УДК 621.316:532.232

А.Н. МОРОЗ, канд. техн. наук, докторант, ХНТУСХ
им. П. Василенко, Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДАТЧИКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Приведено дослідження задачі про сталі коливання п’єзокерамічного циліндра з радіальним типом поляризації, рішення якої дасть можливість розрахувати оптимальні параметри п’єзокерамічного датчика, при яких його чутливість досягає максимального значення в заданій області частот.

Приводится исследование задачи об установившихся колебаниях пьезокерамического цилиндра с радиальным типом поляризации, решение которой позволит рассчитать оптимальные параметры пьезокерамического датчика, при которых его чувствительность достигает максимальных значений в заданной области частот.

Постановка проблемы. Интенсификация процесса мойки шерсти может осуществляться с помощью гидродинамических излучателей, возбуждающих акустические и ультразвуковые колебания в моющем растворе барки. Для определения оптимальных параметров оборудования для мойки шерсти необходимо провести исследование физических процессов в моющем растворе. Для этих исследований целесообразно использовать пьезоэлектрические датчики вследствие их хороших эксплуатационных характеристик, широких динамических и частотных диапазонов, малых размеров и высокой надежности [1]. Важной задачей успешного применения пьезоэлектрических датчиков является совершенствование расчетных методов анализа их характеристик на стадии проектирования, что возможно на основе создание математических моделей, которые позволят проектировать пьезоэлектрические датчики с заданными параметрами.

Анализ последних исследований и публикаций. Для расчета колебаний цилиндрического пьезокерамического преобразователя, возбуждаемых электрическим генератором, применена теория основанная на гипотезах Киргофа-Ляви. Движение цилиндрической оболочки пьезокерамического датчика с одной степенью свободы описывается дифференциальным уравнением [2]. Расчет характеристик ультразвукового пьезокерамического преобразователя также может быть осуществлен с помощью метода эквивалентной электрической цепи, учитывающей нагружение со стороны исследуемой среды [3]. Недостатком перечисленных методов является недостаточная точность расчетных характеристик. Формулировка краевой задачи расчета пьезоэлектрического датчика цилиндрической формы приведена в работе [4].

Цель статьи. Целью статьи является разработка математической модели расчета поперечных колебаний пьезокерамического цилиндра с радиальной поляризацией пьезоэлектрического датчика.

Теоретические положения. Для исследования задачи об установившихся колебаниях пьезокерамического цилиндра с радиальным типом поляризации [1] примем следующие предположения: первое – цилиндр является бесконечно длинным с нулевой осевой деформацией ($\varepsilon_{zz} \equiv 0$), второе – внешняя $r = R_1$ и внутренняя $r = R_2$ поверхности цилиндра полностью покрыты электродами с пренебрежимо малой массой, третье – все величины не зависят от пространственных переменных φ, z. В этом случае основные уравнения [4]:

$$\varepsilon_1 \Delta U + \left(\varepsilon_2 - \varepsilon_1\right)\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U}{\partial r}\right) = e_{15}\left(\Delta U_r + \frac{U_r}{r^2}\right) +$$

$$+\left(e_{31}+e_{15}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(\operatorname{div}\vec{U}\right) + e_{31}\frac{1}{r}\operatorname{div}\left(\vec{U}\right) +$$

$$+\left(e_{33}-e_{31}-2e_{15}\right)\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U_r}{\partial r}\right)\ ; \qquad (1)$$

$$c_{11}\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{U} - \frac{c_{11}-c_{12}}{r}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{U} + \left(c_{44} - \frac{c_{11}-c_{12}}{2}\right)\times$$

$$\times\left[\operatorname{grad}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rU_r\right)\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\vec{U}}{\partial r}\right) + \vec{e}_r\left(\Delta U_r + \frac{\partial}{\partial r}\left(\operatorname{div}\vec{U}\right) +\right.\right.$$

$$\left.\left.+2\frac{U_r}{r}\right) - \vec{e}_\varphi\frac{U_\varphi}{r^2}\right] + \vec{e}_r\left(c_{11}+c_{33}-4c_{44}-2c_{13}\right)\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U_r}{\partial r}\right) -$$

$$-\left(c_{12}-c_{13}\right)\left[\operatorname{grad}\left(\frac{\partial U_r}{\partial r}\right) + \vec{e}_r\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\operatorname{div}\vec{U}\right)\right] =$$

$$= -\rho\omega^2\vec{U} - \vec{e}_r e_{15}\Delta U - \left(e_{31}+e_{15}\right)\operatorname{grad}\left(\frac{\partial U}{\partial r}\right) - \frac{e_{15}}{r}\operatorname{grad}U -$$

$$-\vec{e}_r(e_{33}-e_{31}-2e_{15})\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial U}{\partial r}\right) \qquad (2)$$

