

УДК 621.3

*Н.Н. ВАЩЕНКО*, студентка, НТУ "ХПИ", Харьков  
*А.А. ПЕТКОВ*, канд. техн. наук, с.н.с., НТУ "ХПИ", Харьков

### **АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ИНДУКТИВНОСТИ КАТУШЕК С ВСТРЕЧНОЙ НАМОТКОЙ**

У роботі показано, що найбільшу точність обчислення індуктивності котушки із зустрічним намотуванням має метод підсумовування. Наведено співвідношення для визначення питомої індуктивності зустрічного намотування на один виток.

В работе показано, что наибольшей точностью вычисления индуктивности катушки с встречной намоткой обладает метод суммирования. Приведены соотношения для определения удельной индуктивности встречной намотки на один виток.

**Постановка проблемы.** В состав разрядных цепей высоковольтных импульсных испытательных установок входят высоковольтные резисторы, которые используются в качестве защитных и формирующих элементов. Особенности данных резисторов является то, что они должны адиабатически поглощать значительную энергию и иметь малую индуктивность. Этим требованиям удовлетворяют резисторы, проводящие элементы которых выполнены из металлов с высоким омическим сопротивлением, в частности мотаные проволочные резисторы. С целью уменьшения индуктивности мотаных резисторов часто применяются конструкции использующие встречную намотку проводящего элемента. Оптимальность принятых конструктивных решений резисторов определяется при прочих равных условиях точностью расчета их индуктивности.

**Анализ публикаций.** Для расчета собственных и взаимных индуктивностей катушек применяются два принципиально отличных друг от друга метода [1]: метод массивного витка и метод суммирования.

Метод массивного витка основан на том, что индуктивность катушки в  $\omega^2$  ( $\omega$  – количество витков катушки) раз больше, чем индуктивность массивного витка, имеющих такую же форму и размеры, как и исходная катушка. Соответственно взаимная индуктивность двух

катушек с количеством витков  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , в  $\omega_1 \cdot \omega_2$  раз больше взаимной индуктивности соответствующих массивных витков. В случае необходимости при расчете собственной индуктивности учитывается поправка на изоляцию проводов.

При расчете методом суммирования собственная индуктивность катушки вычисляется как сумма собственных и взаимных индуктивностей всех ее витков, а взаимная индуктивность двух катушек определяется как сумма взаимных индуктивностей всех витков одной катушки со всеми витками другой катушки.

В [2] рассмотрено определение собственных и взаимных индуктивностей катушек на основе численных методов вычисления интегральных выражений, описывающих индуктивные параметры катушек.

Определение эквивалентной индуктивности системы из двух катушек при различном их соединении рассмотрено в [3]. Описанные данные позволяют определить индуктивность катушки, образованной двумя параллельно соединенными проводами, намотанными встречно на один и тот же каркас, по известным собственным индуктивностям катушки каждой катушки и их взаимной индуктивности.

В [4] приведена оценка удельной индуктивности катушки с встречной намоткой (индуктивность на один виток), полученная экспериментальным путем для ограниченного набора намоточных данных.

Из проведенного анализа видно, что применительно к определению индуктивности катушек с встречной намоткой имеются общие методики расчета и экспериментальные соотношения для некоторых интервалов намоточных данных. Отсутствие конкретных рекомендаций, позволяющих непосредственно рассчитывать собственную индуктивность таких катушек в общем случае, вносит определенные сложности в процесс проектирования устройств, содержащих конструктивные элементы, использующих встречную намотку.

**Целью** настоящей работы является усовершенствование методики расчета индуктивности катушек с встречной намоткой.

**Материалы и результаты исследований.** Рассмотрим схему однослойной встречной намотки, показанную на рис. 1. Намотка осуществляется на изоляционный цилиндрический каркас диаметром  $d_k$  двумя проводами одинакового диаметра  $d_{пр}$ . Провода наматываются на каркас в противоположных направлениях с одинаковым шагом  $h$ .

Расчетный диаметр катушки  $d_{нам}$  и длина катушки  $A_{нам}$  определяются по следующим соотношениям:

$$d_{нам} = d_k + d_{пр}; \quad A_{нам} = \omega h, \quad (1)$$

где  $\omega$  – количество витков катушки (одного провода).

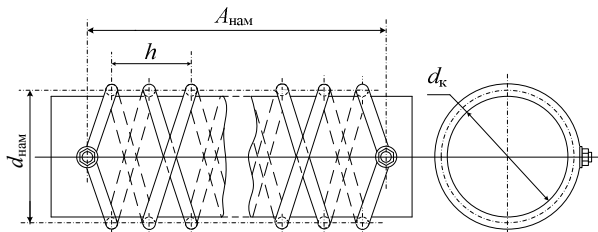


Рис. 1. Схема встречной однослойной намотки.

