

Н.А. ЛЕЛЮК, аспирант, НТУ "ХПИ", Харьков

В.С. ЛУПИКОВ, д-р техн. наук, проф., НТУ "ХПИ", Харьков

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОТБРОСА ПОДВИЖНОГО КОНТАКТА КОММУТИРУЮЩЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ УПРУГОЙ МОДЕЛИ ВИБРАЦИИ

Приведені результати математичного моделювання процесу багатократного відскоку рухливого контакту комутаційного електричного апарату для пружної моделі удару. Запропонований критерій завершення процесу багатократного відскоку контакту.

Приведены результаты математического моделирования процесса многократного отброса подвижного контакта коммутационного электрического аппарата для упругой модели удара. Предложен критерий завершения процесса многократного отброса контакта.

Введение. В современных коммутационных электрических аппаратах (ЭА) при замыкании контактов в большинстве случаев происходит многократный отброс (отскок) подвижного контакта относительно неподвижного. Это объясняется упругими свойствами контактной системы и связанными с ней элементами конструкции ЭА, в частности контактными и противодействующими пружинами. При разрыве контактов контактные площадки (места протекания электрического тока) уменьшаются по площади, что приводит к локальному увеличению их электрического сопротивления. В результате этого возрастает мощность потерь, расплавление металлов в контактных площадках, образование жидких мостиков, их закипание и разбрызгивание металла [1]. Многократные отбросы контактов значительно увеличивают эрозию контактов, снижает срок работы и надежность функционирования ЭА. В той связи актуальной является задача исследования отброса контактов ЭА и разработки способов и средств снижения эрозии.

До настоящего времени отскок контактов исследовался путем снятия осциллограммы кривой тока контактов [2]. При этом осциллограмма характеризовала процесс из нескольких отбросов в виде прерывистой кривой, число прерываний которой равно числу отбросов. В известной литературе отсутствуют данные по математическому моде-

лированию многократных отбросов контактов. Теоретические исследования ограничиваются математическим моделированием отдельного отброса подвижного контакта. При этом два контакта рассматриваются как система из двух тел, одно из которых (подвижный контакт) движется относительно другого (неподвижный контакт) вдоль оси соединяющей их. В зависимости от числа учитываемых параметров вид модели может существенно отличаться. В настоящее время общеприняты три модели соударения контактов: упругая, упруговязкая и упруговязкопластическая [3-6]. Первые две используют аналитические функции для описания процесса отброса контакта, последняя модель – строится с использованием численных методов [4].

В упругой модели уменьшение амплитуд последующих отбросов учитывается введением постоянного коэффициента ε_b . Достоинством модели является простота аналитических функций, используемых для характеристики перемещения и скорости подвижного контакта. При этом отсутствует критерий, при выполнении которого процесс отброса подвижного контакта прекращается, что является недостатком модели при ее реализации на ЭВМ.

В случае упруговязкой модели учитывается деформация подвижного контакта, что в принципе повышает точность модели. Однако и в этом случае отсутствует критерий завершения процесса многократного отброса контакта.

Для упруговязкопластической модели процесса соударения контактов достоинством модели является то, что в ней учитываются упругие и вязкие свойства материала контакта. Но и в этом случае отсутствует критерий завершения процесса отброса контакта.

Все перечисленные модели имеют общий недостаток – отсутствует методика моделирования многократных отбросов контакта и критерии ограничивающие число отбросов.

Цель работы – математическое моделирование функции многократного отброса подвижного контакта коммутационного электрического аппарата для упругой модели удара.

Задачи исследования:

1. Разработка математической модели для процесса многократного отброса подвижного контакта в случае упругого удара.
2. Выбор критерия завершения процесса многократного отброса контакта.
3. Разработка методики компьютерного моделирования процесса многократного отброса контакта в случае упругого удара.