значительно упрощаются и допускают решение в явной форме в терминах специальных функций. Для рассматриваемых типов колебаний вектор перемещений имеет единственную отличную от нуля компоненту U_r. Кроме того, электрический потенциал U зависит только от радиальной переменной и, следовательно, вектор напряженности электрического поля имеет единственную компоненту E_r.

Учитывая указанные предположения уравнения (1) и (2) примут вид

$$c_{33}\frac{d^2U_r}{dr^2}+\frac{c_{33}}{r}\cdot\frac{dU_r}{dr}+U_r\left(\omega^2\rho-\frac{c_{11}}{r}\right)+e_{33}\frac{d^2U}{dr^2}+$$
$$+\frac{(e_{33}-e_{31})}{r}\cdot\frac{dU}{dr}=0; \qquad (3)$$

$$c_{33}\frac{d^2U_r}{dr^2}+\frac{c_{33}+c_{31}}{r}\cdot\frac{dU_r}{dr}-\varepsilon_2\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\frac{dU}{dr}\right)=0. \qquad (4)$$

В уравнениях (3), (4) учтено, что все величины зависят от времени по закону $\exp(-i\omega t)$. Легко видеть, что эти уравнения представляют собой систему связанных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

Сформулируем соответствующие граничные условия механического и электрического типов.

Электрический потенциал U на внешней $r = R_1$ и внутренней $r = R_2$ поверхностях пьезокерамического цилиндра должен удовлетворять условиям:

$$U\big|_{r=R_1}=V_0; \qquad U\big|_{r=R_2}=-V_0, \qquad (5)$$

где $2V_0$ – разность потенциалов, возникающая на электродах в силу пьезоэлектрического эффекта.

Механические граничные условия следуют из общего выражения для вектора напряжений [4]

$$P\big|_{r=R_1}=\left.\left(c_{12}\,\mathrm{div}\vec{U}+(c_{33}-c_{13})\frac{\partial U_r}{\partial r}+(2e_{31}+e_{33})\frac{\partial U}{\partial r}\right)\right|_{r=R_1}. \qquad (6)$$

На внешней стороне $r = R_1$ пьезокерамического цилиндра давление со стороны жидкости должно равняться нормальному напряжению σ_{rr}, а внутреннюю сторону $r = R_2$ цилиндра по предположению будем считать свободной от механических напряжений. Тогда для механических граничных условий имеем

$$\sigma_{rr}\Big|_{r=R_1}=\left(c_{33}\frac{dU_r}{dr}+c_{13}\frac{U_r}{r}+e_{33}\frac{dU}{dr}\right)\Bigg|_{r=R_1}=P\,; \qquad (7)$$

$$\sigma_{rr}\Big|_{r=R_2}=\left(c_{33}\frac{dU_r}{dr}+c_{13}\frac{U_r}{r}+e_{33}\frac{dU}{dr}\right)\Bigg|_{r=R_2}=0 \qquad (8)$$

В (8) учтено, что касательные напряжения $\sigma_{r\varphi}$ и σ_{rz} для рассматриваемых типов колебаний тождественно равны нулю.

Таким образом, задача о радиальных колебаниях пьезокерамического цилиндра состоит в нахождении решений U_r, U уравнений (3), (4), удовлетворяющих граничным условиям (5, 7, 8).

Для решения уравнений (3), (4) выразим из уравнения (4) производную от электростатического потенциала $\frac{dU}{dr}$ через компоненту U_r вектора перемещений. Для этого достаточно проинтегрировать по переменной r уравнение (4), тогда получим

$$\varepsilon_2\frac{dU}{dr}=e_{33}\frac{dU_r}{dr}+e_{31}\frac{U_r}{r}+\frac{c}{r}, \qquad (9)$$

где c – произвольная постоянная величина.

