

С.В. ГРИНЧЕНКО, н.с., Институт ионосферы, Харьков

ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ОБЛАСТЕЙ E, F1, F2 ПО ХАРАКТЕРНЫМ ТОЧКАМ МАКСИМУМОВ СЛОЁВ И ДОЛИН

Використання в аерономічних обчисленнях експериментальних даних електронної концентрації, представлених у вигляді значень на дискретних висотах, потребує їх попереднього згладжування і безперервної апроксимації. Для розв'язання цієї задачі запропоновано алгоритм побудови профілю електронної концентрації за його характерними параметрами.

Использование в аэрономических расчётах экспериментальных данных электронной концентрации, представленных в виде значений на дискретных высотах, требует их предварительного сглаживания и непрерывной аппроксимации. Для решения этой задачи предложен алгоритм построения профиля электронной концентрации по его характерным параметрам.

Using of experimental data of electron density, presented in the form of values at discrete heights, for aeronomy calculations demands their preliminary smoothing and continuous approximation. To solve this problem the algorithm of construction of electron density profile under its characteristics is offered.

Постановка задачі. Для решения ряда прикладных геофизических задач необходимо сглаживание экспериментальных профилей электронной концентрации $n_e(h)$ дифференцируемыми функциями. Сглаженные значения $n_e(h, t)$ должны быть непрерывно изменяющимися не только по высоте, но и во времени. Высотно-временные изменения электронной концентрации должны иметь физический характер: на определённых высотных участках и временных интервалах функции должны сохранять монотонность, а при некоторых заранее определённых значениях h и t должны иметь экстремумы.

Целью данной работы является создание алгоритма построения высотного профиля электронной концентрации в диапазоне 90 – 400 км, охватывающего E, F1 и F2-слои.

Обзор литературы. Построению профиля электронной концентрации выше области F2 посвящена работа [1]. Особенность профиля электронной концентрации $n_e(h)$ внешней ионосферы заключается в изменении с высотой шкалы высот – величины H , характеризующей экспоненциальную зависимость $n_e(h)$.

При описании профиля в окрестности максимума электронной концентрации в прикладных задачах распространения радиоволн часто используют уравнение параболического слоя [2]:

$$n_e(h) = n_{em} F2 \left[1 - \left(\frac{h - h_m F2}{H} \right)^2 \right], \text{ где } H \text{ – полутолщина параболы, т.е.}$$

половина расстояния между высотами, на которых электронная концентрация равна нулю; $n_{em}F2$ – значение электронной концентрации на высоте h_mF2 максимума области F2.

Для описания эмпирической модели ионосферы области F2 в ГОСТах СССР [3, 4, 5] используется формула

$$n_e(h) = n_{em}F2 \exp\left(1 + \frac{h_mF2 - h}{H} - \exp\frac{h_mF2 - h}{H}\right).$$

Можно показать, что при больших значениях h формула имеет экспоненциальное распределение, характеризующееся постоянной шкалой высот H .

В [3, 4, 5] также приведена формула для описания профиля электронной концентрации при наличии E, F1, F2-слоёв:

$$\begin{aligned} n_e(h) = & n_{em}F2 \exp\left(1 + \frac{h_mF2 - h}{H} - \exp\frac{h_mF2 - h}{H}\right) + \\ & + n_{em}F1 \exp\left(0.5 + \frac{h_mF1 - h}{68} - 0.5 \exp\frac{h_mF1 - h}{34}\right) + \\ & + n_{em}E \exp(0.5 + 0.05(h_mE - h) - 0.5 \exp[0.1(h_mE - h)]). \end{aligned}$$

Отметим, что в этой формуле числовые коэффициенты $n_{em}F2$, h_mF2 , $n_{em}F1$, h_mF1 , $n_{em}E$, h_mE вовсе не являются значениями электронной концентрации и высоты максимума слоёв F2, F1 и E, а вычисляются согласно сложным эмпирическим формулам, приведенным в ГОСТах СССР.