Моделирование процесса многократного отброса контакта в

случае упругого удара. Схема движения подвижного контакта для модели однократного упругого удара показана на рис. 1. Подвижный и неподвижный контакты рассматриваются как точечные тела соответственно конечной и бесконечной массы. Процесс их упругого соударения характеризуется изменением силы, действующей на движущуюся точечную массу подпружиненного подвижного контакта. Математическая модель построена с использованием аналитических функций в виде дифференциального уравнения второго порядка, описывающего изменение силы, действующей на точечную массу при движении после однократного упругого удара о неподвижное тело и начальных условий, определяющих величины перемещения и скорости. В качестве допущений принимается, что соударение контактов происходит мгновенно, после соприкосновения скорость подвижного контакта изменяется скачком. Величина скорости зависит от коэффициента восстановления контактного материала [4]. В известных публикациях система координат, в которой рассматривается движение контактов при вибрации, принимается одноосной (одномерной).

На рис. 1 показана схема движения подвижного контакта относительно неподвижного. Обозначения на схеме: m – масса подвижного контакта; c – коэффициент жесткости контактной пружины; F – сила нажатия пружины в момент соприкосновения подвижного и неподвижного контактов; x – расстояние между подвижным и неподвижным контактами, характеризующее отброс подвижного контакта относительно неподвижного; $v(-0)$, $v(+0)$ – значение вектора скорости подвижного контакта соответственно до и после момента соприкосновения контактов. Контакты показаны в виде полусфер 1 и 2, что позволяет рассматривать процесс их соприкосновения в виде контакта в одной

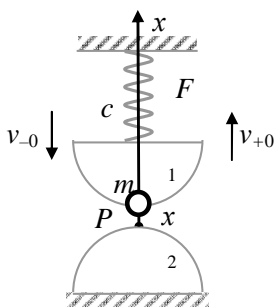


Рис. 1.

точке P (одноточечный контакт). С учетом этого процесс однократного отброса может рассматриваться как колебательный процесс материальной точки P , "подвешенной" на пружине.

Математическая модель колебательного процесса для одномерного движения материальной точки P описывается известными уравнениями, характеризующими "упругую" модель [4]:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -(F + cx(t)); \\ x(0) = 0; \\ v(+0) = -\varepsilon_b v(-0), \end{cases} \quad (1)$$

где t – время процесса отброса подвижного контакта 1 от неподвижного 2; m – масса подвижного контакта; c – жесткость пружины; F – сила нажатия пружины в момент соударения контактов; ε_b – коэффициент восстановления контактного материала; $v(-0)$, $v(+0)$ – значения скорости $v(t)$ подвижного контакта до и вначале процесса отброса,

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt}. \quad (2)$$

Решение системы (1) известно [4] и имеет вид:

$$x(t) = -\frac{\sin(t\sqrt{c/m}) \varepsilon_b v(-0)}{\sqrt{c/m}} + \frac{\cos(t\sqrt{c/m}) F}{c} - \frac{F}{c}; \quad (3)$$

$$v(t) = -\cos(t\sqrt{c/m}) \varepsilon_b v(-0) - \frac{\sin(t\sqrt{c/m}) F}{\sqrt{cm}}. \quad (4)$$

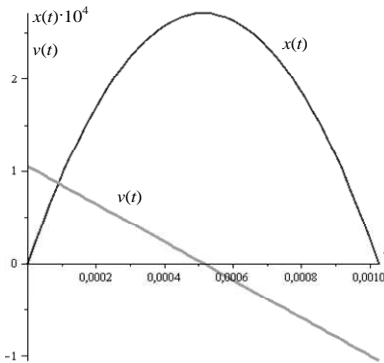


Рис. 2.

$$x(t) = 2,1 \cdot 10^{-3} \sin(500t) + 8 \cdot 10^{-3} \cos(500t) - 8 \cdot 10^{-3}; \quad (5)$$

$$v(t) = 1,05 \cos(500t) - 4 \sin(500t). \quad (6)$$

Кривые $x(t)$, $v(t)$, отвечающие уравнениям (5) и (6) приведены на рис. 2. Недостатком известной модели является то, что она не позволяет определить число отбросов подвижного контакта.

На основе этой модели предлагается математическая модель много-

кратного отброса подвижного контакта, в которую дополнительно введено соотношение для определения числа отбросов контакта. При этом основные уравнения модели описывают процесс отдельного k -го отброса.

