

А.В. ГЕТЬМАН, канд. техн. наук, зав. отделом, НТЦ МТО НАНУ,
Харьков

АНАЛИЗ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ЧЕТЫРНАДЦАТИ ДАТЧИКОВОЙ СИСТЕМОЙ

Показана практична можливість використання величин просторових гармонік магнітного поля старше дипольної, для оцінки методичної похибки дипольної моделі магнітного поля технічних об'єктів. Розглянута залежність методичної похибки вимірювання магнітного моменту від зміщення диполя всередині технічного об'єкта.

Показана практическая возможность использования величин пространственных гармоник магнитного поля старше дипольной, для оценки методической погрешности дипольной модели магнитного поля технических объектов. Рассмотрена зависимость методической погрешности измерения магнитного момента от смещения диполя внутри технического объекта.

Введение. Практическая необходимость повышения точности измерений обуславливает постоянный процесс создания и модернизации соответствующих средств и методик, в частности, для определения магнитных характеристик технических объектов (ТО). Традиционно в качестве основной математической модели внешнего магнитного поля ТО используется его представление в виде точечного источника – магнитного диполя, пространственное распределение магнитного поля которого однозначно описывается магнитным моментом. Поэтому на практике необходимо точное знание величины магнитного момента ТО. Однако реальное пространственное распределение ТО на расстояниях сравнимых с его габаритным размером существенно отличается от картины магнитного поля диполя. В качестве уточняющих магнитных характеристик в этих случаях используют пространственные гармоники старше дипольной или эквивалентные им точечные источники поля – мультиполи.

Кроме того, интерес к практическому определению пространственных гармоник старших степеней вызван необходимостью оценки методической погрешности измерения магнитного момента ТО, приходящей соответствующим измерительным средствам. В этой связи

практическая возможность определения измерительной системой гармоник старших степеней, является качественным критерием оценки методической погрешности измерения ею магнитного момента ТО.

Одной из хорошо зарекомендовавших себя на практике при измерении магнитного момента ТО является система на основе 14-ти феррозондовых датчиков, расположенных на сфере, в центре которой располагают исследуемый ТО [1]. Методическая погрешность измерения магнитного момента (дипольной гармоники магнитного поля) такой системой в первом приближении может быть представлена в виде двух составляющих.

Первая составляющая обусловлена недипольным распределением внешнего магнитного поля ТО. При использовании мультипольной модели для описания поля ТО полагают, что недипольные мультиполи также расположены в центре измерительной системы и взяты с соответствующими весовыми (амплитудными) коэффициентами.

Вторая составляющая методической погрешности вызвана смещением дипольного источника магнитного момента внутри ТО, относительно центра измерительной системы, совмещаемого с центром ТО.

С целью оценки составляющих методической погрешности измерения магнитного момента ТО с помощью 14-ти датчиковой системы в работе проведен анализ вкладов гармоник старших степеней в результат измерения, а также исследована зависимость погрешности от величины смещения дипольного источника внутри ТО.

Постановка задачи. Будем рассматривать магнитную индукцию, создаваемую источником – ТО, расположенным внутри датчиковой системы из 14 датчиков, направления осей чувствительности которых и расположение относительно ТО показаны на рис. 1.

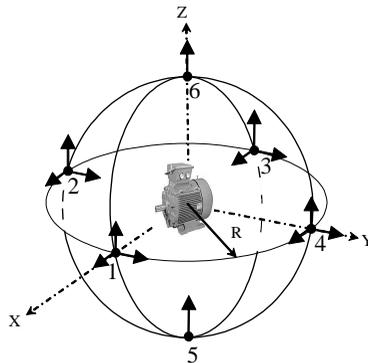


Рис. 1.

Для каждого из 14 датчиков магнитной индукции (на рис. 1 показаны стрелочками) воспользуемся представлением на основе пространственных гармоник, взятых с амплитудными коэффициентами g_n^m и h_n^m , считая $\mu=1$,

$$\vec{B} = -\mu_0 \nabla U = -\mu_0 \nabla \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R^{n+1}} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) \{g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi\} \right), \quad (1)$$

где R , θ и φ – сферические координаты соответствующего датчика магнитной индукции, согласно данным табл. 1.

Таблица 1 – Декартовы и сферические координаты датчиков

Датчик			Координаты датчика					
№ датчика, № точки	Индексы в обозначении		X	Y	Z	R	θ	φ
1	1	1x	+R	0	0	R	$\pi/2$	0
2		1y						
3		1z						
4	2	2x	0	-R	0	R	$\pi/2$	$3\pi/2$
5		2y						
6		2z						
7	3	3x	-R	0	0	R	$\pi/2$	π
8		3y						
9		3z						
10	4	4x	0	+R	0	R	$\pi/2$	$\pi/2$
11		4y						
12		4z						
13	5	5z	0	0	-R	R	π	-
14	6	6z	0	0	+R	R	0	-

Вклады пространственных гармоник в измеряемую магнитную индукцию. Вклады в напряженность магнитного поля от всех пространственных гармоник до четвертой степени центральнорасположенного источника для групп датчиков направленных по оси X, Y, Z представлены в табл. 2-4, соответственно. При этом вклады всех отсутствующих в табл. 2-4 гармоник в измеряемое поле соответствующим датчиком равны нулю (для $n \leq 4$).

