

*А.В. ФИСУН*, м.н.с., Институт ионосферы, Харьков;

*Т.А. СКВОРЦОВ*, д-р техн. наук, с.н.с., Институт ионосферы, Харьков

## **ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТА ФАРАДЕЯ В ЛИНЕЙНОМ ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ БАЗИСЕ ПРИ ЧАСТИЧНО ПОЛЯРИЗОВАННОМ СИГНАЛЕ**

Синтезирован алгоритм оптимальной оценки эффекта Фарадея при наблюдении частично поляризованного сигнала в линейном поляризационном базисе. Сигнал наблюдается на выходах радиоприемных устройств, подключенных непосредственно к ортогональным вибраторам антенны.

**Ключевые слова:** эффект Фарадея, поляризационный базис, разность фаз, деполяризация, корреляционная матрица, функция правдоподобия.

Синтезовано алгоритм оптимальної оцінки ефекту Фарадея при спостереженні частково поляризованого сигналу в лінійному поляризаційному базисі. Спостереження сигналу ведеться на виходах радіоприймальних пристроїв, підключених безпосередньо до ортогональних вібраторів антени.

**Ключові слова:** ефект Фарадея, поляризаційний базис, різниця фаз, деполяризація, кореляційна матриця, функція правдоподібності.

An optimal algorithm for estimation of Faraday Effect observing a partially polarized signal in linear polarization basis is synthesized. A signal is observing at the outputs of the radio receivers that are connected directly to the orthogonal vibrators antenna.

**Keywords:** Faraday rotation, polarization base, phase shift, depolarization, correlation matrix, plausibility function.

**Введение.** В различных приложениях радиотехники встречаются ситуации, когда полезная информация содержится в поляризационных параметрах принимаемой волны. В частности, изменение наклона поляризационного эллипса в ионосфере вследствие эффекта Фарадея содержит информацию о концентрации электронов [1].

Измерение поляризационных параметров усложняется, если волна является частично поляризованной. В частности, деполяризация сигнала наблюдается при зондировании ионосферы методом некогерентного рассеяния длинными импульсами.

В работах [2, 3] приведен алгоритм оптимальной оценки разности фаз обыкновенной и необыкновенной волн при частично поляризованном сигнале при наблюдении сигнала в круговом поляризационном базисе (что равносильно измерению эффекта Фарадея).

Однако для наблюдения в круговом базисе необходимо подключить ортогональные вибраторы к приемникам через волноводный мост. При этом качество оценки зависит от качества развязки плеч моста. В частности, в

работе [4] указывается, что погрешности развязки плеч моста являются одной из главных причин ошибок измерения указанной разности фаз.

Поэтому актуальной является задача разработки алгоритма оценки эффекта Фарадея при наблюдении в линейном поляризационном базисе, то есть при подключении приемников непосредственно к ортогональным вибраторам. При этом целесообразно провести математический синтез оптимального алгоритма по критерию максимального правдоподобия.

**Целью статьи** является синтез оптимального алгоритма оценки эффекта Фарадея при частично поляризованном сигнале.

**Синтез оценки угла наклона поляризационного эллипса.** При частично поляризованном сигнале сигналы на выходе приемников, подключенных к ортогональным вибраторам, имеют вид

$$\begin{aligned} s_1(t) &= U(t)\cos[\omega t + u(t) + \Phi] + V(t)\cos[\omega t + v(t) - \Phi], \\ s_2(t) &= -U(t)\sin[\omega t + u(t) + \Phi] + V(t)\sin[\omega t + v(t) - \Phi], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U$ ,  $V$ ,  $u$ ,  $v$  – случайные амплитуды и фазы составляющих с круговой поляризацией,  $\Phi$  – постоянное во времени среднее смещение по фазе, определяющее средний угол наклона поляризационного эллипса.

При приеме из сигналов (1) формируются в квадратурные составляющие, которые дискретизируются во времени так, что наблюдаемые процессы имеют вид

$$\begin{aligned} y_{1k} &= s_{1k} + n_{1k}, \\ y_{2k} &= s_{2k} + n_{2k}, \\ y_{3k} &= s_{1k} + n_{3k}, \\ y_{4k} &= s_{2k} + n_{4k}, \end{aligned} \quad (2)$$

где сигналы имеют вид

$$\begin{aligned} s_{1k} &= s_1 \cos \omega t = 0.5\{U_k \cos(u_k + \Phi_i) + V_k \cos(v_k - \Phi_i)\}, \\ s_{2k} &= s_2 \cos \omega t = 0.5\{-U_k \cos(u_k + \Phi_i) + V_k \sin(v_k - \Phi_i)\}, \\ s_{3k} &= s_1 \sin \omega t = -0.5\{U_k \cos(u_k + \Phi_i) + V_k \sin(v_k - \Phi_i)\}, \\ s_{4k} &= s_2 \sin \omega t = 0.5\{-U_k \cos(u_k + \Phi_i) + V_k \cos(v_k - \Phi_i)\}, \end{aligned} \quad (3)$$

$n_{1k}$ ,  $n_{2k}$ ,  $n_{3k}$ ,  $n_{4k}$  – некоррелированные во времени и между собою шумы приемников.