Модель многократного отброса подвижного контакта. Система соотношений предлагаемой математической модели имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 x_k(t)}{dt} = -(F + cx_k(t)); \\ x_k(t_{k-1}) = 0; \\ \left. \frac{dx_k(t)}{dt} \right|_{t_{k-1}} = -\varepsilon_b \left. \frac{dx_{k-1}(t)}{dt} \right|_{t_{k-1}}; \\ x_k \leq x_{min}; \\ k = (\overline{1, K}), \end{array} \right. ; \quad (7)$$

где k – номер отброса неподвижного контакта; K – число учитываемых отбросов; x_k – максимальная величина перемещения подвижного контакта для K -го отброса; x_{min} – минимальная величина учитываемого отброса.

Уравнения модели (7) записаны в локальной системы отсчета времени (в интервале протекания процесса k -го отброса, начинающегося в этой системе с нуля). Второе уравнение системы (7) выражает начальное условие для процесса k -го отброса в локальной системе отсчета времени. Решение системы в виде функции $x(t)$ строится путем сложения во времени функций $x_k(t)$, получаемых для K отбросов. В качестве вспомогательной функции при задании начальных условий для k -го отброса используется функция скорости $v(t)$, также получаемая суммированием во времени функций $v_k(t)$ для всех отбросов подвижного контакта. Схема построения решения показана на рис. 3.

На схеме использованы сокращенные обозначения: x_1, x_K – амплитуды соответственно 1-го, K -го отбросов; t_1, t_K – временной интервал 1-го, K -го отбросов; $v_1(-0), v_1(+0)$ – значения скорости подвижного контакта до и вначале процесса 1-го отброса; $x_k(t)$ – функция отброса в интервале протекания процесса k -го отброса; $v_{k-1}(t_{k-1}), v_{k-1}(t_{k-1})$ – значение скорости движения контакта в момент перехода от $(k-1)$ -го к k -ому отбросу.

Начальные условия для последующего отброса формируются на основании данных для текущего k -го отброса:

- времени окончания предыдущего интервала $(k-1)$ -го отброса;
- скорости движения подвижного контакта в момент окончания $(k-1)$ -го отброса;
- амплитуды $(k-1)$ -го отброса.

Время отброса в локальной системе координат может быть опре-

делено путем решения уравнения $x_k(t) = 0$ и записано в виде

$$t_k = 2\sqrt{\frac{m}{c}} \arctan\left(\frac{\varepsilon_b \cdot v_{k-1}(t_{k-1})\sqrt{m \cdot c}}{F}\right). \quad (8)$$

Скорости движения в момент окончания $(k - 1)$ -го отброса определяются из соотношений:

$$v_{k-1}(t_{k-1}) = \left. \frac{dx_{k-1}(t)}{dt} \right|_{t_{k-1}}; \quad v_k(t_{k-1}) = \left. \frac{dx_k(t)}{dt} \right|_{t_{k-1}}. \quad (9)$$

Амплитуда отброса, используемая для оценки максимального перемещения подвижного контакта для k -го отброса, рассчитывается по формуле

$$x_k = x_k\left(\frac{t_k}{2}\right). \quad (10)$$

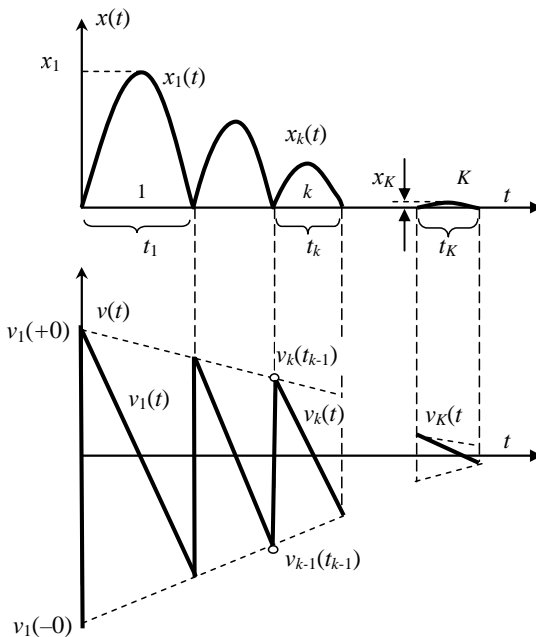


Рис. 3.

