

Е.Г. КОРОЛЬ, ассистент, НТУ "ХПИ", Харьков
В.С. ЛУПИКОВ, д-р техн. наук., проф., зав. каф., НТУ "ХПИ",
Харьков
Ю.Д. РУДАС, канд. техн. наук., ст. науч. сотр., НТЦ МТО НАН
Украины

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТА КОМПЕНСАТОРА С ФЕРРОМАГНИТНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ

Приведено результати моделювання електромагніту компенсатора з ферромагнітним осердям, що використовують для зниження зовнішнього магнітного поля електроустановки. Запропоновано методіку вибору оптимальних розмірів електромагніту.

Приведены результаты моделирования электромагнита компенсатора с ферромагнитным сердечником, используемом для снижения внешнего магнитного поля электрооборудования. Предложена методика выбора оптимальных размеров электромагнита.

Введение. Электромагниты компенсаторы (ЭК) применяются для снижения внешнего магнитного поля (ВМП) электрооборудования, к которому предъявляются требования электромагнитной совместимости и экологической безопасности. В настоящее время отсутствует единая методика расчета параметров таких ЭК. Различные подходы предложены в работах [1-7], реализованы в методиках расчета параметров электромагнитов, обеспечивая погрешность расчета 0,1-0,3. Эти методики в основном ориентированы на расчеты электромагнитов с традиционными формами магнитной системы: П-образной, броневой. Отличительной особенностью этих методик является приближенный учет нелинейных характеристик ферромагнитного сердечника (ФС), заключающейся в определении нелинейных характеристик ферромагнитного материала стандартного образца (в виде замкнутого кольца) и переносе этих характеристик на реальный электромагнит. При этом для ЭК имеется существенная погрешность, поскольку магнитные характеристики ферромагнитных тел разомкнутой формы существенно отличающихся от стандартных образцов. Повысить точность проектирования ЭК в этом случае удастся за счет методов, оптимизирующих выбор параметров с учетом экспериментальных данных, либо на основе моделирования с учетом конкретной формы магнитной системы.

Цель работы – моделирование электромагнита компенсатора с ферромагнитным сердечником.

Коэффициент размагничивания формы ферромагнитных тел. Встречающиеся в литературе понятие о коэффициенте размагничивания относят к намагниченному телу. При намагничивании во внешнем поле образца из ферромагнитного материала разомкнутой формы (например, цилиндра) на его краях образуются магнитные полюсы, создающие внутри образца магнитное поле, направленное обратно по отношению к намагничивающему внешнему полю. Размагничивающее поле полюсов образца H_0 пропорционально его намагниченности J и равно $H_0 = NJ$, где коэффициент N , связывающий напряженность собственного поля образца и его намагниченность, называется размагничивающим фактором или коэффициентом размагничивания. Если образец находится в ВМП с напряженностью H_1 , то истинная напряженность поля в образце равна $H_2 = H_1 - NJ$ [8]. В большинстве практических случаев коэффициенты размагничивания определяются экспериментально.

Коэффициент размагничивания может быть точно рассчитан по аналитическим соотношениям только для эллипсоидов, которые имеют однородную намагниченность (в частности, для шара $N = 1/3$, для очень тонкой пластинки $N = 1$, для бесконечно длинного цилиндра в поперечном поле $N = 1/2$). Для некоторых образцов простой формы коэффициент размагничивания рассчитывается по эмпирическим формулам. Коэффициенты размагничивания N_a, N_b, N_c эллипсоида по направлению главных осей $2a, 2b, 2c$ зависят лишь от отношений размеров осей $a/b, a/c$. При этом выполняется условие [6] $N_a + N_b + N_c = 1$. На практике при проектировании ЭК обычно рассматривается эллипсоид вращения. В этом случае размеры двух полуосей совпадают ($b = c$) и отношение размеров осей можно определить одним коэффициентом $\alpha = a/b$, причем обычно рассматривается вытянутый эллипсоид вращения в направлении главной оси и $\alpha > 1$. Соотношение для коэффициента размагничивания имеет вид [6]:

$$N_a = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \ln \left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1} \right) - 1 \right) / (\alpha^2 - 1). \quad (1)$$

При решении краевых задач магнитостатики, связанных с намагничиванием тел в однородном ВМП, тела в форме призм заменяются эквивалентными эллипсоидами вращения, исходя из условий, что площадь сечения круга эллипсоида и квадрата призмы равны (малая полуось эллипсоида $b = p/\sqrt{\pi}$, где p – сторона квадрата), а площадь

эллипса с полуосью a равна площади прямоугольника наибольшего сечения призмы (большая полуось эллипсоида $a = g/\sqrt{\pi}$, где g – сторона прямоугольника).