Теперь подставим (9) в уравнение (3). После ряда преобразований получим уравнение для определения компоненты U_r вектора перемещения

$$\left(c_{33}+\frac{e_{33}^2}{\varepsilon_2}\right)\frac{d^2U}{dr^2}+\left(c_{33}+\frac{e_{33}^2}{\varepsilon_2}\right)\frac{1}{r}\frac{dU_r}{dr}+U_r\left(\omega^2\rho-\frac{c_{11}\varepsilon_2+e_{31}^2}{\varepsilon_2 r^2}\right)=-\frac{ce_{31}}{\varepsilon_2 r^2}\,, \qquad (10)$$

где ε_2 – диэлектрическая проницаемость пьезокерамики; c_{11}, c_{33} – упругие постоянные; e_{31}, e_{33} – пьезоэлектрические постоянные.

Введем обозначения

$$k^2=\frac{\omega^2\rho\varepsilon_2}{c_{33}\varepsilon_2+e_{33}^2};\quad \mu^2=\frac{c_{11}\varepsilon_2+e_{31}^2}{c_{33}\varepsilon_2+e_{33}^2};\quad D=-\frac{ce_{31}}{\varepsilon_2 c_{33}+e_{33}^2}. \qquad (11)$$

Тогда уравнение (10) можно представить в виде

$$\frac{d^2U_r}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dU_r}{dr}+U_r\left(k^2-\frac{\mu^2}{r^2}\right)=\frac{D}{r^2} \qquad (12)$$

Уравнение (12) является неоднородным уравнением Бесселя. Можно непосредственными вычислениями показать, что введенный параметр μ (см. формулу (11)) является не целым числом для реально используемых на практике пьезокерамик. Поэтому, на основании теории уравнения Бесселя [5], общее решение однородного уравнения соответствующего (12) (при $D=0$) имеет вид

$$U_r(r)=AJ_\mu(kr)+BJ_{-\mu}(kr), \tag{13}$$

где A, B – произвольные постоянные величины; $J_\mu(\ )$, $J_{-\mu}(\ )$ – функции Бесселя соответственно с индексом μ и $-\mu$.

Как известно [5], для функции Бесселя имеет место представление в виде ряда по степеням аргумента, а именно

$$J_\mu(kr)=\left(\frac{kr}{2}\right)^\mu \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{(kr)^{2n}}{2^{2n}\Gamma(\mu+n+1)}, \tag{14}$$

где $\Gamma(\cdots)$ – Гамма-функция.

Далее будем предполагать, что толщина $R_1 - R_2$ пьезокерамического цилиндра мала, а именно $k(R_1-R_2)<<1$. Это позволяет, при дальнейших вычислениях в (14) ограничиться главным членом, т.е.

$$J_\mu(kr)\cong\frac{(kr)^\mu}{2^\mu\Gamma(\mu+1)}. \tag{15}$$

Построим теперь общее решение неоднородного уравнения (12). Как известно [6], общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка является суммой частного решения и общего решения однородного уравнения (D = 0). В этой связи найдем частное решение уравнения (12). Это можно осуществить методом вариации постоянных [7]. Применяя этот метод, представим частное решение в виде

$$U_r^0(r)=J_\mu(kr)\int_{R_2}^{r}\frac{W_1(x)}{W(x)}dx+J_{-\mu}(kr)\int_{R_2}^{r}\frac{W_2(x)}{W(x)}dx, \tag{16}$$

где $W(x)$ – определитель Вронского для линейно независимых решений однородного уравнения (12), и функции $W_1(x)$, $W_2(x)$ задаются следующими формулами [10]:

$$W(x)=J_\mu(x)J'_{-\mu}(x)-J'_\mu(x)J_{-\mu}(x)=-\frac{2}{\pi x}\sin(\mu\pi)\ ;$$

$$W_1(x)=\frac{D}{x^2}J_{-\mu}(x); \qquad W_2(x)=\frac{D}{x^2}J_{\mu}(x). \tag{17}$$

Подставляя (17) в (16) получим

$$U_r^0(r)=\frac{\pi D}{2\sin(\mu\pi)}\left[-J_\mu(kr)\int_{R_2}^{r}J_{-\mu}(kx)x^{-1}dx+J_{-\mu}(kr)\int_{r}^{R_2}J_\mu(kx)x^{-1}dx\right]. \tag{18}$$

