переопределению спискового описания заданного графа с учетом новой нумерации вершин, т.е. осуществить построение изоморфного графа.

4. Вычислить критерия качества для нового описания графа.

Для исследования эффективности предложенного подхода используем следующие метрики: лексикографическую, инверсную, цепную[1], алфавитную[2] или транспозиционную[3].

Рассмотрим принципы определения расстояния для каждой метрики.

Цепная метрика. В цепной метрике расстояние между перестановками выводится как минимальное число разрезов, которое необходимо сделать в одной из перестановок, чтобы из нее составить вторую перестановку. Из определения следует, что максимальное расстояние между перестановками из n символов в цепной метрике равно n-1.

Лексикографическая метрика. Каждой перестановке ставиться в соответствие число, которое является номером места, занимаемого перестановкой при лексикографическом упорядочивании всего множества перестановок. Максимальное расстояние между перестановками в лексикографической метрике равно $n!$-1.

Алфавитная метрика. Расстояние между перестановками равно количеству не совпадающих элементов в первой и второй перестановке. Максимальное расстояние между двумя перестановками равно n-1.

Инверсная метрика. Расстоянием между перестановками в инверсной метрике полагают число всех инверсий первой перестановки относительно второй. Максимально возможное число инверсий равно $n(n$-1)/2.

Транспозиционная метрика. Расстояние между перестановками определяется как наименьшее возможное число транспозиций, которое необходимо для перехода от первой перестановки ко второй. Расстояние между двумя перестановками из n символов в транспозиционной метрике не превышает n-1, так как n-1 транспозиции достаточно для того, чтобы перейти от одной произвольной перестановки к другой.

Следует заметить, что так как максимальное расстояние, определяемое разными метриками различно, то данный факт следует учесть в методе случайного поиска с локальной оптимизацией.

Вывод. Полученные результаты позволят оценить эффективность той или иной метрики и могут быть применены для построения более эффективных процедур решения задачи раскраски графа.

Список литературы: ***1.*** *Голенко Д.И.* Статистические модели в управлении производством / Под ред. Н.П. Бусленко. – М. : Статистика, 1973. -368с. ***2.*** *Пономаренко В.В., Гаврилов В.М.* Оптимизация по по последовательно применяемым критериям. – М. : Сов. радио, 1975. – 192 с. ***3.*** *Каспшицкая М.Ф., Сергиенко И.В., Хмельченко В.И.* Об одном подходе к решению задач размещения. – Кибернетика, 1974, №5, с. 51-60.

Поступила в редколлегию 05.03.08

УДК 681.518

А. С. КУЦЕНКО, д-р техн. наук, ***А. С. КОЗОДОЙ***,
Н. И. БЕЗМЕНОВ, канд. техн. наук

КРИТЕРИЙ КВАЗИСТАТИЧНОСТИ УПРАВЛЯЕМЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Предложен и обоснован критерий квазистатичности управляемого процесса при полигармоническом воздействии. Приведен алгоритм проверки критерия.

Запропоновано і обгрунтовано критерій квазістатичності керованого процесу при полігармонічному впливі. Приведено алгоритм перевірки критерію.

There was offered and grounded the criterion of quasistatic of the controlled process at polyharmonic influence. Also testing criterion algorithm is produced.

1. Введение. Математические модели управляемых процессов в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений нашли широкое распространение в практике анализа и синтеза автоматизированных систем управления различными техническими, экономическими и социальными объектами. Однако, во многих практически важных случаях, характерных для технологических процессов в теплоэнергетике, химической и металлургической промышленности темпы изменения управляющих и возмущающих воздействий существенно больше времени переходных процессов объектов управления. Это позволяет выделить класс управляемых объектов, которые будем называть квазистатическими. Основной особенностью таких объектов управления следует считать однозначную зависимость выходных координат от входных в каждый момент времени. Представление динамических процессов квазистатическими нашло широкое применение в классической термодинамике. Так в [1] приведены различные условия равновесности управляемых объектов применительно к физическим объектам. В работе [2] предложен ряд критериев сравнения скоростей изменения выходных координат и внешних воздействий, однако какие-либо рекомендации по их практическому применению отсутствует. В работе [3] предложена достаточно общая постановка задачи об оценке возможности представления динамических процессов квазистатическими. Там же получен критерий квазистатичности для линейных стационарных объектов при воздействиях с ограниченными производными.

В то же время представляет теоретический и практический интерес нахождение аналогичных критериев квазистатичности управляемых процессов для случая полигармонического воздействия. Это и составляет предмет настоящей работы.

2. Постановка задачи. Рассмотрим линейную стационарную динамическую систему

$$\dot{x} = Ax + Bu , \tag{1}$$

где $x \in R^n$ - вектор состояний, $u \in R^m$ - вектор воздействий, A - гурвицева $n \times n$ матрица, а B - матрица воздействий размерности $n \times m$.

Систему (1) можно представить в следующем виде:

$$\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^{m} b_i u_i , \tag{2}$$

где b_i - i-й столбец матрицы B, а u_i - i-я компонента векторного воздействия u, представляющая собой скалярное воздействие на i-й вход системы (1).

Пусть каждое из воздействий $u_i(\cdot)$ представляет собой сумму гармонических колебаний

$$u_i(t) = \sum_{k=0}^{l_i} u_{ik}(t), \tag{3}$$

каждое из которых, характеризуется амплитудой A_{ik} и частотой ω_k, причем множество частот $(\omega_0, \omega_1, ..., \omega_l)$ имеет своим максимальным элементом $\omega_l = \max\{\omega_{l_1}, \omega_{l_2}, ..., \omega_{l_m}\}$.

Динамической системе (1) будет соответствовать статическая система

$$x^* = -A^{-1} Bu , \tag{4}$$

полученная из (1) в результате приравнивания нулю производной $\dot{x}$.