Выбор критерия завершения процесса многократного отброса контакта. Модель упругого удара контактов является приближенной и именно по этому вопросу точности моделирования не уделялось внимания. Модель дает поверхностное представление о физических процессах соударения контактов как материальных точек под действием вынуждающей силы контактной пружины. Но и в более сложных моделях, более точно учитывающих физику

процесса отброса контактов отсутствуют информация об условиях, определяющих число отбросов. В данной статье рассматриваются воз-

возможные варианты учета таких условий с помощью трех независимых критериев для случая упругого удара.

Первый критерий. В качестве критерия может быть использовано условие определяющее число отбросов как функцию минимума кинетической энергии подвижного контакта, при которой возможен отброс. При этом полагается, что энергия последнего удара незначительна и не превышает ε (в относительных единицах от начальной энергии).

Кинетическая энергия движущегося контакта пропорционально квадрату скорости. Можно положить, что скорость каждого последующего отскока уменьшается линейно с коэффициентом пропорциональности ε_b , как это принято в граничном условии модели (1). Энергии W_1 , W_K 1-го и K -го отбросов при этом могут быть представлены в виде:

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2}; \quad (11)$$

$$W_K = \frac{mv_K^2}{2} = \frac{m\varepsilon_b^{K-1}v_1^2}{2}.$$

Отношение этих энергий дает возможность получить аналитическое соотношение для определения K :

$$\frac{W_K}{W_1} = \varepsilon_b^{K-1} \leq \varepsilon. \quad (12)$$

С учетом (12) критерий может быть записан в виде условия:

$$K = \text{int} \left(\frac{\log \varepsilon}{\log \varepsilon_b} \right) + 1, \quad (13)$$

где $\text{int}()$ – функция взятия целой части числа.

Второй критерий формулируется исходя из физических представлений о процессе отброса контакта с учетом деформации контактов. Величина деформации может быть определена из соотношения

$$x_K \leq \frac{F}{c_2}, \quad (14)$$

где c_2 – коэффициент жесткости материала контакта.

Для определения числа K отбросов контакта на основе критерия (14) необходимо моделирование многократных отбросов с проверкой условия

$$x_K \leq x_{\min}. \quad (15)$$

Величина x_{\min} в данном случае равна F/c_2 .

Третий критерий может быть введен по аналогии с соотношении-

ем (15) без привязки к физике процессов. В частности, x_{min} может быть выбрана равной максимальной высоте h микровыступов поверхности контакта вследствие шероховатости его поверхности. Например, для медных контактов она составляет примерно $h = 10^{-5}$ м. В этом случае величина x_{min} задается исследователем исходя из условий технологии изготовления контактов.

Моделирование функции многократных отбросов подвижного контакта. Блок-схема алгоритма для компьютерного моделирование многократных отбросов контакта приведена на рис. 4. Схема включает блоки 1 и 2 подготовки данных для k -го отброса контакта для расчета функций $x_k(t)$ и $v_k(t)$, формирование начальных условий для первого отброса (блок 3), выбор текущего номера k отброса (блок 4), формирование начальных условий для k -го отброса (блок 5), решение дифференциального уравнения вида и расчет функций $x_k(t)$ и $v_k(t)$ (блок 6), расчет параметров t_k, x_k, v_k (блок 7) и их запоминание для последующей обработки (блок 8). В блоке 9 выполняется проверка критерия для текущего отброса подвижного контакта. В случае его невыполнения происходит переход к следующему номеру отброса (блок (10) и формирование и решение уравнений модели (блоки 5–8). При выполнении критерия операция выбора максимального числа отбросов контакта завершается (блок 11) и процесс моделирования многократного отброса контакта прерывается и производится подготовка к выведению результатов расчета в виде графиков составных функций $x(t)$ и $v(t)$. Для этого определяется суммарное время периода отбросов T (блок 12) по формуле:

$$T = \sum_{k=1}^K t_k . \quad (16)$$

Для построения графиков из памяти извлекаются функции $x_k(t)$, $v_k(t)$ (блок 13), формируются составные функции перемещения контакта и его скорости $x(t)$ и $v(t)$ (блок 14) и производится их построение (блок 15).