Воспользуемся теперь приближенным выражением (15) для функции Бесселя. Тогда из (18) имеем

$$U_r^0(r)=\frac{D\Gamma(\mu)}{2\Gamma(\mu+1)}\left[\left(\frac{R_2}{r}\right)^{\mu}+\left(\frac{r}{R_2}\right)^{\mu}-2\right]. \tag{19}$$

Учитывая (19) и (13) окончательно получаем для общего решения неоднородного уравнения следующее выражение

$$U_r(r)=AJ_\mu(kr)+BJ_{-\mu}(kr)+\frac{D\Gamma(\mu)}{2\Gamma(\mu+1)}\left[\left(\frac{R_2}{r}\right)^{\mu}+\left(\frac{r}{R_2}\right)^{\mu}-2\right]. \tag{20}$$

Используя (20) из уравнения (9) найдем производную электростатического потенциала $U(r)$

$$\varepsilon_2\frac{dU}{dr}=A\left(ke_{33}J_\mu'(kr)+\frac{e_{31}}{r}J_\mu(kr)\right)+B\left(ke_{33}J_{-\mu}'(kr)+\frac{e_{31}}{r}J_{-\mu}(kr)\right)+$$

$$+\frac{D\Gamma(\mu)}{2\Gamma(1+\mu)r}\left[\left(\frac{r}{R_2}\right)^{\mu}(e_{33}\mu+e_{31})+\left(\frac{R_2}{r}\right)^{\mu}(e_{31}-\mu e_{33})-2e_{31}\right]+\frac{c}{r}. \tag{21}$$

Интегрируя (21) по переменной r и учитывая граничное условие (6) получим

$$U(r)=\frac{A}{\varepsilon_2}\int_{R_2}^{r}\left(ke_{33}J_\mu'(kr)+\frac{e_{31}}{r}J_\mu(kr)\right)dr+\frac{B}{\varepsilon_2}\int_{R_2}^{r}\Big(ke_{33}J_{-\mu}'(kr)+$$

$$+\frac{e_{31}}{r}J_{-\mu}(kr)\Big)dr+\frac{D\Gamma(\mu)}{2\Gamma(1+\mu)\varepsilon_2}\left[\frac{1}{\mu}(e_{33}\mu+e_{31})\left(\frac{r}{R_2}\right)^{\mu}-\frac{1}{\mu}(e_{31}-\mu e_{31})\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{R_2}{r}\right)^{\mu}-2e_{33}-2e_{31}\ln\frac{r}{R_2}\right]+\frac{c}{\varepsilon_2}\ln\frac{r}{R_2}-V_0. \tag{22}$$

Итак, формулы (20) и (22) дают общее решение системы уравнений (3), (4). Следующий шаг в решении исходной задачи состоит в удовлетворении граничных условий (5), (7), (8).

Прежде всего, рассмотрим механические граничные условия (7), (8). Поставим формулу (9) для представления производной электростатического потенциала $\frac{dU}{dr}$ через компоненту U_r вектора перемещения в механические граничные условия. Тогда (7), (8) можно записать в следующем виде

$$\left(c_{33}+\frac{e_{33}^2}{\varepsilon_2}\right)\frac{dU_r}{dr}+\frac{U_r}{r}\left(c_{13}+\frac{e_{33}+e_{31}}{\varepsilon_2}\right)+\frac{e_{33}c}{\varepsilon_2 r}=\begin{cases}P,\ r=R_1\\ 0,\ r=R_2\end{cases}. \quad (23)$$

Подставив выражение (20) для компоненты U_r в (23), получим

$$A\left(k a_1 J'_\mu(kR_1)+\frac{a_2}{R_1}J_\mu(kR_1)\right)+B\left(ka_1 J'_{-\mu}(kR_1)+\frac{a_2}{R_1}J_{-\mu}(kR_1)\right)+$$

$$+\frac{c}{R_1}\left[\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^\mu(a_1\mu+a_2)\overline{D}+\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^\mu(a_2-a_1\mu)\overline{D}-2\overline{D}a_2+\frac{e_{33}}{\varepsilon_2}\right]=P, \quad (24)$$

$$A\left(ka_1 J'_\mu(kR_2)+\frac{a_2}{R_2}J_\mu(kR_1)\right)+B\left(ka_1 J'_{-\mu}(kR_2)+\frac{a_2}{R_2}J_{-\mu}(kR_2)\right)+c\frac{e_{33}}{\varepsilon_2 R_2}=0. \quad (25)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$a_1=c_{33}+\frac{e_{33}^2}{\varepsilon_2};\quad a_2=c_{13}+\frac{e_{33}+e_{31}}{\varepsilon_2};\quad \overline{D}=-\frac{e_{31}}{2\mu\left(\varepsilon_2 c_{33}+e_{33}^2\right)} \quad (26)$$