Индуктивность катушки с встречной однослойной намоткой может быть рассчитана с использованием различных методик.

Для расчетов индуктивности методом суммирования используем представление реальной спиральной намотки в виде кольцевых витков провода [1, 2]. Намотку в целом представим в виде двух катушек, расчетные кольцевые витки которых сдвинуты на половину шага намотки, как показано на рис. 2. Номера витков, включающие символ  $i$  принадлежат одной из катушек, а включающие символ  $j$  принадлежат другой. Направление токов в кольцевых витках изменяется поочередно.

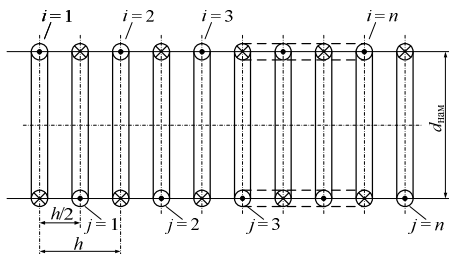


Рис. 2. Расчетная модель встречной однослойной намотки.

Индуктивность каждой из односторонних намоток определим следующим образом [1]:

$$L_{1(i)} = nL_i + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n M_{i,k}, \quad (2)$$

где  $L_i$  – индуктивность одного витка;  $M_{i,k}$  – взаимная индуктивность двух витков данной намотки.

$$\text{Согласно [1]} \quad L_i = f\left(\frac{d_{\text{нам}}}{2}, \frac{d_{\text{пр}}}{2}\right), \quad M_{i,k} = \Phi\left(\frac{d_{\text{нам}}}{2}, x_{i,k}\right),$$

где  $x_{i,k}$  – расстояние между  $i$ -ым и  $k$ -ым витками.

Можно показать, что для определения  $x_{i,k}$  при односторонней намотке имеет место следующее соотношение:

$$x_{i,k} = |i - k|h. \quad (3)$$

Учитывая, что обе катушки имеют одинаковые размеры и количество витков их индуктивность одинакова, т.е.  $L_2(j) = L_1(i)$ .

Взаимную индуктивность двух катушек определим по формуле [1]:

$$M = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n M_{i,j}, \quad (4)$$

где  $M_{i,j}$  – взаимная индуктивность между  $i$ -ым витком одной катушки и  $j$ -ым витком другой катушки.

Согласно [1],  $M_{i,j} = \Phi\left(\frac{d_{\text{нам}}}{2}, x_{i,j}\right)$ , где  $x_{i,j}$  – расстояние между  $i$ -ым витком одной катушки и  $j$ -ым витком другой катушки.

Можно показать, что для принятой геометрической модели намотки (рис. 2) определение  $x_{i,j}$  может производиться следующим образом:

$$x_{i,j} = q_{i,j}h, \quad (5)$$

где коэффициент  $q_{i,j}$  вычисляется по соотношению

$$q_{i,j} = \begin{cases} j - i + 0,5 & \text{если } j \geq i; \\ i - j - 0,5 & \text{если } i > j. \end{cases} \quad (6)$$

Использование соотношений (3), (5) и (6) позволило для метода суммирования разработать программу расчета собственной и взаимной индуктивности системы кольцевых витков, представленной на рис. 2, при произвольном количестве витков  $n$ .

Согласно [3] эквивалентная индуктивность двух параллельно включенных катушек с взаимной индукцией равна

$$L_{\text{эКВ}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}. \quad (7)$$

При одинаковых катушках (намоточных данных) и встречной намотке (магнитные потоки, создаваемые катушками вычитаются) выра-

жение (7) преобразуется к виду

$$L_{\text{экв}} = \frac{L - M}{2}. \quad (8)$$

Для оценки точности расчетов было проведено сравнение результатов различных методов определения собственной индуктивности встречной катушки с экспериментальными данными.

Индуктивность  $L$  в (8) определялась различными способами:

- как индуктивность соленоида  $L_s$  [1];
- как индуктивность соленоида с поправкой на изоляцию  $L_{si}$  [1];
- методом суммирования по выражению (2)  $L_{\text{сум}}$ .

Взаимная индуктивность  $M$  в (8) определялась следующим образом:

- аналитическим расчетом  $M_{\text{ар}}$  [1];
- методом суммирования по выражению (4)  $M_{\text{сум}}$ .

Следует отметить, что при расчете взаимной индуктивности двух катушек одинакового размера по формуле, приведенной в [1], при ряде комбинаций геометрических размеров имеет место низкая точность вычислений, а также в ряде случаев неопределенность, т.е. непосредственный расчет по методике, приведенной в [1], возможен не всегда и требует дополнительного анализа.