Анализ формулы электронной концентрации $n_e(h)$ области F2 ГОСТ СССР. Проанализируем формулу

$$n_e(h) = n_{em}F2 \exp\left(1 + \frac{h_mF2 - h}{H} - \exp\frac{h_mF2 - h}{H}\right),$$

или

$$\ln n_e(h) = \ln n_{em}F2 + 1 + \frac{h_mF2 - h}{H} - \exp\frac{h_mF2 - h}{H}.$$

На высоте $h=h_mF2$ главного максимума логарифм электронной концентрации $\ln n_e(h_mF2) = \ln n_{em}F2 + 1 + 0 - 1 = \ln n_{em}F2$. Производная

$\frac{d}{dh} \ln n_e(h) = \frac{1}{H} \left(\exp\frac{h_mF2 - h}{H} - 1 \right)$. Так как при $h = h_mF2$ производная

$$\frac{d}{dh} \ln n_e(h) = 0, \quad \text{при} \quad h > h_mF2 \quad \frac{d}{dh} \ln n_e(h) < 0, \quad \text{при} \quad h < h_mF2$$

$\frac{d}{dh} \ln n_e(h) > 0$, то значение $h = h_m F2$ является высотой максимума функции $n_e(h)$.

При $h \gg h_m F2$ функция $\ln n_e(h) \cong \ln n_{em} F2 + 1 - \frac{h}{H}$, т.е. распределение $n_e(h)$ имеет экспоненциальный характер.

Величину H называют полутолщиной слоя F2. Для того, чтобы выяснить смысл величины H , проведём следующие элементарные вычисления. На высоте $h = h_m F2 + H$ получаем:

$$\begin{aligned} \ln n_e(h_m F2 + H) &= \ln n_{em} F2 + 1 - \exp(-1) = \ln n_{em} F2 - e^{-1}; \\ \ln n_{em} F2 - \ln n_e(h_m F2 + H) &= e^{-1} \approx 0.3679; \\ \frac{n_{em} F2}{n_e(h_m F2 + H)} &= e^{e^{-1}} \approx 1.4447. \end{aligned}$$

На высоте $h = h_m F2 - H$ ниже высоты главного максимума:

$$\begin{aligned} \ln n_e(h_m F2 - H) &= \ln n_{em} F2 + 1 + 1 - \exp(1) = \ln n_{em} F2 + 2 - e; \\ \ln n_{em} F2 - \ln n_e(h_m F2 - H) &= e - 2 \approx 0.7183; \\ \frac{n_{em} F2}{n_e(h_m F2 - H)} &= e^{e-2} \approx 2.0509. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \lg n_{em} F2 - \lg n_e(h_m F2 + H) &= \frac{e^{-1}}{\ln 10} \approx 0.1598, \\ \lg n_{em} F2 - \lg n_e(h_m F2 - H) &= \frac{e-2}{\ln 10} \approx 0.3119. \end{aligned}$$

Как видим, верхняя часть построенного профиля электронной концентрации шире нижней части.

Обобщение формулы $n_e(h)$ области F2. Так как величина H не позволяет отдельно описывать полутолщины верхней и нижней частей профиля электронной концентрации области F2, опишем профиль $n_e(h)$ формулой более общего вида:

$$n_e(h) = n_{em} F2 \exp\left(A + \frac{h_m F2 - h}{B} - C \exp\frac{h_m F2 - h}{D}\right),$$

$$\text{или } \ln n_e(h) = \ln n_{em} F2 + A + \frac{h_m F2 - h}{B} - C \exp\frac{h_m F2 - h}{D}.$$

В этом случае $\ln n_e(h_m F2) = \ln n_{em} F2 + A + 0 - C = \ln n_{em} F2$, следовательно, $A=C$ и формула принимает вид:

$$n_e(h) = n_{em} F2 \exp\left(A + \frac{h_m F2 - h}{B} - A \exp\frac{h_m F2 - h}{D}\right),$$

или $\ln n_e(h) = \ln n_{em} F2 + A + \frac{h_m F2 - h}{B} - A \exp\frac{h_m F2 - h}{D}$.