Таблица 2 – Магнитное поле гармоник (датчики ориентированы по оси X)

	Вклад пространственной гармоники в суммарное поле, А/м										
	$\frac{g_1^1}{R^3}$	$\frac{g_2^0}{R^4}$	$\frac{g_2^2}{R^4}$	$\frac{h_2^2}{R^4}$	$\frac{g_3^1}{R^5}$	$\frac{g_3^3}{R^5}$	$\frac{g_4^0}{R^6}$	$\frac{g_4^2}{R^6}$	$\frac{h_4^2}{R^6}$	$\frac{g_4^4}{R^6}$	$\frac{h_4^4}{R^6}$
$\frac{B_{1x}}{\mu_0}$	+2	-3/2	+9	0	-6	+60	$+\frac{15}{8}$	$-\frac{75}{2}$	0	+525	0
$\frac{B_{2x}}{\mu_0}$	-1	0	0	+6	+3/2	+45	0	0	-15	0	-420
$\frac{B_{3x}}{\mu_0}$	+2	+3/2	-9	0	-6	+60	$-\frac{15}{8}$	$+\frac{75}{2}$	0	-525	0
$\frac{B_{4x}}{\mu_0}$	-1	0	0	-6	+3/2	+45	0	0	+15	0	+420

Таблица 3 – Магнитное поле гармоник (датчики ориентированы по оси Y)

	Вклад пространственной гармоники в суммарное поле, А/м										
	$\frac{h_1^1}{R^3}$	$\frac{g_2^0}{R^4}$	$\frac{g_2^2}{R^4}$	$\frac{h_2^2}{R^4}$	$\frac{h_3^1}{R^5}$	$\frac{h_3^3}{R^5}$	$\frac{g_4^0}{R^6}$	$\frac{g_4^2}{R^6}$	$\frac{h_4^2}{R^6}$	$\frac{g_4^4}{R^6}$	$\frac{h_4^4}{R^6}$
$\frac{B_{1y}}{\mu_0}$	-1	0	0	-6	+3/2	-45	0	0	+15	0	-420
$\frac{B_{2y}}{\mu_0}$	+2	+3/2	+9	0	-6	-60	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{75}{2}$	0	-525	0
$\frac{B_{3y}}{\mu_0}$	-1	0	0	+6	+3/2	-45	0	0	-15	0	+420
$\frac{B_{4y}}{\mu_0}$	+2	-3/2	-9	0	-6	-60	$+\frac{15}{8}$	$+\frac{75}{2}$	0	+525	0

Таблица 4 – Магнитное поле гармоник (датчики ориентированы по оси Z)

	Вклад пространственной гармоники в суммарное поле, А/м										
	$\frac{g_1^0}{R^3}$	$\frac{g_2^0}{R^4}$	$\frac{g_2^1}{R^4}$	$\frac{h_2^1}{R^4}$	$\frac{g_3^0}{R^5}$	$\frac{g_3^2}{R^5}$	$\frac{g_4^0}{R^6}$	$\frac{g_4^1}{R^6}$	$\frac{h_4^1}{R^6}$	$\frac{g_4^3}{R^6}$	$\frac{h_4^3}{R^6}$
$\frac{B_{1z}}{\mu_0}$	-1	0	-3	0	+3/2	-15	0	$+\frac{15}{2}$	0	-105	0
$\frac{B_{2z}}{\mu_0}$	-1	0	0	+3	+3/2	+15	0	0	$-\frac{15}{2}$	0	-105
$\frac{B_{3z}}{\mu_0}$	-1	0	+3	0	+3/2	-15	0	$-\frac{15}{2}$	0	+105	0
$\frac{B_{4z}}{\mu_0}$	-1	0	0	-3	+3/2	+15	0	0	$+\frac{15}{2}$	0	+105
$\frac{B_{5z}}{\mu_0}$	+2	-3	0	0	+4	0	-5	0	0	0	0
$\frac{B_{6z}}{\mu_0}$	+2	+3	0	0	+4	0	+5	0	0	0	0

На основе данных табл. 2-4 можно оценить методическую погрешность измерения пространственной гармоник. Например, при измерении датчиком B_{2x} магнитной индукции, определяемой согласно табл. 2 формулой:

$$B_{2x} = \mu_0 \left(-\frac{g_1^1}{R^3} + 6\frac{h_2^2}{R^4} + \frac{3}{2}\frac{g_3^1}{R^5} + 45\frac{g_3^1}{R^5} - 15\frac{h_4^2}{R^6} - 420\frac{h_4^4}{R^6} \right), \quad (2)$$