Для экспериментального определения индуктивности встречной катушки был использован измеритель индуктивности и емкости высокочастотный Е7-9 (рис. 3).



Рис. 3. Высокочастотный измеритель индуктивности и емкости Е7-9.

Измерения индуктивности проводились с использованием макета резистора, показанного на рис. 4. Погрешность измерений  $\Delta$  не превышала: при измеряемой индуктивности от 0,1 мкГн до 1 мкГн –  $\Delta = \pm 0,035$  мкГн; при измеряемой индуктивности от 1 мкГн до 10 мкГн –  $\Delta = \pm 0,115$  мкГн; при измеряемой индуктивности от 10

мкГн до 100 мкГн –  $\Delta = \pm 1,15$  мкГн.

В эксперименте измерялись:  $L_1$  – индуктивность первой катушки,  $L_2$  – индуктивность второй катушки,  $L_{\text{экв} 1}$  – эквивалентная индуктивность двух последовательно соединенных катушек при согласном включении,  $L_{\text{экв} 2}$  – эквивалентная индуктивность двух параллельно соединенных катушек при встречном включении (собственная индук-

тивность катушки с встречной намоткой).

В соответствии с [3], эквивалентная индуктивность двух последовательно соединенных катушек при согласном включении равна

$$L_{\text{эКВ}1} = L_1 + L_2 + 2M_{1,2}, \quad (9)$$

откуда

$$M_{1,2} = \frac{L_{\text{эКВ}1} - L_1 - L_2}{2}, \quad (10)$$

где  $M_{1,2}$  – взаимная индуктивность первой и второй катушек, определяемая по результатам измерений  $L_{\text{эКВ}1}$ ,  $L_1$  и  $L_2$ .



Рис. 4. Макет резистора для экспериментального определения индуктивности

где  $\omega = 3-26$ ; диаметр каркаса  $d_k = 57-85$  мм, шаг намотки  $h = 5-20$  мм, диаметр проволоки  $d_{\text{пр}} = 0,5$  мм.

Характерные результаты расчетов и измерений собственных и взаимных индуктивностей отдельных катушек приведены на рис. 5 и рис. 6. Как видно из рис. 5, индуктивность катушки в исследованном диапазоне намоточных данных, рассчитанная методом суммирования, имеет наименьшее отклонение от экспериментальных данных, что обосновывает целесообразность его применения для расчета собственной индуктивности.

Расчеты показывают, что индуктивность катушки, определенная как индуктивность соленоида с поправкой на изоляцию близка к индуктивности, определенной по методу суммирования.

Данные, приведенные на рис. 6, показывают, что взаимная индуктивность, определенная методом суммирования и расчетом по аналитическому выражению достаточно близки к значениям, полученным из эксперимента. Однако, учитывая особенности расчета по аналитическому выражению, указанные выше, для расчета взаимной индуктивности в общем случае также целесообразно применять метод суммирования.

На рис. 7 приведены характерные данные расчета индуктивности встречной намотки  $L_{\text{встр сум}}$  по (8), при определении входящих величин методом суммирования, и измеренных значений эквивалентной индук-

тивности двух параллельно соединенных катушек при встречном включении  $L_{\text{встр.эксп}} = L_{\text{экв 2}}$ .

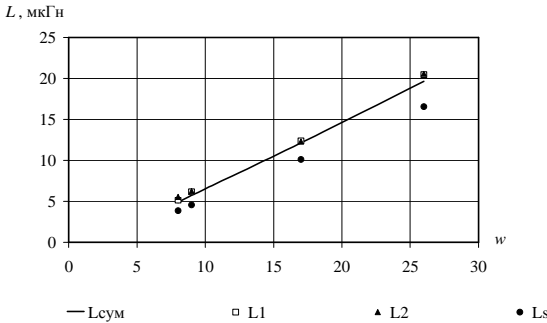


Рис. 5. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по индуктивности катушек при  $d_n = 86$  мм,  $h = 10$  мм,  $d_{\text{пр}} = 0,5$  мм.

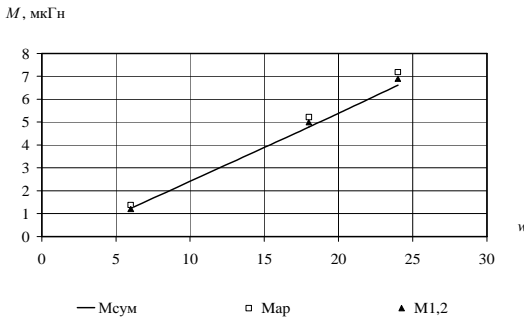


Рис. 6. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по взаимной индуктивности катушек при  $d_n = 58$  мм,  $h = 10$  мм,  $d_{\text{пр}} = 0,5$  мм.

