-147. **5.** Применение низкоинтенсивных электромагнитных миллиметровых волн в медицине и биологии / *Н.Д.Девятков, Ю.Л.Арзуманов, О.В. Бецкий, Н.Н. Лебедев.* – М.: ИРЭ РАН, 1995. – 8 с. **6.** *S.I. Webb.* Genetic continuity and metabolic regulation as seen by the effects various microwave and black light frequencies on these phenomena / *S.I. Webb, Ann. N. Acad. Seb.* – 1975.– № 247. – P. 327-351. **7.** *Кацнелебаум Б.З.* Высокочастотная электродинамика / *Б.З. Кацнелебаум.* – М.: Наука, 1966. – 240 с. **8.** *Анго А.* Математика для электро- и радионженеров / *А. Анго.* – М.: Наука, 1965. – 778 с.

Поступила в редколлегию 01.12.2009