В [6, 7] приведены соотношения, характеризующие статическую индуктивность катушки с ФС в форме вытянутых софокусных эллипсоидов вращения:

$$L_{c,T} = \left[\mu_0 V_c (w/l_c)^2 (1 - N_c^*) \right] \cdot \left[1 + (1 - N_c^*) \chi_T V_T / V_c \right] = L_c \cdot K_T; \quad (2)$$

$$L_c = \mu_0 V_c (w/l_c)^2 \cdot (1 - N_c^*); \quad (3)$$

$$K_T = 1 + (1 - N_c^*) \cdot \chi_T V_T / V_c; \quad (4)$$

$$\chi_T = (\bar{\mu} - 1) / (N_T (\bar{\mu} - 1) + 1); \quad (5)$$

$$\bar{\mu} = \mu \left[1 - \delta \left(\frac{\mu}{\mu - 1} - (N_T^{*i} - \delta N_T^*) \right)^{-1} \right]; \quad (6)$$

$$\delta = V_T^i / V_T, \quad (7)$$

где L_c – индуктивность соленоида (катушки) без ФС, Гн; K_T – коэффициент, характеризующий увеличение собственной индуктивности соленоида при нахождении внутри него стального тела; μ_0 – магнитная постоянная; V_c – объем ограниченный соленоидом, м³; w – число витков соленоида; l_c – длина соленоида, м; l – длина ФС, м; N_c^* – параметр, учитывающий форму соленоида, $N_c^* = N_a$; V_T – объем, ограниченный наружной поверхностью ФС, м³; χ_T – магнитная восприимчивость полового тела; N_T – коэффициент размагничивания ФС; $\bar{\mu}$ – эквивалентная относительная магнитная проницаемость материала ФС сплошного тела; δ – отношение объемов V_T^i и V_T , ограниченных наружной поверхностью катушки и ФС; N_T^{*i} , N_T^* – коэффициенты размагничивания, учитывающие формы соответственно катушки и ФС, выражение для которых, как и для параметра N_c^* , задается формулой (1).

Круговой соленоид произвольной длины (катушка). Для катушки длиной l_c , диаметром d , $\alpha = l_c/d$ коэффициент размагничивания равен:

$$N_{кр}^* = 1 - \frac{4\alpha}{3\pi} \left[\sqrt{\alpha^2 + 1} \left(K(\alpha) + \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} E(\alpha) \right) - \frac{1}{\alpha^2} \right], \quad (8)$$

где $K(\alpha)$, $E(\alpha)$ – полные эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода.

Короткий круговой соленоид ($\alpha \leq 1$). Коэффициент размагничивания равен:

$$N_{к.кр}^* = 1 - \frac{2\alpha}{\pi} \left[\left(1 + \frac{\alpha^2}{8} - \frac{\alpha^4}{64} + \frac{5\alpha^6}{1024} - \frac{35\alpha^8}{16384} + \dots \right) \ln \frac{4}{\alpha} - \dots \right. \\ \left. - \frac{1}{2} + \frac{\alpha^2}{32} + \frac{\alpha^4}{96} - \frac{109\alpha^6}{24576} + \frac{431\alpha^8}{196608} - \dots \right]. \quad (9)$$

Длинный круговой соленоид ($\alpha > 1$). Коэффициент размагничивания равен:

$$N_{дл.кр}^* = \frac{4}{3\pi\alpha} - \frac{1}{8\alpha^2} + \frac{1}{64\alpha^4} - \frac{5}{1024\alpha^6} + \dots \\ \dots (-1)^n \frac{(3 \cdot 5 \dots 2n - 3)^2}{2^{2n} n! (n + 1)!} \cdot \frac{(2n - 1)}{\alpha^{2n}} + \dots \quad (10)$$

Расчет ферромагнитного сердечника. Исходными данными для расчета ФС является относительная магнитная проницаемость материала, напряженность однородного поля, намагничивающего ФС и параметры, характеризующие геометрию катушки и ФС. Выходными данными являются диаметр и длина цилиндрического ФС (либо длина и сторона квадрата для ФС в форме призмы); число витков, внутренний и наружный диаметр катушки, длина катушки. В данной работе рассматривается расчет цилиндрического ФС.

Для большинства применяемых сталей относительная магнитная проницаемость материала равна (500-1000) единиц. Средняя величина напряженности однородного поля может быть принята равной

$$H_c = H_{max} \cdot k, \quad (11)$$

где H_{max} – максимальная напряженность поля; k – эмпирический коэффициент, $k \approx 0,08$.