Как показали расчеты, отклонение расчетных и измеренных значений в значительной мере зависит от шага намотки и при  $\omega = 3-10$  может достигать значений 20 %, но, начиная с  $\omega = 10$ , при исследованных диаметрах и шагах намотки отклонение не превышает 10 %. Имеется тенденция к уменьшению отклонения по мере уменьшения отношения  $h/d_n$ . Учитывая относительную сложность вычисления с использованием метода суммирования и относительно малые значения индуктивности встречной намотки, для оценочных расчетов имеется возможность использо-

вать, как показано в [4], удельную индуктивность на один виток  $L_{\text{уд}}$ . При этом индуктивность встречной намотки определяется как

$$L_{\text{встр}} = L_{\text{уд}} \omega. \quad (11)$$

На рис. 8 приведены графики изменения удельной индуктивности в зависимости от шага и диаметра намотки.

Аналитически зависимости, приведенные на рисунке, описываются следующими выражениями ( $h$  подставляется в мм, удельная индуктивность имеет размерность нГн / виток):

– для  $d_n = 86$  мм

$$L_{уд} = 26,15\ln(h) + 21,1; \quad (12)$$

– для  $d_n = 58$  мм

$$L_{уд} = 17,33\ln(h) + 14,5. \quad (13)$$

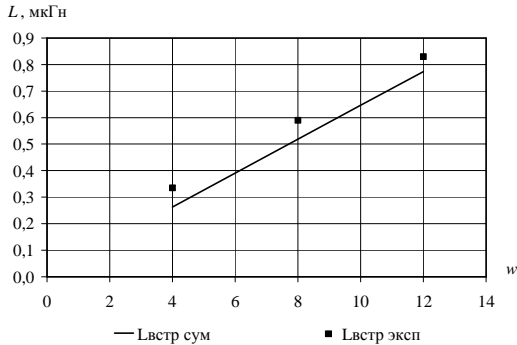


Рис. 7. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по индуктивности встречной катушки при  $d_n = 58$  мм,  $h = 20$  мм,  $d_{пр} = 0,5$  мм.

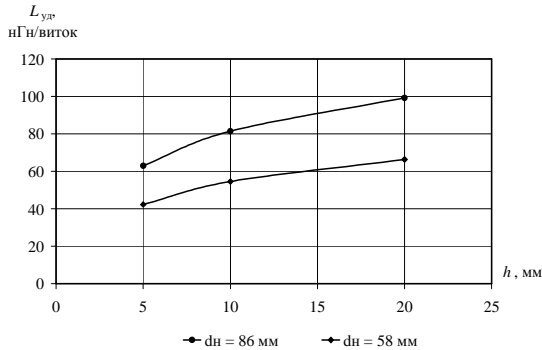


Рис. 8. Удельная индуктивность при различных диаметрах катушки.

Значения  $L_{уд}$  для промежуточных значений диаметров катушки могут быть определены линейной интерполяцией данных, полученных по (12), (13) при известном шаге катушки или по графикам, показанным на рис. 8.

### Выводы

1. Показано, что наибольшей точностью вычисления индуктивно-



сти встречной намотки обладает метод суммирования.

2. Для вычисления методом суммирования взаимных индуктивностей круговых витков, моделирующих одну и две катушки при произвольном количестве витков, предложены соотношения определяющие расстояния между витками.

3. Уточнено известное значение удельной индуктивности встречной намотки за счет учета изменения шага и диаметра намотки.

**Список литературы:** 1. *Калантаров И.Л.* Расчет индуктивностей: Справочная книга / И.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с. 2. *Немцов М.В.* Справочник по расчету катушек индуктивности / М.В. Немцов – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 192 с. 3. *Матханов П.Н.* Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи / Матханов П.Н. – М.: Высш. школа, 1972. – 336 с. 4. *Петков А.А.* Расчет и проектирование защитных резисторов емкостных накопителей энергии: учеб.-метод. пособие / А.А. Петков. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2009. – 67 с.



**Вашенко Наталия Николаевна** студентка. Защитила диплом бакалавра в национальном техническом университете "Харьковский политехнический институт", по специальности техника и электрофизика высоких напряжений в 2009 г.



**Петков Александр Александрович**, старший научный сотрудник, кандидат технических наук. Защитил диплом инженера, диссертацию кандидата технических наук в Харьковском политехническом институте по специальности техника сильных электрических и магнитных полей, соответственно в 1977 и 2004 гг. Ведущий научный сотрудник НИПКИ "Молния", доцент кафедры "Инженерная электрофизика" Национального технического университета "Харьковский политехнический институт".

Научные интересы связаны с проблемами техники сильных электрических и магнитных полей и компьютеризированного контроля знаний.

*Поступила в редколлегию 01.12.2010  
Рецензент д.т.н., проф. Рудаков В.В.*