Производная $\frac{d}{dh} \ln n_e(h) = -\frac{1}{B} + A \exp\frac{h_m F2 - h}{D} \frac{1}{D}$. Так как при

$h = h_m F2$ производная $\frac{d}{dh} \ln n_e(h) = -\frac{1}{B} + \frac{A}{D} = 0$, то $A \cdot B = D$. Тогда

$$\begin{aligned} \ln n_e(h) &= \ln n_{em} F2 + A + A \frac{h_m F2 - h}{D} - A \exp\frac{h_m F2 - h}{D} = \\ &= \ln n_{em} F2 + A \left(1 + \frac{h_m F2 - h}{D} - \exp\frac{h_m F2 - h}{D}\right), \\ n_e(h) &= n_{em} F2 \exp\left(A \left(1 + \frac{h_m F2 - h}{D} - \exp\frac{h_m F2 - h}{D}\right)\right). \end{aligned}$$

Полученная формула является более общей для описания профиля электронной концентрации главного максимума. В этой формуле присутствует 4 коэффициента: $h_m F2$, $n_{em} F2$, A и D . Два из них являются геометрическими параметрами профиля $n_e(h)$: $h_m F2$ – высота главного максимума, $n_{em} F2$ – значение электронной концентрации в максимуме слоя. Введём в рассмотрение верхнюю полутолщину t_u , под которой будем понимать изменение высоты вверх от $h_m F2$, при котором концентрация электронов уменьшается в 2 раза, и соответственно нижнюю полутолщину t_l . Значения коэффициентов A и D определяются уравнениями:

$$\begin{cases} \frac{n_{em} F2}{n_e(h_m F2 + t_u)} = 2 \\ \frac{n_{em} F2}{n_e(h_m F2 - t_l)} = 2 \end{cases}, \text{ т.е. } \begin{cases} A \left(1 - \frac{t_u}{D} - \exp\left(-\frac{t_u}{D}\right)\right) = -\ln 2 \\ A \left(1 + \frac{t_l}{D} - \exp\frac{t_l}{D}\right) = -\ln 2 \end{cases}.$$

Отсюда $1 - \frac{t_u}{D} - \exp\left(-\frac{t_u}{D}\right) = 1 + \frac{t_l}{D} - \exp\frac{t_l}{D}$, $\exp\frac{t_l}{D} - \exp\left(-\frac{t_u}{D}\right) = \frac{t_l}{D} + \frac{t_u}{D}$,

$$e^{\frac{t_l}{D}} - e^{-\frac{t_u}{D}} = \frac{t_l + t_u}{D}.$$

Для вычисления коэффициента D решим уравнение $f(D) = e^{\frac{t_l}{D}} - e^{-\frac{t_u}{D}} - \frac{t_l + t_u}{D} = 0$. Согласно метода касательных решение найдём по

итерационной формуле: $D_{k+1} = D_k - \frac{f(D_k)}{f'(D_k)}$, где производная

$$f'(D) = e^{\frac{t_l}{D}} \left(-\frac{t_l}{D^2} \right) - e^{-\frac{t_u}{D}} \frac{t_u}{D^2} + \frac{t_l + t_u}{D^2} = -\frac{t_l}{D^2} e^{\frac{t_l}{D}} - \frac{t_u}{D^2} e^{-\frac{t_u}{D}} + \frac{t_l + t_u}{D^2}.$$

Начальное приближение D_0 найдём, используя степенные разложения:

$$e^{\frac{t_l}{D}} = 1 + \frac{t_l}{D} + \frac{t_l^2}{2D^2} + \frac{t_l^3}{6D^3} + \dots, \quad e^{-\frac{t_u}{D}} = 1 - \frac{t_u}{D} + \frac{t_u^2}{2D^2} - \frac{t_u^3}{6D^3} + \dots$$