Полагаем, что дискретизация производится в соответствии с теоремой Котельникова так, что отсчеты сигналов (3) также взаимно некоррелированы во времени. Кроме того полагаем, что процессы (2)

являются нормальными. Тогда логарифм функции правдоподобия (ЛФП) вектора  $Y_k = \{y_{1k}, y_{2k}, y_{3k}, y_{4k}\}$  имеет вид

$$L_k = -2 \ln(2\pi) - 2 \ln(\det R) - \frac{1}{2} Y_k R^{-1} Y_k^T, \quad (4)$$

а ЛФП выборки для  $M$  моментов времени

$$L = \sum_{k=1}^M L_k. \quad (5)$$

Вычисляя корреляционную матрицу  $R$  вектора  $Y_k$  на основании (2), (3), получим

$$R = \begin{pmatrix} A & -C & 0 & -D \\ -C & B & D & 0 \\ 0 & D & A & -C \\ -D & 0 & -C & B \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где  $A = 0.25P(1 + \rho \cos 2\Phi) + 0.5P_1$ ,

$B = 0.25P(1 - \rho \cos 2\Phi) + 0.5P_2$ ,

$C = 0.25P\rho \sin(2\Phi)$ ,

$D = 0.25mP$ ,

$P = P_+ + P_-$  – средняя мощность сигнала,  $P_+$  и  $P_-$  – средние мощности

компонент с круговой поляризацией,  $m = \frac{P_+ - P_-}{P}$ ,  $P_1$  и  $P_2$  – мощности шумов

приемников,  $\rho = \frac{\langle UV \rangle [\cos(u - v)]}{2\sqrt{P_+ P_-}}$  – нормированная взаимная корреляционная

функция компонент с круговой поляризацией.

Обращая матрицу (6), получим

$$R^{-1} = \frac{\alpha}{\sqrt{\det R}}, \quad (7)$$

где  $\alpha = \begin{vmatrix} B & C & 0 & D \\ C & A & -D & 0 \\ 0 & -D & B & C \\ D & 0 & C & A \end{vmatrix}$ ,  $\det R = (AB - C^2 - D^2)^2$ ,

$$\sqrt{\det R} = \left(\frac{P}{4}\right)^2 (1 - \rho^2 - m^2) + \frac{PP_1}{8} (1 - \rho \cos 2\Phi) + \frac{PP_2}{8} (1 + \rho \cos 2\Phi).$$

При одинаковых шумах приемников ( $P_1 = P_2$ ) величина

$\sqrt{\det R} = \left(\frac{P}{4}\right)^2 (1 - \rho^2 - m^2) + \frac{PP_1}{4}$  не зависит от параметра  $\Phi$ . Тогда для

нахождения оценки следует минимизировать величину

$$L_1 = \sum_{k=1}^M Y_k \alpha Y_k^T. \quad (8)$$

Приравнявая производную (8) по параметру  $\Phi$  нулю, получим

$$\frac{\partial L_1}{\partial \Phi} = \sum_{k=1}^M Y_k \frac{\partial \alpha}{\partial \Phi} Y_k^T = 0. \quad (9)$$

После подстановки производных и раскрытия матричного произведения получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_1}{\partial \Phi} = \sin 2\Phi & \left[ \sum_{k=1}^M (y_{1k}^2 + y_{3k}^2) - \sum_{k=1}^M (y_{2k}^2 + y_{4k}^2) \right] + \\ & + 2 \cos 2\Phi \sum_{k=1}^M (y_{1k} y_{2k} + y_{3k} y_{4k}), \end{aligned} \quad (10)$$

откуда получаем оценку максимального правдоподобия

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{2} \arctg \frac{2 \sum_{k=1}^M (y_{1k} y_{2k} + y_{3k} y_{4k})}{\sum_{k=1}^M (y_{1k}^2 + y_{3k}^2) - \sum_{k=1}^M (y_{2k}^2 + y_{4k}^2)}. \quad (11)$$

**Выводы.** В статье получен оптимальный по критерию максимального правдоподобия алгоритм измерения угла поворота наклона поляризационного эллипса частично поляризованного сигнала. Алгоритм, в частности, может быть использован при измерении концентрации электронов в ионосфере методом некогерентного рассеяния.

**Список литературы:** 1. Григоренко Е.И. Исследования ионосферы по наблюдениям эффекта Фарадея при некогерентном рассеянии радиоволн / Е.И. Григоренко // Ионосферные исследования. – 1979. – № 27 – С. 60-73. 2. Ткачев Г.Н. Измерение разности фаз между флуктуирующими сигналами, принятыми на ортогонально поляризованные антенны / Г.Н. Ткачев, Т.А. Скворцов, В.Д. Карлов // Радиотехника. Республиканский межведомственный научно-технический сборник. – 1982. – Вып. 60. – С. 57-67. 3. Карлов В.Д. Оценка точности измерения угла фарадеевского вращения плоскости поляризации некогерентно рассеянного сигнала при использовании двухканального фазоизмерителя / Карлов В.Д., Корняков С.А., Карлов Д.В., Ефимова О.В. // Системи управління, навігації і зв'язку. – 2010. – № 2(14). – С. 51-53. 4. Эванс Дж.В. Теоретические и практические вопросы исследования ионосферы методом некогерентного рассеяния радиоволн / Дж.В. Эванс // ТИИЭР. – 1969. – Т. 57, № 4. – С. 139-175.

Поступила в редколлегию 29.03.2013