

*А.В. ГЕТЬМАН*, канд. техн. наук, зав. отделом, НТЦ МТО НАН України, Харьков

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОНАЛЬНЫХ ГАРМОНИК МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПО СИГНАТУРЕ ВРАЩЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА**

Розглянуті теоретичні аспекти практичного визначення просторових гармонік магнітного поля за допомогою математичної обробки сигнатур обертання технічного об'єкта. Запропонована процедура визначення зональних гармонік на основі інтегральної обробки значень магнітного потоку, отриманих при повертанні технічного об'єкта всередині контурної вимірювальної системи.

Рассмотрены теоретические аспекты практического определения пространственных гармоник магнитного поля с помощью математической обработки сигнатур вращения технического объекта. Предложена процедура определения зональных гармоник на основе интегральной обработки значений магнитного потока, полученных при повороте технического объекта внутри контурной измерительной системы.

**Введение.** Одной из тенденций, повышающей точность измерения магнитных характеристик, в частности, магнитных моментов технических объектов (ТО), является использование специализированных магнитоизмерительных стендов. Последние представляют собой комплекс измерительных систем и вспомогательного оборудования, обеспечивающий проведение достоверных измерений магнитных характеристик ТО в рабочей зоне стенда. Ограниченный объем рабочей зоны испытаний современных магнитоизмерительных стендов делает актуальной задачу рационального использования всего рабочего объема соответствующими измерительными системами. Другими словами, рабочая область измерительной системы должна в идеале совпадать с рабочей зоной магнитоизмерительного стенда. С другой стороны, измерительная система должна позволять проводить выделение вкладов каждой пространственной гармоники в суммарное магнитное поле технического объекта. При это важно соответствие современным требованиям по точности (качеству) измерений магнитных характеристик. Наиболее широкие качественные возможности свойственны системам на основе проходных характеристик магнитного потока – магнитных сигнатур [1, 2]. Однако, рабочая область таких измерительных систем

оказывается излишне вытянутой вдоль пути перемещения ТО внутри системы, что делает нерациональным их использование в качестве основной измерительной системы для большинства современных магнитоизмерительных стендов, рабочие зоны которых имеют близкие по значению габаритные размеры.

Поэтому, представляет практический интерес разработка новых измерительных систем на основе магнитных сигнатур, рабочая область которых близка по габаритным размерам к рабочей зоне стенда, а измерительные возможности эквивалентны системам на основе проходных характеристик.

Целью данной работы является теоретическое обоснование определения величин пространственных гармоник магнитного поля с помощью математической обработки магнитных сигнатур вращения технического объекта.

**Постановка задачи.** Рассмотрим пример использования измерительной системы магнитных сигнатур вращения ТО для простейшей геометрии исполнения первичного измерительного преобразователя (ПИП) – кругового контура. Такая система позволяет фиксировать величину магнитного потока, сцепленного с измерительным контуром, при вращении в его центре ТО, как функциональную зависимость от угла поворота. Выберем неподвижную систему отчета ( $X Y Z$ ), связанную с измерительным контуром, лежащим в плоскости  $XOY$ . Тогда вращающаяся система отчета ( $X_2 Y_2 Z_2$ ), связанная с поворачиваемым на специальном устройстве ТО с углом поворота  $\gamma$  между осями аппликата двух систем, будет иметь общую ось ординат с неподвижной системой (рис. 1). Используем связанную с ТО систему отчета для описания его внешнего магнитного поля в точке, задаваемой тройкой сферических координат ( $r_2, \theta_2, \varphi_2$ ), с помощью модели пространственных гармоник скалярного потенциала  $U$ . Согласно [3] внешнее магнитное поле ТО в воздухе ( $\mu=1$ ) может быть представлено в виде бесконечного ряда сферических гармоник, взятых с амплитудными коэффициентами  $g_n^m$  и  $h_n^m$ :

$$\vec{B} = -\mu_0 \nabla U = -\mu_0 \nabla \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) \{ g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi \} \right). \quad (1)$$

Для перехода от сферических координат системы ( $X_2 Y_2 Z_2$ ) к координатам неподвижной системы используем свойство сферических углов [4]:

$$\cos \theta_2 = \cos \theta \cos \gamma + \sin \gamma \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_2). \quad (2)$$

Сделаем дополнительное упрощение задачи, предположив, что внешнее магнитное поле ТО может быть описано суперпозицией только его зональных ( $m=0$ ) сферических гармоник. Тогда на основании теоремы сложения [5]:

$$P_n(\cos \theta_2) = P_n(\cos \theta)P_n(\cos \gamma) + \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta)P_n^m(\cos \gamma) \cos m(\varphi - \varphi_2), \quad (3)$$

а радиальная компонента магнитной индукции допускает представление:

$$B_r = \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)g_n^0}{r^{n+2}} \left( P_n(\cos \theta)P_n(\cos \gamma) + \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta)P_n^m(\cos \gamma) \cos m(\varphi - \varphi_2) \right). \quad (4)$$

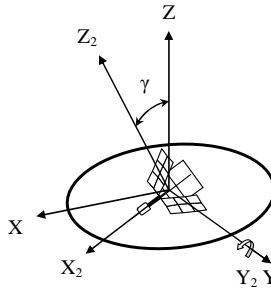


Рис. 1. Вращающаяся вместе с ТО и неподвижная системы координат.