В первом приближении максимальная напряженность поля может быть определена для катушки, ампервитки которой приведены к эквивалентной одновитковой катушке. В теории [9] максимальное поле достигается в центре такой одновитковой катушки

$$H_{max} = I/(2\pi a), \quad (12)$$

где I – суммарные ампервитки катушки; a – внутренний радиус эквивалентной катушки.

Связь геометрических параметров катушки и ФС с напряженностью намагничивающего поля определяется по методике, приводимой ниже.

Расчет поверхностных токов намагниченности ФС. Распределение удельной плотности поверхностных токов намагниченности цилиндрического ФС конечной длины имеет следующий вид[10]:

$$\sigma(x) = H(x) \left(\frac{\mu}{\mu - \mu_0} - \frac{1}{2} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \right)^{-1}, \quad (13)$$

где x – текущая координата точки на оси ФС, обусловленная токами проводимости; $H(x)$ – напряженность магнитного поля в этой точке; μ – магнитная проницаемость материала ФС; θ_1 , θ_2 – углы, под которыми видны центры окружностей торцов цилиндрического ФС.

Поверхностный ток цилиндрического ФС определяется интегрированием вдоль его оси

$$J = \int_0^{l_c} \sigma(x) dx = \int_0^{l_c} H(x) \left(\frac{\mu}{\mu - \mu_0} - \frac{1}{2} \left[\frac{l_c - x}{\sqrt{r_c^2 + (l_c - x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{r_c^2 + x^2}} \right] \right)^{-1} dx, \quad (14)$$

где l_c и r_c – длина и радиус ФС.

Учитывая симметрию подынтегральной функции относительно $x = l_c/2$, и то, что поперечное сечение ФС обычно постоянно по длине, соотношение (14) принимает вид

$$J = 2H_c \int_0^{l_c/2} \frac{dx}{\frac{\mu}{\mu - \mu_0} - \frac{1}{2} \left[\frac{l_c - x}{\sqrt{r_c^2 + (l_c - x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{r_c^2 + x^2}} \right]}, \quad (15)$$

где H_c – среднее значение напряженности намагничивающего магнитного поля в объеме, занимаемом ФС.

Соотношение (15) может быть представлена в следующем виде:

$$J = H_c \cdot l_c \cdot J' [f(x)], \quad (16)$$

где $J' [f(x)]$ – относительная величина поверхностного тока намагниченности.

Подынтегральную функцию представим в виде разложения в ряд

Тейлора, ограничиваясь конечным числом n ряда, например $n = 4$:

$$J'[f(x)] = \frac{1}{90} \left[7f(0) + 32f\left(\frac{l_c}{8}\right) + 12f\left(\frac{2l_c}{8}\right) + 32f\left(\frac{3l_c}{8}\right) - 7f\left(\frac{4l_c}{8}\right) \right]. \quad (17)$$

Для упрощения вычислений $J'[f(x)]$ предложена следующая упрощенная формула для расчета относительной величины поверхностного тока намагниченности ФС:

$$J'[f(\lambda)] = \frac{1}{\frac{\mu}{\mu - \mu_0} - \frac{1}{2} \left[\frac{1,5\lambda}{\sqrt{1 + 2,25\lambda^2}} + \frac{0,5\lambda}{\sqrt{1 + 0,25\lambda^2}} \right]}, \quad (18)$$

где $\lambda = l_c/d_c$ – относительная длина ФС; d_c – диаметр ФС.

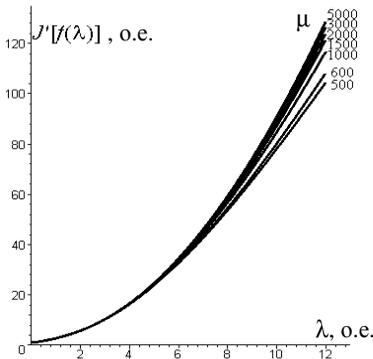


Рис. 1. Семейство кривых $J'[f(\lambda)]$ при различных μ .

Результаты расчета поверхностных токов намагниченности (в относительных единицах) ФС при различных значениях относительной длины и магнитной проницаемости материала приведены на рис. 1.

Относительная ширина диапазона изменения поверхностного тока определяется по формуле

$$\delta = \frac{J'(\mu = 5000) - J'(\mu = 500)}{J'(\mu = 5000)}. \quad (19)$$

В табл. 1 приведены результаты расчета δ по соотношению (19).

Таблица 1 – Зависимости поверхностного тока от параметра λ .