Система (4) по аналогии с (2) может быть представлена в виде

$$x^* = -A^{-1} \sum_{i=1}^{m} b_i u_i . \tag{5}$$

В качестве меры близости динамической и квазистатической траекторий, соответствующих системам (2) и (5) при воздействиях из класса U (3) примем величину s

$$s = \max_{j=0,l} \left\| \overline{A}\left(x_j(t) - x_j^*(t)\right) \right\|, \tag{6}$$

где $x_j(t)$ и $x_j^*(t)$ - динамическая и статическая траектории при гармоническом воздействии частоты ω_j, $\overline{A}(x(t))$ - оператор нахождения вектора амплитуд векторного гармонического сигнала $x(t)$. Тогда критерий квазистатичности примет вид

$$s \le \varepsilon ,$$

где ε - заданное положительное число.

Целью настоящей работы является нахождение величины s для полигармонического воздействия с заданным спектром.

3. Алгоритм решения задачи. Как было отмечено в разделе 2, оценка степени квазистатичности сводится к сравнению вынужденной составляющей решения системы дифференциальных уравнений $x(t)$ и статического решения $x^*(t)$ на множестве гармонических воздействий.

Будем искать вынужденное решение системы (1) при одночастотном воздействии

$$u = F \cos \omega t + G \sin \omega t , \tag{7}$$

где F и G вектора размерности m, в виде

$$x = X_1 \cos \omega t + X_2 \sin \omega t . \tag{8}$$

Подставляя (7) и (8) в исходную систему (1) получим уравнение

$$-\omega X_1 \sin \omega t + \omega X_2 \cos \omega t = AX_1 \cos \omega t + AX_2 \sin \omega t + BF \cos \omega t + BG \sin \omega t \tag{9}$$

относительно n - мерных векторов X_1 и X_2. Приравнивая в (9) коэффициенты в левой и правой частях при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$, получим систему $2n$ линейных уравнений

$$\begin{aligned} -AX_1 + \omega X_2 &= BF, \\ -\omega X_1 - AX_2 &= BG. \end{aligned} \tag{10}$$

Решение (10) относительно X_1 и X_2 имеет следующий вид:

$$X_1 = -\left(\omega E + \omega^{-1} A^2\right)^{-1} \left(\omega^{-1} ABF + BG\right),$$
$$X_2 = -\omega^{-1} A\left(\omega E + \omega^{-1} A^2\right)^{-1} \left(\omega^{-1} ABF + BG\right) + \omega^{-1} BF. \quad (11)$$

Квазистатическое решение (4) при одночастном воздействии (7) запишется как

$$x^* = -A^{-1}BF \cos \omega t - A^{-1}BG \sin \omega t . \quad (12)$$

На основании (11) и (12) отклонение статического решения от вынужденной динамической составляющей представим в виде

$$\Delta x = Y_1 \cos \omega t + Y_2 \sin \omega t$$

где

$$Y_1 = -\left(\omega E + \omega^{-1} A^2\right)^{-1} \left(\omega^{-1} ABF + BG\right) + A^{-1} BF,$$
$$Y_2 = -\omega^{-1} A\left(\omega E + \omega^{-1} A^2\right)^{-1} \left(\omega^{-1} ABF + BG\right) + \omega^{-1} BF + A^{-1} BG. \quad (13)$$

Выберем в качестве вектора G входного воздействия нулевой вектор $G = (0,0,...,0)^T$. Тогда выражения (13) для Y_1 и Y_2 примут вид

$$Y_1 = [-\omega^{-1}\left(\omega E + \omega^{-1} A^2\right)^{-1} AB + A^{-1} B]F,$$
$$Y_2 = [-\omega^{-2} A\left(\omega E + \omega^{-1} A^2\right)^{-1} AB + \omega^{-1} B]F. \quad (14)$$

Таким образом, k-е столбцы матриц заключенных в квадратные скобки соотношений (14), определяют амплитуду и фазовый сдвиг векторной динамической ошибки Δx линейной системы (2) при подаче гармонического воздействия единичной амплитуды частоты ω на ее k-й вход. Компоненты вектора амплитуд $\overline{A}$ ошибки Δx находятся по известному соотношению

$$A_{ik}(\omega) = \sqrt{A_{1\,ik}^2(\omega) + A_{2\,ik}^2(\omega)} \quad (15)$$

где i, k - индексы номеров входа и компоненты вектора состояния системы соответственно, A_{1ik} и A_{2ik} - элементы матриц в квадратных скобках выражений (14). Применяя соотношения (14), (15) и, соответственно, критерий (6) на заданном множестве частот $\{\omega_0, \omega_1, ..., \omega_l\}$, можно сделать заключение о возможности замены динамической модели процесса (1) на квазистатическую (4).

Выводы. Сформулирован критерий и предложен алгоритм его проверки, позволяющий обосновать переход от динамического рассмотрения

управляемых процессов к их квазистатической аппроксимации при полигармонической структуре воздействий.

В качестве перспективы развития данного исследования следует считать рассмотрение более общей задачи – получение условий квазистатичности для воздействий с непрерывным спектром возможных частот.

Список литературы: **1.** *Б.Н. Петров, Г.М. Уланов, И.И. Гольденблат, С.В. Ульянов* Теория моделей в процессах управления, Наука, - М. – 1978. – 223с. **2.** *А.Г. Александров* Синтез регуляторов многомерных систем, Машиностроение, - М. – 1986. – 272. **3.** *А.С. Куценко, Чан Занг Лю* Критерии адекватности динамических и статических математических моделей технологических процессов, Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2003. - №18. – с. 23-28.

Поступила в редколлегию 17.06.08

СОДЕРЖАНИЕ