**Аналитическое представление сигнатуры зональных гармоник МП.** При вращении ТО внутри измерительного контура магнитный поток  $\Phi(\gamma)$ , сцепленный с круговым контуром радиуса  $R$ , может быть представлен по определению [3] как:

$$\Phi(\gamma) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}, \quad (5)$$

где  $S$  – натянутая на измерительный контур поверхность.

Выбрав в качестве поверхности в (5) полусферу, с использованием выражения (4) для радиальной проекции магнитной индукции, формула для магнитного потока примет вид:

$$\Phi(\gamma) = \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n^0}{R^n} \frac{2\pi}{n} P_n(\cos \gamma) \sin \theta P_n^1(\cos \theta) \Big|_0^{\pi/2}. \quad (6)$$

После подстановок и преобразований магнитная сигнатура вращения источника зональных гармоник может быть представлена выражением:

$$\Phi(\gamma) = \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n^0}{R^n} \frac{2\pi}{n} P_n(\cos \gamma) \frac{n!!}{\left(\frac{n-1}{2}\right)!! 2^{(n-1)/2}}. \quad (7)$$

Аналогичный результат может быть получен на основании представления магнитного потока через циркуляцию векторного потенциала по измерительному контуру  $L$  согласно выражению:

$$\Phi(\gamma) = \oint_L \vec{A} d\vec{l}. \quad (8)$$

Для чего воспользуемся представлением векторного потенциала сферических гармоник из [6]

$$\vec{A} = -\mu_0 \nabla \times \left( \frac{\vec{r}}{r} \int U dr \right). \quad (9)$$

Замечая, что при таком выборе положения измерительного контура в неподвижной системе отчета, скалярное произведение в (8) определяется только одной проекцией векторного потенциала:

$$A_\varphi = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{n} \frac{1}{r^{n+1}} \frac{\partial P_n^m(\cos \theta)}{\partial \theta} \left\{ \begin{array}{l} g_n^m \cos m\varphi \\ h_n^m \sin m\varphi \end{array} \right\}, \quad (10)$$

подстановкой в (8) получаем выражение для магнитной сигнатуры вращения

$$\Phi(\gamma) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n^0}{R^n} \frac{\sin \theta}{n} \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{2\pi} \left( \frac{P_n(\cos \theta) P_n(\cos \gamma) + \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \gamma) \cos m\varphi \right) d\varphi, \quad (11)$$

которое после подстановки  $\theta = \pi/2$  и упрощения полностью совпадает с полученным выше выражением (7).

Из анализа выражения (7) следует, что при всех равных прочих условиях (равных амплитудных коэффициентах  $g_n = 1$  и при  $R=1$ ) вклад гармоник старших степеней в суммарный магнитный поток уменьшается с ростом степени  $n$  гармоники. Относительный вклад в суммарный магнитный поток гармоник со степенями  $n=1$ ,  $n=3$  и  $n=5$  иллюстрирует рис. 2. Эта особенность может быть использована для практического определения максимальной степени у измеряемых гармоник.

Для этого достаточно провести экспериментальную оценку относительной погрешности измерения системой магнитной сигнатуры

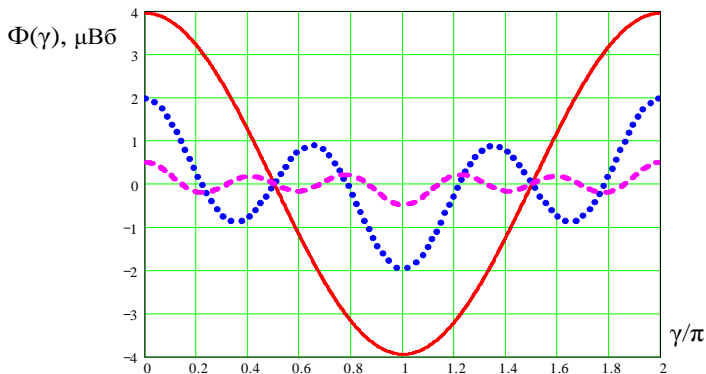


Рис. 2.