Алгоритм реализован в программе, написанной на языке программирования Maple [7].

Результаты численного моделирования. Исходные данные для расчета многократного отброса подвижного контакта использовались те же, что в предыдущем примере: $m = 0,02$ кг, $c = 5000$ кг/м, $F = 40$ Н, $\varepsilon_b = 0,7$, $v(-0) = -1,5$ м/с.

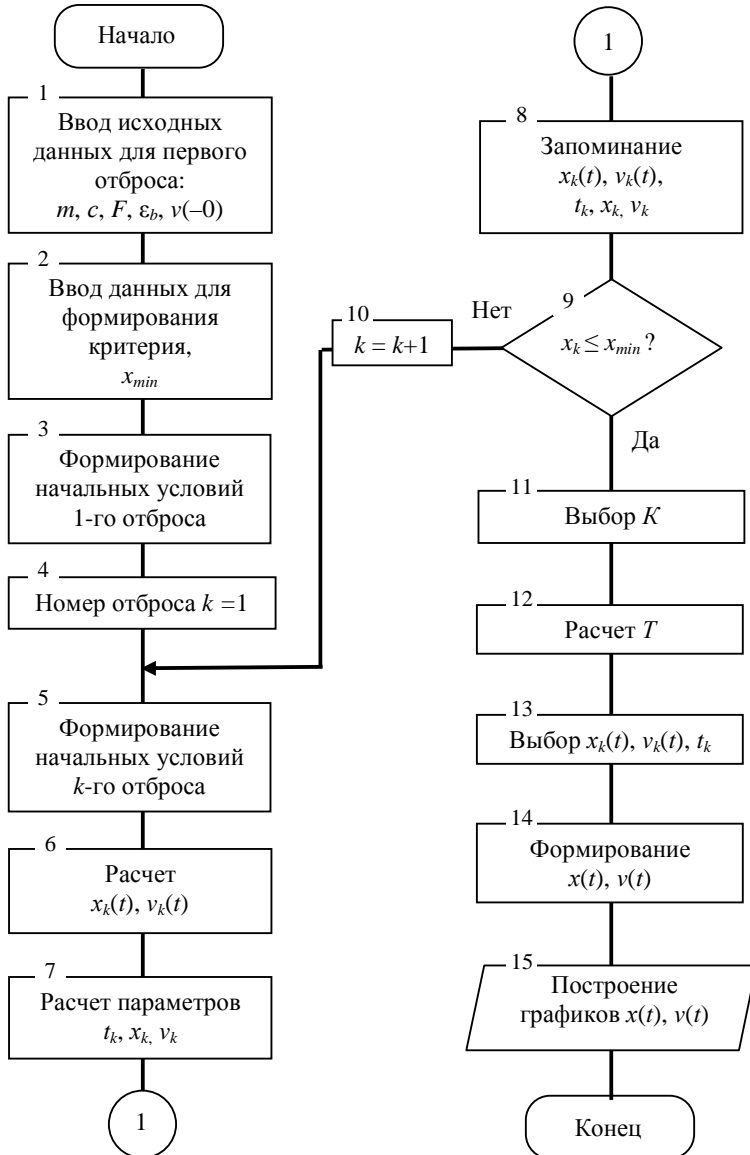


Рис. 4.

Моделирование многократного отброса подвижного контакта проведено с учетом первого варианта критерия. Отношение энергий 1-го и K -го отбросов принято равным $\varepsilon = 0,1$. С учетом этого число отбросов, рассчитанное по формуле (13), равно $K = 8$.

Результаты компьютерного моделирования в виде составной функций $x(t)$, приведены на рис. 5.