Подставляя эти разложения в уравнение $e^{\frac{t_l}{D}} - e^{-\frac{t_u}{D}} = \frac{t_l + t_u}{D}$, получаем:

$$\left(1 + \frac{t_l}{D_0} + \frac{t_l^2}{2D_0^2} + \frac{t_l^3}{6D_0^3} \right) - \left(1 - \frac{t_u}{D_0} + \frac{t_u^2}{2D_0^2} - \frac{t_u^3}{6D_0^3} \right) = \frac{t_l + t_u}{D_0},$$

$$\frac{t_l^2}{2D_0^2} + \frac{t_l^3}{6D_0^3} - \frac{t_u^2}{2D_0^2} + \frac{t_u^3}{6D_0^3} = 0, \quad t_l^2 + \frac{t_l^3}{3D_0} - t_u^2 + \frac{t_u^3}{3D_0} = 0,$$

$$\frac{t_l^3 + t_u^3}{3D_0} = t_u^2 - t_l^2, \quad \text{отсюда } D_0 = \frac{t_l^3 + t_u^3}{3(t_u^2 - t_l^2)}.$$

Таким образом, коэффициенты A и B являются функциями параметров t_u и t_l : $A = A(t_u, t_l)$, $B = B(t_u, t_l)$. На рис. 1 приведен пример построения профиля электронной концентрации при $h_m F2 = 260$ км, $\lg n_{em} F2 = 5.75$ ($[n_{em} F2] = \text{см}^{-3}$), $t_u = 90$ км и $t_l = 70$ км.

Построение профиля электронной концентрации, содержащего F2, F1, E-слои. Рассмотрим задачу построения высотного профиля электронной концентрации нижней части ионосферы по высотам $h_m E$, $h_m F1$, $h_m F2$ максимумов концентрации электронов слоёв E, F1, F2, высотам $h_v E$, $h_v F1$ минимумов электронной концентрации долин слоёв E, F1, а также соответствующим значениям $n_{em} E$, $n_{em} F1$, $n_{em} F2$, $n_{ev} E$, $n_{ev} F1$ концентрации электронов. Для описания профиля электронной концентрации воспользуемся формулой вида

$$n_e(h) = n_{em} F2 \exp \left(1 + \frac{h_m F2 - h}{HF2} - \exp \frac{h_m F2 - h}{HF2} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + n_{em} F1 \exp \left(1 + \frac{h_m F1 - h}{HF1} - \exp \frac{h_m F1 - h}{HF1} \right) + \\
& + n_{em} E \exp \left(1 + \frac{h_m E - h}{HE} - \exp \frac{h_m E - h}{HE} \right).
\end{aligned}$$

Естественно, полученный профиль будет иметь значения в максимумах слоёв значения, отличные от $n_{em}F2$, $n_{em}F1$, $n_{em}F2$. Высоты максимумов слоёв также будут отличаться от h_mF2 , h_mF1 и h_mE . Путём введения корректирующих функций, сжимающих и растягивающих профиль вдоль осей h и n_e легко получить не только заданные параметры максимумов слоёв, но и заданные наперёд параметры долин. Более того легко скорректировать полутолщины не только слоя F2, но и слоёв E и F1. Вид корректирующих функций носит технический характер, поэтому на нём останавливаться не будем.

Для демонстрации работоспособности алгоритма построения профиля зададим следующие значения входных параметров: $h_mE = 110$ км, $h_mF1 = 180$ км, $h_mF2 = 260$ км, $h_vE = 120$ км, $h_vF1 = 190$ км, $\lg n_{em}E = 4.1$, $\lg n_{em}F1 = 5.4$, $\lg n_{em}F2 = 5.8$, $\lg n_{ev}E = 3.9$, $\lg n_{ev}F1 = 5.35$ ($[n_e] = \text{см}^{-3}$). Результаты расчёта представлены на рис. 2 и показывают соответствие рассчитанного профиля электронной концентрации заданным характерным точкам профиля.