эталонного источника (рабочей меры магнитного момента). По ее оценке проводят расчет абсолютной погрешности измерения магнитной сигнатуры вращения ТО. Сравнивая величины абсолютной погрешности измерений магнитной сигнатуры и относительного вклада в нее измеряемых гармоник делается вывод о достоверности измерения их амплитудных коэффициентов. Наибольшая степень пространственной гармоники, погрешность измерения которой еще удовлетворяет оговоренной заранее величине погрешности, будет ограничивать количество измеряемых гармоник.

**Определение величин зональных гармоник МП.** Полученное нами выражение (7) для магнитной сигнатуры вращения позволяет синтезировать методику практического определения величин амплитудных коэффициентов зональных гармоник магнитного поля ТО. Согласно которой первичные данные о магнитном поле ТО получают с помощью двухканальной измерительной системы, использующей в качестве ПИП достаточно тонкую круговую обмотку из  $w$  витков. При повороте ТО в центре измерительной обмотки системы производятся одновременные совместные измерения угла поворота и магнитного потока. Частота измерений (количество получаемых данных) должна обеспечивать заданную погрешность восстановления непрерывной функции  $f(\gamma)$  – зависимости магнитного потока от угла поворота на одном периоде вращения.

Процедура обработки данных измерений угловой зависимости магнитного потока предполагает следующее:

- для каждой конкретной измерительной системы (особенностей использования приборной базы) перед интегральной обработкой магнитной сигнатуры производятся преобразования зафиксированных данных, уменьшающие влияние помех и снижающие погрешность измерений;
- производят преобразование измеренных дискретных данных из двух вектор-столбцов (значений угла и значений магнитного потока) в непрерывную функцию  $f(\gamma)$  (например, как это предложено в [7] – на основе сплайновой интерполяции, встроенной в математический программный пакет MathCAD);
- производят расчет значений амплитудных коэффициентов зональных гармоник скалярного потенциала магнитного поля на основе выражения:

$$g_n = \frac{nR^n}{4\pi w\mu_0} \frac{(2n+1) \cdot 2^{(n-1)/2} \left(\frac{n-1}{2}\right)!!}{n!!} \int_{-1}^1 f(\gamma) P_n(\cos \gamma) d(\cos \gamma). \quad (12)$$

Таким образом, процедура позволяет практически определять вклад зональной гармоники нечетной степени  $n$  в суммарное внешнее магнитное поле ТО. Отсутствие в (7) вкладов зональных гармоник с четными степенями, а также очевидное отсутствие вкладов от всех тессеральных гармоник с четными степенями является очевидным, ввиду центральной симметрии пространственного распределения их магнитного поля. Другими словами применение в качестве ПИП кругового контура, как ПИП с характерной центральной симметрией, равносильно использованию при измерениях магнитного потока аппаратного фильтра пространственных гармоник с центрально симметричным распределением магнитного поля.

**Выводы.** На основе проведенного анализа теоретически обоснована практическая возможность определения величин зональных гармоник магнитного поля с помощью измерительных систем сигнатур вращения ТО, при использовании в качестве ПИП круговой обмотки.

Показано, что измеренные такой системой магнитные сигнатуры не содержат вкладов от пространственных гармоник четных степеней.

Предложена процедура обработки данных измерений угловой зависимости магнитного потока, позволяющая проводить расчет амплитудных коэффициентов зональных гармоник.

Аналитически обосновано уменьшение относительного вклада в измеряемую магнитную сигнатуру от гармоник старших степеней. На основе чего предложен практический способ определения максималь-

ной степени измеряемых гармоник магнитного поля ТО.

**Список литературы:** 1. Волохов С.А., Ивлева Л.Ф. Методическая погрешность измерений магнитного момента // Технічна електродинаміка. – 1996. – № 4. – С. 72-74. 2. Гетьман А.В. Определение пространственных гармоник магнитного поля вблизи поверхности технического объекта // Электричество. – 2005. – №1. – С. 55-60. 3. Шимони К. Теоретическая электротехника. – М.: Мир, 1964. – 774 с. 4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с. 5. Гобсон Е. В. Теория сферических и эллипсоидальных функций. Пер. с англ. – М.: Наука, 1952. – 476 с. 6. Гетьман А.В. Векторный потенциал пространственной гармоник магнитного поля // Электричество. – 2004. – №3. – С. 59-62. 7. Гетьман А.В., Волосюк А.В. Пространственный гармонический анализ магнитного поля технического объекта и функции численных расчетов MathCAD // Вестник Национального технического ун-та "ХПИ": Сб. науч. тр. – Вып. 43. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2005. – С. 70-73.

*Поступила в редколлегию 15.07.2010*