Формулы (24), (25) образуют линейную систему уравнений относительно неизвестных величин *A*, *B* и *C*. Выразим с помощью этих уравнений A и B через C, для чего разделим каждое из уравнений на C, тогда получим

$$\overline{A}a_{11}+\overline{B}a_{12}=b_1;\qquad \overline{A}a_{21}+\overline{B}a_{22}=b_2, \quad (27)$$

где $\overline{A}=A/C$; $\overline{B}=B/C$; $\quad a_{11}=kR_1a_1J'_\mu(kR_1)+a_2J_\mu(kR_1)$;

$$a_{12}=kR_1a_1J'_{-\mu}(kR_1)+a_2J_{-\mu}(kR_1);$$

$$a_{21}=kR_2a_1J'_\mu(kR_2)+a_2J_\mu(kR_2),\quad a_{22}=kR_2a_1J'_{-\mu}(kR_2)+a_2J_{-\mu}(kR_2); \quad (28)$$

$$b_1=C^{-1}P+b;\quad b_2=-e_{33}/\varepsilon_2;$$

$$b=-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^\mu(a_1\mu+a_2)\overline{D}-\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^\mu(a_2-\mu a_1)\overline{D}+2\overline{D}a_2-\frac{e_{33}}{\varepsilon_2}.$$

Из (27) получаем

$$A=\left(a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}\right)^{-1}\left[Pa_{22}+C\left(ba_{22}-b_2a_{12}\right)\right], \tag{29}$$

$$B=\left(a_{11}\,a_{22}-a_{21}a_{12}\right)^{-1}\left[-Pa_{21}+C\left(b_2a_{11}-ba_{21}\right)\right].$$

Для определения величин *A*, *B* и *C* достаточно воспользоваться электрическими граничными условиями для электростатического потенциала *U*, а именно (5). После ряда преобразований эти граничные условия можно представить в виде

$$2V_0=Ad_1+Bd_2+Cd_3 \tag{30}$$

Здесь

$$d_1=\left(\frac{R_1}{R_2}-1\right)\left(e_{31}J_\mu\left(kR_2\right)+kR_2\,e_{33}J_\mu^{'}\left(kR_2\right)\right)\varepsilon_2^{-1};$$

$$d_2=\left(\frac{R_1}{R_2}-1\right)\left(e_{31}J_{-\mu}\left(kR_2\right)+kR_2\,e_{33}J_{-\mu}^{'}\left(kR_2\right)\right)\varepsilon_2^{-1};$$

$$d_3=\varepsilon_2^{-1}\overline{D}\left[\frac{e_{31}}{\mu}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{\mu}+\left(e_{33}-\frac{e_{31}}{\mu}\right)\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\mu}-e_{33}\right]+$$

$$+\varepsilon_2^{-1}e_{31}\ln\frac{R_1}{R_2}\left(1-2\overline{D}\right).$$

Подставляя (29) в (30) находим величину C

$$C=\frac{2V_0\left(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\right)+P\left(d_2a_{21}-d_1a_{22}\right)}{d_1\left(a_{22}b-a_{12}b_2\right)+d_2\left(a_{11}b_2-a_{21}b\right)+d_3}. \tag{31}$$

Используя (31) легко найти величины A и B с помощью (29)

$$A=Pa_{22}\left(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\right)^{-1}+$$

$$+\frac{\left(ba_{22}-a_{12}b_2\right)\left[2V_0+P\left(d_2a_{21}-d_1a_{22}\right)\left(a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}\right)^{-1}\right]}{d_1\left(a_{22}b-a_{12}b_2\right)+d_2\left(a_{11}b_2-a_{21}b\right)+d_3};$$

$$B=-Pa_{21}\left(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\right)^{-1}+ \tag{32}$$

$$+\frac{(b_2a_{11}-a_{21}b)\left[2V_0+P(d_2a_{21}-d_1a_{22})(a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12})^{-1}\right]}{d_1(a_{22}b-a_{12}b_2)+d_2(a_{11}b_2-a_{21}b)+d_3}.$$