значения коэффициентов h_2^2 , g_3^1 , g_3^1 , h_4^2 и h_4^4 могут быть использованы для оценки в первом приближении погрешности измерения дипольной гармоники g_1^1 . Однако, непосредственно из анализа вкладов гармоник в измеряемые датчиками величины магнитной индукции следует, что количество гармоник, вклады которых определяют методическую погрешность, может быть существенно уменьшено при использовании суммарных показаний соответствующих пар (или четверок) датчиков. В частности, для измерения 14-ти датчиковой системой дипольной гармоники справедливы соотношения:

$$B_{1x} + B_{3x} = \mu_0 \left(4\frac{g_1^1}{R^3} - 12\frac{g_3^1}{R^5} + 120\frac{g_3^3}{R^5} \right) \quad B_{2x} + B_{4x} = \mu_0 \left(-2\frac{g_1^1}{R^3} + 3\frac{g_3^1}{R^5} + 90\frac{g_3^3}{R^5} \right);$$

$$B_{1x} + B_{3x} - B_{2x} - B_{4x} = \mu_0 \left(6\frac{g_1^1}{R^3} - 15\frac{g_3^1}{R^5} + 30\frac{g_3^3}{R^5} \right); \quad (3)$$

$$B_{1y} + B_{3y} = \mu_0 \left(-2\frac{h_1^1}{R^3} + 3\frac{h_3^1}{R^5} - 90\frac{h_3^3}{R^5} \right) \quad B_{2y} + B_{4y} = \mu_0 \left(4\frac{h_1^1}{R^3} - 12\frac{h_3^1}{R^5} - 120\frac{h_3^3}{R^5} \right);$$

$$B_{1y} + B_{3y} - B_{2y} - B_{4y} = \mu_0 \left(6\frac{h_1^1}{R^3} - 15\frac{h_3^1}{R^5} + 30\frac{h_3^3}{R^5} \right); \quad (4)$$

$$B_{1z} + B_{3z} = \mu_0 \left(-2\frac{g_1^0}{R^3} + 3\frac{g_3^0}{R^5} - 30\frac{g_3^2}{R^5} \right) \quad B_{5z} + B_{6z} = \mu_0 \left(4\frac{g_1^0}{R^3} + 8\frac{g_3^0}{R^5} \right);$$

$$B_{5z} + B_{6z} - B_{1z} - B_{3z} = \mu_0 \left(6\frac{g_1^0}{R^3} + 5\frac{g_3^0}{R^5} + 30\frac{g_3^2}{R^5} \right). \quad (5)$$

Методическая погрешность измерения магнитного момента смещенного внутри ТО дипольного источника. На рис. 2-3 представлены зависимости методической погрешности измерения системой X -ой проекции магнитного момента от величины перемещения по оси

X магнитного диполя соответственно для 0,3 и 0,5 м.

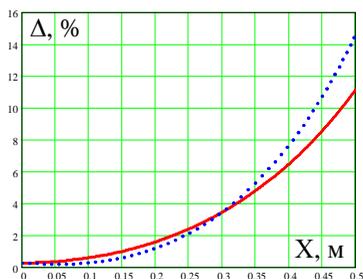


Рис. 2.

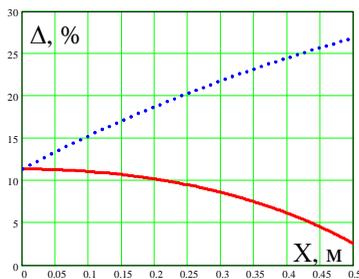


Рис. 3

Сплошная линия на графиках соответствует погрешности для диполя, имеющего только X проекцию, а прерывистая линия – случаю диполя, имеющего три одинаковые проекции на декартовы оси координат. При этом расчет магнитной индукции создаваемой смещенным диполем производился на основании представления:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \frac{(\vec{M}, \vec{R}_i - \vec{r})}{|\vec{R}_i - \vec{r}|^3}, \quad (6)$$

где \vec{r} – центральный вектор смещения источника магнитного момента; \vec{R}_i – вектор положения i -го датчика магнитной индукции на сфере $R = 2,25$ м.

Выводы. При измерении магнитного момента системой из 14 датчиков в методической погрешности отсутствуют вклады всех четных гармоник, а для оценки в первом приближении величины методической погрешности можно воспользоваться величиной октупольной гармоники. Графически оценена верхняя граница составляющей методической погрешности, вызванной смещением дипольного источника внутри технического объекта.

Список литературы: 1. Гетьман А.В., Зверев С.Г., Крамчанин Е.Г. Системы измерения пространственных характеристик магнитного поля технических объектов // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2009. – №7". – С. 25-33.

Поступила в редколлегию 25.10.2010