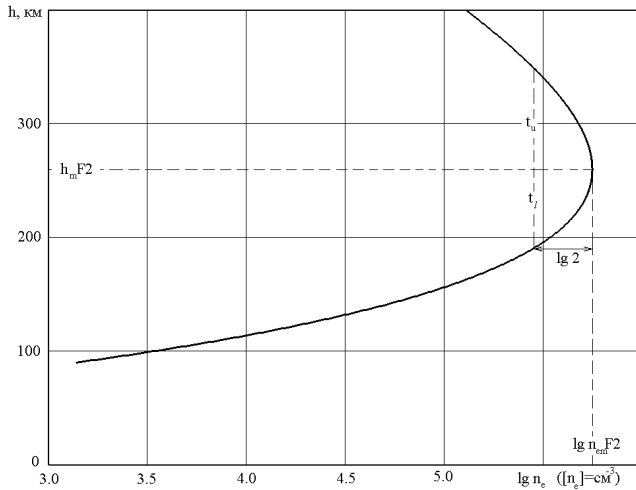


Рис. 1. Геометрические параметры профиля электронной концентрации F2-области

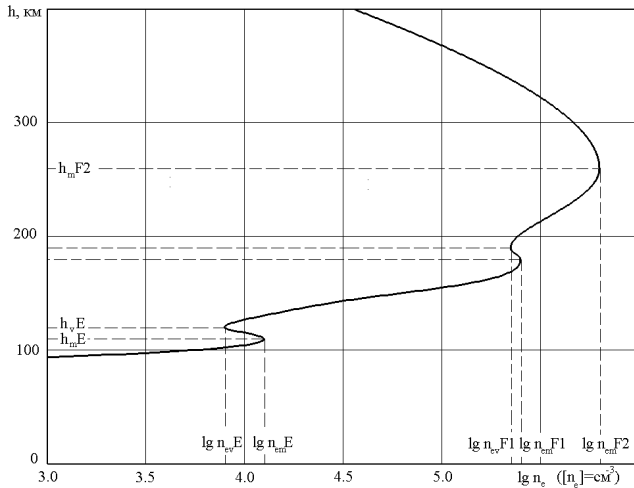


Рис. 2. Характерные точки профиля электронной концентрации, содержащего E, F1 и F2-слои

Выводы. Для сглаживания экспериментальных профилей электронной концентрации области F2 целесообразно использовать предложенный алгоритм построения профиля по его геометрическим параметрам: h_mF2 , $n_{em}F2$, t_u и t_l . Для сглаживания профиля электронной концентрации, имеющего помимо главного максимума (слоя F2) E и F1-слои, можно воспользоваться предложенным алгоритмом построения профиля по характеристикам его слоёв и долин. Принципиальное отличие предложенных алгоритмов построения профилей электронной концентрации $n_e(h)$ от известных заключается в том, что параметры, задающие профиль $n_e(h)$, являются визуально наглядными и легко определяются из экспериментальных данных.

Список литературы: 1. Гринченко С.В. Построение профиля электронной концентрации по его геометрическим параметрам при моделировании области F2 и внешней части ионосферы // Космічна наука і технологія. – 2010 – 16, № 5. – С. 38 – 45. 2. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. – М.: Мир, 1973. – 504 с. 3. Ионосфера Земли. Динамическая модель электронной концентрации на высоких широтах. ГОСТ 25645.140-86. Государственный комитет СССР по стандартам. – М.: Издательство стандартов, 1986. – 8 с. 4. Ионосфера Земли. Динамическая модель электронной концентрации на средних и низких широтах. ГОСТ 25645.141-86. Государственный комитет СССР по стандартам. – М.: Издательство стандартов, 1986. – 20 с. 5. Ионосфера Земли. Модель глобального распределения электронной концентрации. ГОСТ 25645.142-86. Государственный комитет СССР по стандартам. – М.: Издательство стандартов, 1986. – 13 с.

Поступила в редколлегию 04.06.2011