λ	$J'(\mu = 5000)$	$J'(\mu = 500)$	δ
2	5,8	5,7	0,01
4	16,7	16,2	0,03
6	34,6	32,6	0,06
8	59,3	53,6	0,10
10	90,8	78,0	0,14
12	128,7	104,4	0,19

Погрешность расчетов по упрощенной формуле (18) не превышает 6% при изменении относительной длины ФС в достаточно широких пределах до $\lambda = 6$ и практически не зависит от величины магнитной проницаемости.

Оптимизация электромагнита компенсатора с ферромагнитным сердечником. Проведенные исследования показали, что при заданном ограничении соотношения основных размеров ФС (λ) может быть сформулирована задача оптимизации параметров ЭК: на первом этапе выбираются размеры ФС, на втором – остальные параметры ЭК.

Первый этап. На основе соотношения (16) и полученной упрощенной формулы (18) предложена методика расчета ФС с использованием метода последовательных приближений. В качестве варьируемого параметра используется диаметр ФС. Алгоритм расчета следующий:

– выбирается ориентировочная величина относительной длины ФС λ ;

– определяется расчетная длина ФС

$$l_c = \frac{H_{max}}{H_c J'[\lambda]} = \frac{1}{k' J'[\lambda]}; \quad (20)$$

– определяется расчетный диаметр ФС

$$d_c = l_c / \lambda; \quad (21)$$

– проверяется условие

$$d_c < 2a; \quad (22)$$

– при невыполнении условия (22) расчет повторяется при новых значениях λ .

Предложенная методика позволяет определить оптимальное соотношение основных размеров цилиндрического ФС, с помощью которого обеспечивается создание максимального поля намагниченности.

Второй этап. С использованием соотношений (20)-(22) проводится расчет ЭК с ФС по методике, приведенной в [1].

Основные расчетные соотношения методики имеют вид:

$$M_E = J_c V_c; \quad (23)$$

$$J_c = \frac{1}{2N_m} \left[N_c a + H_I + b - \sqrt{(N_c a + H_I + b)^2 - 4N_c H_I a} \right]; \quad (24)$$

$$V_c = \pi D_1^2 l / 4; \quad (25)$$

$$N_c = 0,93 p^{-1,7}; \quad (26)$$

$$N_m = N_c / k ; \quad (27)$$

$$H_I = 0,5 j k_f (D_2 - D_1) ; \quad (28)$$

$$p = l / D_1 ; \quad (29)$$

$$k_f = \chi (4 P_E / (\pi j U))^{0,5 \xi} ; \quad (30)$$

$$P_E = \pi / 4 j^2 \rho k_f l (D_2^2 - D_1^2) , \quad (31)$$

где M_E – магнитный момент ЭК; J_c – вектор средней намагниченности по объему V_c ; V_c – объем ФС; N_m и N_c – соответственно средних и центральный коэффициент размагничивания; a, b – постоянные коэффициенты полинома, аппроксимирующего кривую намагничивания материала ФС; H_I – внешнее намагничивающее поле, создаваемое электрическими токами; D_1 – внутренний диаметр катушки; l – длина катушки; p – коэффициент удлинения ФС; k – коэффициент учитывающий отношение центрального и среднего коэффициентов размагничивания; j – допустимая плотность тока катушки; k_f – коэффициент заполнения; D_2 – внешний диаметр катушки; χ и ξ – постоянные, характерные для данной марки провода, причем $\xi < 1$; P_E – потребляемая ЭК мощность; U – напряжение питания; ρ – удельное сопротивление материала катушки.

Масса ЭК определяется по соотношению

$$m_E = \left[V_c \gamma_c + \frac{P_E \gamma}{j^2 \rho} \left(1 + \frac{1 - k_f \gamma_n}{k_f \gamma} \right) \right] (1 + k_0) , \quad (32)$$

где γ_c – плотность материала ФС; γ – плотность меди; γ_n – плотность наполнителя; $k_0 \approx 0,15$ – постоянный коэффициент.

Для выяснения основных особенностей характеристик ЭК полезно систему (23) – (32) по возможности упростить. В качестве допущений принимаются постоянными величины $a, b, \gamma_c, \gamma, \rho, j, U, \xi, \chi, \gamma_n, k_0$.

С учетом этих допущений основные уравнения системы могут быть представлены в виде функций от параметров P_E, l, D_1, D_2 :

$$M_E = M_E(P_E, l, D_1, D_2) ; \quad (33)$$

$$m_E = m_E(P_E, l, D_1) ;$$

$$P_E = P_E(D_1, D_2) .$$

По сравнению с длиной l геометрические параметры D_1 и D_2 являются второстепенными и их можно исключить из числа параметров

функций (33). На функциональном уровне система (33) преобразуется к виду:

$$M_E = M_E(m_E, P_E, l) . \quad (34)$$

Проведенные в [1] исследования показали, что зависимость (34) неоднозначна, и имеет вид обратной параболы от P_E и оптимальная величина M_E достигается при минимуме мощности.