Подставляя (31) и (32) в (20) и (22) можно вычислить компоненту U_r вектора перемещений и электростатический потенциал U, которые имеют вид

$$U_r(r)=AJ_\mu(kr)+BJ_{-\mu}(kr)+\frac{C\overline{D}}{2\mu}\left[\left(\frac{R_2}{r}\right)^\mu+\left(\frac{r}{R_2}\right)^\mu-2\right];$$

$$U(r)=A\varepsilon_2^{-1}\left[e_{33}\left(J_\mu(kr)-J_\mu(kR_2)\right)+e_{31}J_\mu(kR_2)\left(\frac{r}{R_2}-1\right)\right]+$$

$$+B\varepsilon_2^{-1}\left[e_{33}\left(J_{-\mu}(kr)-J_{-\mu}(kR_2)\right)+e_{31}J_{-\mu}(kR_2)\left(\frac{r}{R_2}-1\right)\right]+$$

$$+\frac{C\overline{D}}{2\mu\varepsilon_2}\left[\left(e_{33}+e_{31}\mu^{-1}\right)\left(\frac{r}{R_2}\right)^\mu-\left(e_{31}\mu^{-1}-e_{33}\right)\left(\frac{R_2}{r}\right)^\mu-2e_{33}-2e_{31}\ln\frac{r}{R_2}\right]+$$

$$+C\varepsilon_2^{-1}\ln\frac{r}{R_2}-V_0 \qquad (33)$$

Выводы. Таким образом, получено решение исходной задачи о электромеханических колебаниях пьезоэлектрического цилиндра, позволяющее рассчитать оптимальные параметры пьезокерамического датчика, при которых его чувствительность достигает максимальных значений в заданной области частот.

Список литературы: **1.** *Шарапов В.М.* Пьезоэлектрические датчики / Шарапов В.М., Мусиенко М.П., Шарапова Е.В. – М.: Техносфера, 2006. – 632 с. **2.** *Дрозденко А.И.* Излучение акустических волн одиночным цилиндрическим преобразователем с внутренней полостью, заполненной средой. [Електронний ресурс] (Результати акустичного симпозіуму "КОНСОНАНС-2007", Київ, ІГМ НАН України, 25-27 вересня 2007. – С. 80–85. – Режим доступу: *http://www.hydromech.kiev.ua/rus/WWW-CONS/2007/cons2007-080-085.pdf*. **3.** Ультразвуковые пьезокерамические преобразователи с магнитоакустическим слоем [Електронний ресурс] / М.М. Карпук, Д.А. Костюк, Ю.А. Кузавко, В.Г. Шавров // Письма в ЖТФ. – 2004. – Т. 30. – Вып.23. – С.70-76. – Режим доступу: http://www.ioffe.ru/journals/pjtf/2004/23/p70-76.pdf **4.** *Мороз А.Н.* Постановка краевой задачи расчета пьезоэлектрического датчика цилиндрической формы для измерения акустических параметров звукового поля в жидкости // Вестник Национального технического университета "ХПИ". Сб. науч. трудов. Тематический вып.: Проблемы совершенствования электрических машин и аппаратов. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2009. – №44. – С. 95-102. **5.** *Бейтман Г., Эрдейн А*. Высшие трансцендентные функции. Т.2. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. – М.: Наука, 1966. – 295 с. **6.** *Понтрягин Л.С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1974. – 285 с. **7**. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1981. – 718 с.

Мороз Олександр Миколайович, доцент, кандидат технічних наук. Закінчив Харківський інститут механізації і електрифікації сільського господарства в 1984 р. за фахом інженер-електрик. Навчався в аспірантурі Московського гідромеліоративного інституту в 1987-1990 р.р., там же захистив дисертацію кандидата технічних наук в 1991 р. Директор навчально-наукового інституту Енергетики і комп’ютерних технологій Харківського національного технічного університету сільського господарства з 2009 р.
Наукові інтереси пов’язані з процесами первинної обробки вовни з використанням акустичних коливань та електромагнітних хвиль надвисокої частоти.

Поступила в редколлегию 09.02.2010