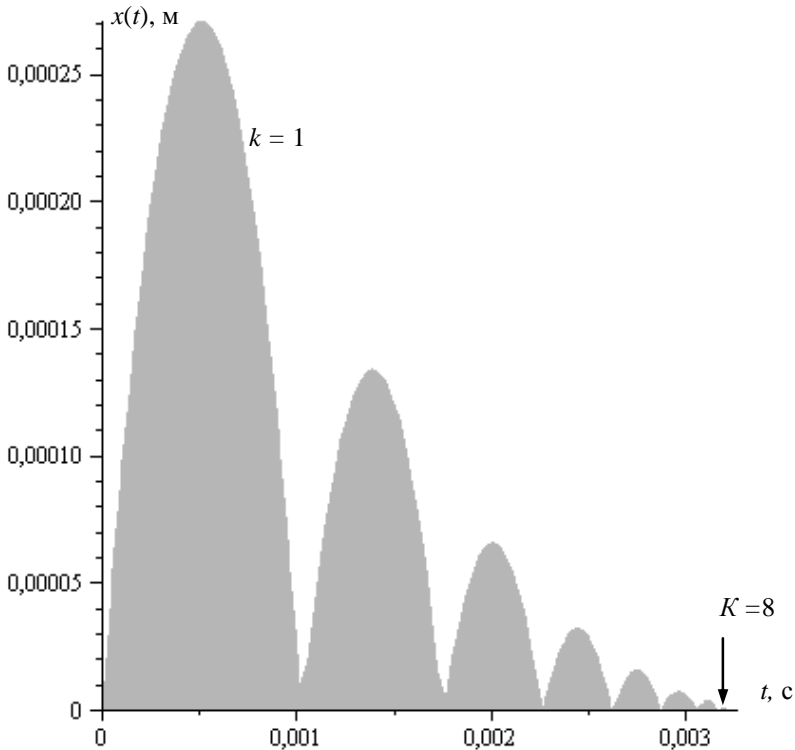


Рис. 5.

Для сравнения критериев проведен расчет отдельных параметров отброса. Исходные данные для расчета критериев по трем вариантам: $\varepsilon = 0,1$; $c_2 = 9 \cdot 10^{10}$ кг/м, $h = 10^{-5}$ м. Число отскоков для второго и третьего вариантов равно соответственно 18 и 10.

Как показывают данные экспериментов, число отбросов подвижного контакта равно 3-10 в зависимости от упругости контактной пружины.

жины. С учетом этого для рассматриваемой модели отскока в случае упругого удара рекомендуется использовать первый вариант критерия.

Выводы.

1. Проведен анализ известной математической модели процесса отброса подвижного контакта коммутационного электрического аппарата для случая упругого удара. Недостатком известной модели является то, что она не позволяет определить число отбросов неподвижного контакта.

2. Усовершенствована математическая модель процесса отброса подвижного контакта за счет введения критерия, ограничивающего число его отбросов. Предложены три возможных варианта критерия, учитывающие физические свойства соударяющихся контактов.

3. Разработан алгоритм и программа расчета составных функций перемещения и скорости для процесса многократного отброса подвижного контакта. По результатам численного моделирования в качестве критерия выбрано условие, определяющее число отбросов как функцию минимума кинетической энергии подвижного контакта, при которой возможен отброс.

Список литературы: 1. *Омельченко В.Т.* Теория процессов на контактах. – Харьков: ХГУ, Вища школа, 1979. – 262 с. 2. *Дзержицкий С.* Испытания электрических аппаратов. – М.: Энергия, 1977. – 204 с. 3. *Лелюк Н.А., Лутиков В.С.* Модели контактов электрического аппарата при исследовании вибрации // Вестник Национального технического университета "Харьковский политехнический институт". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2008. – № 7. – С. 73-81. 4. *Шевченко С.М.* Движение и удары в электрических аппаратах автоматического управления. – М.: Энергия, 1979. – 144 с. 5. *Яковенко В.Б.* Моделирование и расчет вибрационных систем / Уч. пособие. – К.:УМК ВО, 1988. – 232 с. 6. Справочник по расчету и конструированию контактных частей сильноточных электрических аппаратов / Н.М. Афанасьев, В.В. Афанасьев, В.В. Борисов и др.: Под ред. В.В. Афанасьева. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 384 с. 7. *Матросов А.В.* Марле 6. Решение задач высшей математики и механики. – СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 528 с.

Поступила в редколлегию 26.08.2010