При проектном расчете ЭК в качестве исходных данных принимаются: расчетное значение магнитного момента M_E ; величины напряжения питания U ; допустимая температура нагрева θ ; температура окружающей среды θ_0 ; допустимая плотность тока j ; расчетная длина ФС ЭК l_c (20).

Далее проводится расчет параметров ЭК по соотношениям (23)-(31) и оптимизация ЭК исходя из критерия минимума потребляемой мощности.

Выводы.

1. Получено аналитическое соотношение для расчета напряженности поля цилиндрической катушки с ферромагнитным сердечником. Вывод соотношения построен на эквивалентном представлении цилиндрической катушки и ферромагнитного сердечника в виде софокусных эллипсоидов вращения, связь коэффициентов размагничивания, по осям которого дается известными аналитическими соотношениями, и разложении функции намагничивания эллипсоида в ряд Тейлора. Погрешность расчетов по предложенной методике не превышает 5 % при числе членов ряда равном четырем и может быть снижена при увеличении членов ряда.

2. По результатам расчета намагниченности определено оптимальное соотношение длины и диаметра ферромагнитного сердечника, величина которого составляет 6 единиц. Полученные величины могут быть использованы как приближенные оценки для определения габаритов электромагнитов компенсаторов на начальных этапах его проектирования.

Список литературы: 1. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1975. – 248 с. 2. Розов В.Ю., Волохов С.А., Ерисов А.В. Электромагнитный компенсатор магнитных полей технических объектов // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2001. – № 15. – С. 191-197. 3. Курбатов П.А., Аринчин С.А. Численный расчет электромагнитных полей. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 168 с. 4. Айрян Э.А., Жидков Е.П., Федоров А.В. и др. Численные алгоритмы расчета магнитных систем ускорителей заряженных

частиц // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – Дубна: ОИЯИ, 1990. – Том 21. – №1. – С. 251-307. **5. Гордон А.В., Сливинская А.Г.** Поляризованные электромагниты. – М.-Л.: Энергия, 1964. – 120 с. **6. Аркадьев В.К.** Электромагнитные процессы в металлах. Ч. 1-2. – М.-Л.: ОНТИ, 1934. – Ч. 1. Постоянное электрическое и магнитное поле. – 230 с. **7. Гендлер М.Б., Розенблат М.А., Рубчинский А.А.** Магнитное состояние разветвленных сердечников произвольной конфигурации // Автоматика и телемеханика. – 1971. – №5. – С. 167-175. **8. Кифер И.И.** Испытания ферромагнитных материалов / *И.И. Кифер*. – 3-е изд. – М.: Энергия, 1969. – 360 с. **9. Калашиников С.Г.** Электричество. – М.: Наука, 1970. – 668 с. **10. Востроилов Р.С.** Расчет магнитных полей в кусочно-однородных средах // Тр. Новочерк. политех. ин-та, 1971. – Т. 236. – С. 14-18.



Король Елена Геннадьевна, ассистент кафедры "Электрические аппараты" Национального технического университета "ХПИ". Защитила диплом магистра с отличием в 2004 г. по специальности электрические машины и аппараты.

Научные интересы связаны с проблемой электромагнитной совместимости в части магнитных полей.



Лупников Валерий Сергеевич, профессор, доктор технических наук. Защитил диплом инженера, диссертации кандидата и доктора технических наук в Харьковском политехническом институте по специальности электрические машины и аппараты, соответственно в 1973, 1987 и 2004 гг. С 1973 по 1998 гг. работал в области магнетизма технических объектов. Заведующий кафедрой "Электрические аппараты" Национального технического университета "Харьковский политехнический институт" с 2005 г.

Научные интересы связаны с проблемами электромагнитной совместимости технических средств, магнетизмом технических объектов, магнитной левитацией, физическими полями электрических аппаратов.



Рудас Юрий Данилович, канд. техн. наук, старший научный сотрудник Научно-технического центра магнетизма технических объектов НАН Украины, Харьков. Окончил Харьковский государственный университет им. М. Горького в 1972 г. по специальности радиофизика.

Научные интересы связаны с проблемами магнетизма технических объектов и магнитной экологии.

*Поступила в редколлегию 19.04.2011
Рецензент д.т.н., проф. Болюх В.Ф.*